

核心素养视域下的跨版本教材对比研究 ——以“椭圆”为例

冯宇程, 杜 雯

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2025年1月20日; 录用日期: 2025年4月3日; 发布日期: 2025年4月11日

摘 要

数学核心素养是学生数学学习能力的体现, 也是培养学生分析解决思考认识问题和运用知识解决问题的重要支撑。椭圆作为高中数学的核心内容, 对学生的数学素养的培养有着重要的作用。本研究依据2017年版《普通高中数学课程标准》, 以现行的人教A版、北师大版、苏教版高中数学教材中“椭圆”相关内容为研究对象, 采用内容分析法对教材编排体系、概念引入、“量”、数学文化渗透、信息技术应用5个方面在培养学生数学核心素养方面的相同点、不同点及其各自优势进行了对比研究。研究发现, 在新课标指导下, 这三本教材都充分体现了对学生数学核心素养的培养。

关键词

数学核心素养, 教材对比, 椭圆

A Comparative Study of Cross-Version Textbooks from the Perspective of Core Literacy

—Taking “Ellipse” as an Example

Yucheng Feng, Wen Du

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jan. 20th, 2025; accepted: Apr. 3rd, 2025; published: Apr. 11th, 2025

Abstract

The core literacy of mathematics is the embodiment of students' mathematics learning ability, and

it is also an important support for cultivating students to analyze and solve cognitive problems and use knowledge to solve problems. As the core content of high school mathematics, ellipse plays an important role in the cultivation of students' mathematical literacy. Based on the 2017 edition of the "General High School Mathematics Curriculum Standards", this study takes the "ellipse" related content in the current high school mathematics textbooks of the People's Education A Edition, the Beijing Normal University Edition, and the Jiangsu Education Edition as the research object, and uses the content analysis method to arrange the textbook. The similarities, differences and their respective advantages of the five aspects of the system, concept introduction, "quantity", mathematical culture infiltration, and information technology application in cultivating students' core literacy in mathematics were compared and studied. The study found that under the guidance of the new curriculum standard, these three textbooks fully reflect the cultivation of students' mathematical core literacy.

Keywords

Mathematics Core Literacy, Textbook Comparison, Ellipse

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在新时代背景下,我国教育致力于培养具备核心素养的学生,《普通高中课程标准(2017版)》(以下简称“课标”)指出,在高中数学领域核心素养主要体现为数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析六个方面[1]。高中数学教材是培养学生数学核心素养的重要载体,同时数学核心素养的要求对高中数学教材编写和教学设计具有指导作用。在教学中,有效融合高中数学核心素养,使教学内容更加契合学生认知发展,是一项有意义的研究课题。因此,本研究以椭圆为例,对不同版本教材中椭圆内容进行对比分析,帮助教师更全面地理解教材,更有针对性地设计教学活动,从而更好地培养学生的数学核心素养。

2. 数学核心素养

2.1. 数学核心素养的内涵解析

数学核心素养的本质是通过数学学习形成的思维品质和问题解决能力,其内涵可从三个维度理解:

- 1) 认知维度:包括数学抽象、逻辑推理等思维能力,体现对数学本质的把握。
- 2) 应用维度:通过数学建模、数据分析将数学工具应用于现实问题。
- 3) 价值维度:培养理性精神、严谨态度和探索创新的科学价值观。

2.2. 数学核心素养的六大构成要素

根据《普通高中数学课程标准(2017年版)》,数学核心素养包括以下关键内容:

