Creative Education Studies 创新教育研究, 2025, 13(4), 384-392
Published Online April 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2025.134259

Hans汉斯

知识联动与扩展的发散式课堂构建研究
——以重要极限教学为例

徐应祥[1]，袁国智[1]，郭鹏飞[1]，郭建军[2]，梁凯豪[1]

[1]仲恺农业工程学院数学与数据科学学院，广东 广州
[2]仲恺农业工程学院信息与技术科学学院，广东 广州

收稿日期：2025年3月3日；录用日期：2025年4月15日；发布日期：2025年4月23日

摘 要

课堂教学的核心是传授知识，但知识的传授不仅仅是把课本所载内容在课堂上复述出来，而是要将所授知识与相关知识进行联动与扩展，形成发散式的课堂，再进行讲授，使得课堂知识传授在更广阔的空间开展，达到全方位传递知识，并启发思维，激发创新探索意识和主动性的目的。本文以高等数学中两个重要极限教学为例，对知识联动与扩展的发散式课堂构建进行深入探讨。

关键词

知识联动与扩展，发散式课堂，重要极限

Research on the Construction of Divergent Classroom with Knowledge Linkage and Expansion
—Taking the Teaching of Important Limits as an Example

Yingxiang Xu[1], Guozhi Yuan[1], Pengfei Guo[1], Jianjun Guo[2], Kaihao Liang[1]

[1]School of Mathematics and Data Science, ZhongKai University of Agriculture and Engineering, Guangzhou Guangdong
[2]College of Information Science and Technology, ZhongKai University of Agriculture and Engineering, Guangzhou Guangdong

Received: Mar. 3rd, 2025; accepted: Apr. 15th, 2025; published: Apr. 23rd, 2025

Abstract

The core of classroom teaching is to impart knowledge, but the transmission of knowledge is not

文章引用: 徐应祥, 袁国智, 郭鹏飞, 郭建军, 梁凯豪. 知识联动与扩展的发散式课堂构建研究[J]. 创新教育研究, 2025, 13(4): 384-392. DOI: 10.12677/ces.2025.134259

merely about recounting the content from textbooks in class. Instead, it involves linking and expanding on the knowledge being taught to create a divergent classroom environment. This approach allows for a broader dissemination of knowledge, achieving comprehensive transmission and stimulating thinking, innovation, exploration awareness, and initiative. In the paper, it uses the teaching of two important limits in advanced mathematics as an example to delve into the construction of a divergent classroom that facilitates the linkage and expansion of knowledge.

Keywords

Knowledge Linkage and Expansion, Divergence Classroom, Important Limits

1. 引言及提出问题

课堂教学活动的核心任务是传授知识，教师通过课堂讲授、组织实验和实践等教学活动，将知识以适当的途径传递给学生，使学生接受，并引导学生将知识转化为学生学习能力和实践能力持续增长的新能力基础。在课堂教学活动中，教师传授知识时，不应只是把课本所载