1) 数学抽象

内涵:从具体现象中抽离数量关系与空间形式,形成数学概念。

意义:奠定数学思维基础,如从“苹果数量”抽象出自然数概念。

培养路径:通过具体→符号化的教学引导,例如用函数模型描述现实变化规律。

2) 逻辑推理

内涵：包括演绎推理(从一般到特殊)和归纳推理(从特殊到一般)。

典型表现：几何证明中的严谨性、代数运算中的变形依据。

教学案例：通过“三角形内角和”的多种证明方法训练推理能力。

3) 数学建模

内涵：将实际问题转化为数学问题并求解的完整过程。

实践价值：如通过线性规划优化资源配置，用微分方程模拟疫情传播。

培养策略：开展跨学科项目式学习(如校园绿化成本优化设计)。

4) 直观想象

内涵：借助几何直观和空间想象理解数学对象。

作用机制：数形结合(如函数图像分析)、空间结构认知(如立体几何)。

技术融合：运用 GeoGebra 等工具动态展示数学对象变化过程。

5) 数学运算

深层要求：不仅指计算技能，更强调算法选择与优化意识。

现代发展：从传统笔算到理解计算机算法原理(如加密算法中的模运算)。

常见误区：避免过度追求计算速度而忽视算理理解。

6) 数据分析

信息时代价值：从数据收集到概率推断的全过程能力。

核心能力：包括统计思维(如假设检验)、大数据处理基本方法。

实践应用：设计社会调查项目，完成数据采集→可视化→结论提炼的全流程。

数学核心素养的培养是动态发展的过程，需要教师突破知识传授的局限，在真实问题情境中引导学生经历“数学化”的思维历程。未来教育应更注重学科融合与技术整合，使数学素养真正成为学生应对复杂挑战的“思维工具包”。

3. 研究对象和方法

3.1. 研究对象

本研究以人民教育出版社 A 版(以下简称“人教版”)、北京师范大学出版社(以下简称“北师大版”)、江苏凤凰教育出版社(以下简称“苏教版”)高中数学选择性必修第一册教材中的椭圆为分析对象。具体包括人教版中的“阅读与思考”、“探究与发现”、“信息技术应用”栏目，北师大版中的“思考与交流”“探究与建模”、“数学文化”、“信息技术应用”栏目，苏教版中的“问题与探究”、“阅读”、“信息技术”、“应用与建模”、“链接”等栏目。

3.2. 研究方法

本研究主要采用内容分析法，对比分析人教版、北师大版和苏教版三个高中数学教材版本中椭圆所呈现的内容。

3.3. 研究问题

在核心素养导向下，深入剖析椭圆这部分教学内容所蕴含的数学核心素养，并探讨其在学生数学能力全面发展中的价值，本研究聚焦如下问题进行探讨：

1) 通过分析三个不同版本教材中椭圆的教学内容呈现方式，揭示其在培养学生数学核心素养方面的

异同；
2) 这些异同如何影响学生数学能力的全面发展。

3.4. 分析框架

在新课标的指导下，数学核心素养的培养成了数学教育的核心目标，特别是新课标中强调的数学核心素养主要围绕“三会”，即“会用数学的眼光观察现实世界，会用数学的思维思考现实世界，会用数学的语言表达现实世界”为高中数学教育提供了明确的方向。同样地，高中数学核心素养的六个主要表现也应注重与“三会”相结合(见表 1)，共同构成了学生数学学习的完整过程，在椭圆一课中，观察现实世界可体现为学生通过观察篮球在太阳下的投影，形成对椭圆的初步认识；思考现实世界就是让学生理解椭圆运动轨迹；表达现实世界反映在学生学会用数学语言认识椭圆，如利用数学语言来进行椭圆标准方程的推导[2]。

Table 1. High school mathematics core literacy system
表 1. 高中数学核心素养体系

“三会”	主要表现
会用数学的眼光观察现实世界	数学抽象、直观想象
会用数学的思维思考现实世界	数学运算、逻辑推理
会用数学的语言表达现实世界	数学建模、数据分析

为更好地开展高中数学教学活动、落实数学学科核心素养的培育，教师应对各具特色的各版本教材展开研究，明晰各版教材内容设置和编排上的异同。椭圆是高中数学平面解析几何中的重要内容，也是高考的重要考查内容，助推着数学抽象、数学运算、逻辑推理、直观想象等数学学科核心素养的培养。随着数学课程改革的不断进行，教材对比研究正逐渐成为研究热点，本研究对不同版本教材“椭圆”部分，从编排体系、概念引入、“量”、数学文化渗透、信息技术应用 5 个方面进行对比研究。由上述归纳整理可得“椭圆”在各教材中呈现内容的比较框架(见表 2)。

Table 2. The comparison framework table of “ellipse” presentation content in each version of textbooks
表 2. 各版本教材中“椭圆”呈现内容比较框架表

框架维度		具体指标
编排体系	相同点	整体架构、知识核心
	不同点	章节编排、内容侧重
概念引入		章节编排、内容侧重
“量”的比较	栏目数量	思考、探究、观察
	习题数量	随堂练习、课时练习、章后练习
	数学文化	呈现椭圆相关的数学文化背景
	信息技术应用	信息技术软件的使用

4. 编排体系比较

4.1. 编排分析

新课标指出：要重视教材的整体结构，处理好数学内容的层次性与数学学科核心素养水平发展的连续性与阶段性的关系，使教材形成一个整体的结构体系，呈现相关内容的分布特点，根据研究的实际呈现结果为相关内容的教材编排和教学提出合理可行的建议。

人教 A 版分别介绍了光学性质、原始定义、第一定义、第二定义以及在直角坐标系下的标准方程和统一方程。利用丹德林球说明椭圆的第一定义与原始定义的等价性放在“探究与发现”部分；第二定义和光学性质的内容在“阅读与思考”栏目进行了较为详细的叙述。为拓宽学有余力学生的视野并增强其思维能力。北师大版先提出定义再重点提出焦点在 x 轴的椭圆标准方程，再简要提出焦点在轴的椭圆标准方程，然后提出经典例题和练习题，再提出椭圆的简单几何性质：范围、对称性、顶点和离心率，再提出相应的例题和习题[3]。苏教版分别介绍了光学性质、原始定义、椭圆焦点分别在 x 轴和 y 轴两种标准方程、再提出相应的“思考”和提出相应的例题，再布置习题、理解·感受、思考·运用、探究·拓展等题目，再对焦点在 x 轴上时提出相应的几何性质：范围、对称性、顶点和离心率，并且还有例题帮助学生理解，再布置相应的题目。

三本教材对内容的编排都大致相同，说明对椭圆知识点讲述的方向、过程各个编辑组看法都是一致的，并且对使用三本教材的学生学业要求基本一致。3 版教材中“椭圆”部分的编排体系如表 3 所示。

Table 3. The arrangement system of the “ellipse” part of the 3 edition textbook

表 3.3 版教材“椭圆”部分编排体系

人教 A 版教材	北师大版教材	苏教版教材
3.1 椭圆	§ 1 椭圆	3.1 椭圆
3.1.1 椭圆及其标准方程	1.1 椭圆及其标准方程	3.1.1 椭圆的标准方程
3.1.2 椭圆的简单几何性质	1.2 椭圆的简单几何性质	习题 3.1(1)
习题 3.1	习题 2-1	3.1.2 椭圆的几何性质
信息技术应用：用信息技术探究点的轨迹——椭圆	阅读材料：圆与椭圆	习题 3.1(2)

4.2. 相同点

3 版教材“圆锥曲线”部分知识点大致相同，均符合《课标(20 修订)》的基本规定。学习流程均为“画图→概念抽象→标准方程推导→简单几何性质”。

整体架构相似：均先介绍椭圆定义与标准方程，再讲解简单几何性质，遵循从基础概念到性质探究的逻辑顺序，符合学生认知规律。先让学生明确椭圆“是什么”，再深入了解其特性。

知识核心一致：都围绕椭圆的定义、标准方程、几何性质(如范围、对称性、顶点、离心率等)展开，这些是椭圆知识的核心内容，是学生掌握椭圆知识的关键。

3 版教材“圆锥曲线”部分知识点的编写层层递进，系统连贯的编写有利于教师进行整体教学，具体到抽象的编写能照顾学生的认知特点。

4.3. 不同点

章节编排差异：人教 A 版将椭圆内容独立设为“3.1 椭圆”，下属小节分别阐述标准方程和简单几何性质。北师大版把椭圆归在第二章圆锥曲线与方程中，以“§ 1 椭圆”呈现，再分两个子内容讲述。苏教版则把椭圆纳入第三章圆锥曲线与方程的“3.1 椭圆”。这体现了人教 A 版对椭圆内容独立性的强调，北师大版和苏教版更注重知识系统性，将椭圆融入圆锥曲线整体框架。

内容侧重暗示：人教 A 版通过细分小节，暗示标准方程和几何性质的重要性，且对两者有相对均衡的侧重。北师大版和苏教版从内容分布看，更注重知识的连贯性，可能在整体讲解圆锥曲线时强化椭圆与双曲线、抛物线的对比。由表 3 来看，苏教版章节划分较为笼统，人教 A 版和北师大版划分更为精细。

5. 概念引入比较

新课标中指出数学教育要帮助学生能够掌握在现代生活和进一步创造所必须的数学知识，数学技能

以及思想和方法。对实例进行引入可以激发学生学习的兴趣，所以对教学引入实例是非常有必要的。

椭圆作为学习圆锥曲线的第一部分，章节的引言至关重要，人教 A 版开章使用太阳系行星图和运行轨迹(椭圆)，引导学生思考三种圆锥曲线名称的由来，北师大版则是直接使用圆锥曲线图，使学生直观地认识圆锥曲线，两版均介绍了人类研究圆锥曲线的历史，告知本章主要研究的对象和研究的方法、研究的过程以及研究过程中渗透的数学思想，均介绍圆锥曲线在科研、生产生活中的广泛应用，苏教版章节前只含有章节目录、通过截面所得到不同的圆锥曲线，学生直接认识圆锥曲线，没有直接通过实例来认识圆锥曲线。

小节引入时，苏教版和北师大版都是先指出生活当中的实例(太阳系中行星运行的轨迹、篮球在阳光下的投影)，而人教 A 版则是泛指出椭圆在生活中运用广泛。进入认识椭圆前，三本教材均使用同一例子：在画板上取两个定点，把一条长度为定值且大于两定点的细绳的两端固定在两定点，用笔尖把细绳拉紧，并使笔尖在画板上移动一周，画出的图形是一个椭圆。三种教材在提出椭圆的文字定义之后，都直接利用数学语言来进行椭圆标准方程的推导，让学生用数学语言来认识椭圆。

三本教材的引入方式，在章节引入或者小节引入会有实例，来增加学生的学习兴趣。让学生通过思考原来所学的知识，推导椭圆的方程，有利于提高探究能力和严谨治学的精神，发展更加严密灵活的理性思维，从而提高学生的逻辑推理和数学运算的数学核心素养[4]。3 版教材“椭圆”定义的引入方式如表 4 所示。

Table 4. Comparison of the introduction methods of the definition of “ellipse” in the third edition of the textbook
表 4.3 版教材“椭圆”定义的引入方式比较

版本	引入方式
人教 A 版	导语：介绍椭圆的广泛运用性，并抛出两个问题“椭圆有怎样的几何特征？”“如何利用特征建立方程？”→探究活动：画板上画圆过渡到画椭圆
北师大版	认识椭圆的形状：有些汽车油罐横截面的轮廓、天体中一些行星或卫星运行的轨道、篮球在阳光下的投影(图片)等→画板上画出椭圆
苏教版	认识椭圆的形状：太阳系中行星的运动轨迹是椭圆。用点光源照射一个放在地面上的球，适当调整点光源的位置，球在地面上影子的外轮廓线可以是椭圆。→画板上画出椭圆

由表 4 可以看出，三版教材椭圆定义引入的相同之处在于，3 版教材都安排“画椭圆”活动；差异在于，人教 A 版在画椭圆前由导语直接告知学生将要开始学习椭圆，而北师大版和苏教版在画椭圆前通过图片或实验先直观呈现椭圆的形状。

6. “量” 的比较

6.1. 栏目的比较分析

一般而言，数学教材是由章引言、节引言、正文、例习题、小节及某些栏目组成的有机整体。栏目作为教材的重要组成部分，应具独特的价值。人教 A 版、北师大版、苏教版在“椭圆”部分的栏目设置上有较大差别[5]。

“思考” “探究” “观察” 比较

新课标指出教材的编写应具有可读性，深入浅出，易于学生理解，激发学习兴趣；应具有探索性，启发学生思考，提供思维空间；要为学生提供学习方法的指导，促进学生形成良好的学习习惯和思维习惯。

三种版本的教材编写过程都运用了“思考”“探究”“观察”等栏目，使学生有自主探究的欲望、帮

助学生对知识点的理解和为学生独立思考搭建平台。并且根据教材编写的进度来提出相关的问题, 加深学生对知识点的理解, 从而将椭圆的每一个知识点连接起来。大部分学生在阅读教材的时候都是顺着教材的步骤来理解知识, 若没有这些栏目所提出的问题, 学生根据教材的编写就只会学习到单一的知识点, 认识不到椭圆的真实“美”。

“思考”栏目是对知识的加工, 并且在不同角度对知识的理解, 其设置与研究能够培养学生的创造性思维, 让学生找对学习的方向。“探究”栏目是一种涉及知识横向与纵向的扩展与延伸, 用以弥补教材正文某些内容上的空缺。“观察”栏目部分为学生留下难以想象到的部分, 为数学的抽象性学习提供了更好的平台和方法, 让学生可以在观察中学习知识, 同时也期待学生从对生活的观察中学习更多的数学知识, 在知识中转变, 不同教材中引导学生的方式不同, “思考”栏目中, 人教 A 版“思考”栏目部分内容在苏教版和北师大版没有提出(比如: 你认为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 上哪些点比较特殊?

为什么? 如何得到这些点的坐标?), 而是直接给出知识点, 这是根据不同地区不同层次的学生所编写的教材, 需要根据需要而作出一定的改变; “探究”栏目中, 人教 A 版作为“探究”的部分而苏教版和北师大版则是作为正文部分直接提出, 苏教版则是直接使用实例引入知识; “观察”和其他栏目中, 只有人教 A 版在几何性质引入部分设置了“观察”, 苏教版和北师大版都是直接讲述知识点[3]。

6.2. 例题与演示例题的分析对比

新课标指出: 习题是对课堂教学内容的巩固, 以及对知识点的深化, 习题的编写要更好地让学生发展数学的核心素养, 要重视针对性和整体性。

例题是教师教授新知识时让学生更好理解和运用的重要工具; 习题是初步检验学生学习情况的重要工具, 那么对例题和习题作出分析是非常有必要的。三种版本的教材习题都是以计算题为主, 有少量的应用题和证明题, 在性质部分都是有定理的严格证明, 整体来看, 教材对证明也是非常重视的, 证明题的严格推理是必须的, 证明的严格推理可以给学生最直观的学习数学的思维推理, 让学生最直接的感受数学命题和数学研究思路, 并且可以很好的学习几何图形的空间和逻辑关系, 这些都体现出了新教材对学生的逻辑思维的培养, 更加注重几何语言的表达, 突出了立体几何成为培养学生的直观思维, 空间想象, 逻辑推理等学科素养和数学核心的重要载体。

习题的出现顺序和方式对学生思维也有较大的影响。苏教版在习题前也有练习题, 难度是小于习题的, 能够帮助学生在做习题之前对知识点的加深与理解, 并且苏教版在 3.1.1 “椭圆的标准方程”和 3.1.2 “椭圆的几何性质”部分均有习题, 将 3.1.1 习题部分的知识点先一步加强理解, 在 3.1.2 习题部分也有 3.1.1 相关的知识点, 不仅起到了加强理解前面所学的知识还复习了 3.1.1 部分的知识点。人教 A 版在“椭圆”习题部分分为了“复习巩固”和“综合运用”这也是对之前的知识巩固和学以致用。北师大版则是将“椭圆”习题部分分为了 A 组和 B 组, 难度依次上升, 使得学生在能够做简单题目(即 A 组)时, 进一步运用做题来锻炼思维。

7. 数学文化渗透

数学核心素养与数学文化相互促进、相辅相成。数学文化是记录与传播数学思想的重要方式, 也是传递信息的主要载体。数学文化包含数学史、数学故事等, 能让学生了解数学知识的产生发展过程, 为学习提供背景和动力, 促进数学核心素养的形成。数学文化中严谨的逻辑、简洁的表达, 有助于培养学生的思维品质和审美能力, 进而提升数学核心素养。数学文化中数学家的探索精神, 能影响学生的学习态度和价值观, 使学生以更积极的态度面对数学学习, 有助于数学建模、数学运算等素养的提升。

将数学文化渗透在教材中,一方面,有助于深化学生对“椭圆”的认识,并激发他们的学习热情;另一方面,能有效促进学生的数学核心素养的发展。学生具备一定的数学核心素养后,也能更好地理解数学文化的内涵和价值,成为传承数学文化的载体。

新课标强调:数学承载着思想和文化,是人类重要的组成部分;特别指出在教材编写时应当把数学文化融入到学习内容中,希望教材编写重视中国传统文化中的数学元素。

苏教版和北师大版都是选择卫星作为讲述对象,将椭圆与科技联系起来。三本教材都是通过例题、习题展示出圆锥曲线中的数学文化,解析几何是数学发展过程中的标志性成果,是微积分创立的基础,通过增加此栏目,将让学生系统了解解析几何产生和发展的过程、重要成果、主要人物,关键事件及其对人类文明的贡献,渗透数学文化。

8. 信息技术应用

新课标要求重视信息技术的作用,在“互联网+”时代,信息技术的广泛应用正在对数学教育产生深刻影响,通过现代教育工具向学生演示方程中未知的参数的变化对方程所表示的椭圆图像的影响,使学生进一步理解椭圆与方程的关系[1]。

苏教版第一步就表示出 Geogebra 软件的使用页面;椭圆的标准方程部分,椭圆长轴在 x 轴和 y 轴都分别有配图,在后面例题当中无配图,是为了让学生在学习过后能够自主画出椭圆的图像。

人教 A 版借助网络画板对椭圆进行“跟踪”,对长轴相同、离心率不同的椭圆进行画图,使得学生能够直观感受固定长轴长度时,离心率变化对椭圆图像的影响,并且现行教材首次运用 Geogebra 软件,并且在操作步骤上,新教材以 Geogebra 为例,动态地展示了每一个操作步骤并配有截图,椭圆图较多,加深学生对椭圆的认识。

北师大版也是使用 Geogebra 软件制图,比如:利用两点直接构造一条直线。并且在所有的例题都有相应的配图,增强学生对椭圆图像的认识。

三个数学教材的上一版本都是使用了绘图和其它软件来进行教材的编辑,为几何直观提供方便,在 2007 年版的人教版普通高中课程标准实验教科书数学 A 版中,使用的网络画板,为推进教育现代化,对教材运用信息技术是无法“绕开”的[6]。

9. 研究结论与启示

9.1. 研究结论

通过分析比较三个版本的教材,发现“椭圆”这一教学内容与数学核心素养有着紧密的联系。

9.1.1. 核心素养渗透路径分析

三本教材均以新课标六大核心素养为纲,但培养路径存在差异化设计:

数学抽象:均通过生活实例(如行星轨道、投影实验)抽象椭圆几何特征,但人教 A 版更注重从物理现象到数学模型的转化(如卫星轨道方程建模)。

逻辑推理:北师大版以定理证明的连贯性(如从圆锥曲线共性到椭圆特性)强化推理严谨性;苏教版则通过习题链(如“基础计算→综合应用”)训练逻辑链条的完整性。

数学建模:人教 A 版结合天体物理案例(如开普勒定律)引导学生建立椭圆方程;苏教版链接工程实例(如桥梁设计),凸显数学与技术的关联性。

直观想象:人教 A 版通过动态图示(如 Geogebra 轨迹生成)直观展示离心率影响;北师大版以多角度配图(如椭圆截面)增强空间感知。

数学运算:苏教版设置分层习题(如“理解·感受”“探究·拓展”),优化运算技巧迁移;北师大版

通过代数变形步骤的详细展示, 提升运算规范性。

数据分析: 三版教材均未明确涉及, 建议补充椭圆参数与实际数据的关联案例(如天文观测数据处理)。

9.1.2. 相同点

1) 注重数学抽象素养培养: 三套教材均从生活实例引入椭圆概念, 如人教 A 版以天体运行轨道为例, 北师大版借助圆柱斜截面, 苏教版通过平面截圆锥, 引导学生从具体物体轮廓抽象出椭圆的几何图形, 让学生经历从现实到数学模型的抽象过程。

2) 强化逻辑推理素养: 在推导椭圆标准方程时, 都遵循建系、设点、列等式、化简的逻辑顺序。通过代数运算化简等式, 展现从几何条件到代数方程的逻辑推导, 锻炼学生逻辑推理能力, 证明椭圆性质时也均运用严密逻辑。

3) 重视数学运算素养: 在求解椭圆方程中的参数、根据条件计算椭圆的焦点、离心率等问题时, 三套教材都设置大量练习, 涵盖复杂的代数运算, 像解二元二次方程组求椭圆方程参数, 以此提升学生运算准确性与速度。

9.1.3. 不同点及优势

1) 人教 A 版

数学建模方面: 优势在于结合物理学中天体运行等实际情境, 引导学生建立椭圆模型解决问题。如分析卫星轨道, 让学生体会数学在多学科的应用, 有助于拓宽学生数学建模思路, 提升学生运用数学模型解决实际问题的能力。

直观想象方面: 教材配图丰富且精准, 多从不同角度展示椭圆在实际场景和数学问题中的形态, 帮助学生构建直观表象, 增强对椭圆性质的理解, 利于学生直观想象素养的提升。

2) 北师大版

逻辑推理方面: 在介绍椭圆相关定理和性质时, 注重知识的前后呼应与逻辑连贯性。例如, 先铺垫圆锥曲线的共性, 再深入椭圆特性, 引导学生在已有知识体系上进行推理, 培养学生系统的逻辑推理能力。

数学抽象方面: 通过设置探究活动, 鼓励学生自主探究椭圆性质, 从特殊到一般归纳总结, 强化学生抽象概括能力, 让学生更好地理解椭圆本质特征。

3) 苏教版

数学运算方面: 例题和习题设置梯度合理, 从基础运算到复杂综合运算逐步提升。在运算过程中, 注重引导学生总结优化运算方法, 如在计算椭圆弦长时, 总结简便算法, 培养学生运算灵活性与技巧性。

数学建模方面: 关注生活中的工程建筑等问题, 如桥梁设计中椭圆的应用, 让学生感受到数学建模与日常生活紧密相连, 提高学生对数学建模的兴趣和应用意识。

三本教材都在新课标的指导下, 编写教材充分体现了对学生核心素养的培养优势, 让学生理解知识、发现问题、解决问题, 发现数学的本质。

9.2. 启示

通过对三个版本高中数学选择性必修第一册教材中椭圆的比较分析, 得到以下几个方面的建议与启示。

9.2.1. 人教 A 版

优势强化: 在数学建模方面, 建议教师进一步引导学生利用椭圆模型解决更多跨学科实际问题, 如在地理学科中分析行星轨道与椭圆的关系, 在物理学科中研究带电粒子在特定磁场中的椭圆运动轨迹等。

在直观想象方面, 鼓励教师利用教材丰富的配图, 开展课堂互动活动, 让学生描述椭圆在不同场景下的特征, 加深对椭圆性质的理解。

不足改进: 人教 A 版在部分知识点的连贯性上可加强, 教师在教学中可补充相关内容, 帮助学生建立更系统的知识体系。例如, 在讲解椭圆第二定义时, 可联系第一定义和标准方程, 让学生理解定义之间的内在联系。

9.2.2. 北师大版

优势强化: 在逻辑推理教学中, 教师可根据教材知识的前后呼应特点, 设计更多逻辑推理训练题, 让学生在练习中强化系统推理能力。在数学抽象方面, 组织小组探究活动, 让学生在自主探究椭圆性质的过程中, 分享各自的抽象概括思路, 提升抽象思维水平。

不足改进: 北师大版教材部分例题难度梯度设置不够明显, 教师在教学中可根据学生实际情况进行分层教学, 对基础薄弱的学生, 补充基础例题, 对学有余力的学生, 提供拓展性例题。

9.2.3. 苏教版

优势强化: 在数学运算教学中, 教师可定期组织运算技巧分享会, 让学生交流在椭圆相关运算中的简便算法, 进一步提升运算灵活性。在数学建模方面, 带领学生实地考察生活中椭圆的应用, 如椭圆形建筑、机械零件等, 增强学生对数学建模的实际感受。

不足改进: 苏教版教材在概念引入时对实例的挖掘不够深入, 教师可补充更多生动有趣的实例, 如用旋转的盘子在光线下的投影展示椭圆的形成, 使学生更易理解椭圆概念。

9.2.4. 借助信息技术, 建构基本概念

发挥信息技术的运用价值, 在椭圆教学中, 可以利用 Geogebra、Gabri 3D、网络画板等软件完成以下工作:

- 1) 动态展示“平面从不同角度截圆锥面”所得截线, 准确识别其形状;
- 2) 用轨迹追踪功能生成动点的轨迹, 精确定位椭圆曲线的几何特征、直观感知圆与椭圆的伸缩;
- 3) 通过控制参数的不同直线, 探究直线与椭圆的位置关系;

9.2.5. 设置梯度练习, 采取分层教学

《课标(20 修订)》中明晰, 高中数学课程面向全体学生, 实现: 人人都能获得良好的数学教育, 不同的人在数学上得到不同的发展。习题是学生巩固、消化新知识的主要活动, 教师在布置课后作业时, 要针对不同层次的学生精心设计作业, 让每个学生都能学有所获。以椭圆的简单几何性质为例, 给“潜力生”布置“简单求标准方程”的题, 旨在帮助学生掌握基本知识点; 给“中等生”可布置需稍加思考的练习, 旨在帮助学生扩展思维; 对“优等生”适当布置具有拓展性的练习, 旨在培养学生独立思考解决问题的能力。

9.2.6. 整合各版教材, 进行单元设计

“椭圆”部分各版本教材特色鲜明, 教师进行教学设计时, 需抓住知识主骨架, 整体把握本章教学内容和教学目标, 跳出一节课, 对本章内容进行整体连贯的单元教学设计。椭圆各版本的学习思路大同小异, 适宜进行大单元教学设计, 帮助学生从整体上把握知识体系。

10. 结语

核心素养导向的数学教学内容解析与教材表达为教师打开了一个全新的视角, 教师应重新审视和思考数学教学的本质与目标, 以“椭圆”为例的跨版本教材对比研究中, 虽各版本内容表现形式上存在差

异,但都紧紧围绕核心素养展开。因此,教师在使用教材时,应充分挖掘教材中的素养之源,结合学生的实际情况和需求,设计符合学生认知规律的教学活动,让学生在数学学习中真正发展核心素养。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2008.
- [2] 夏体静, 袁兴菊. 核心素养视域下的跨版本教材对比研究——以“认识钟表”为例[J]. 数学之友, 2024(16): 11-14.
- [3] 黄天国, 蒋卓骏, 张桐晨, 等. 基于新课标对高中数学“椭圆”教材对比分析——以苏教版、人教 A 版、北师大版为例[C]//中国智慧工程研究会. 2023 中西部地区教育创新与发展论坛论文集(二). 成都师范学院数学学院, 2023: 3.
- [4] 邹耀飘, 夏体静, 黄晓梅. 高中数学新教材“圆锥曲线”内容编写比较——以人教 A 版、北师大版和湘教版教材为例[J]. 辽宁师专学报(自然科学版), 2024, 26(4): 4-9+105.
- [5] 胡典顺, 沈晓凯, 于芹. 三个版本高中数学教材中“拓展栏目”的比较研究[J]. 中小学教师培训, 2017(12): 69-73.
- [6] 雷沛瑶, 胡典顺, 沈晓凯. 三个版本高中数学教材中“信息技术应用”的比较研究[J]. 中小学教师培训, 2018(5): 74-78.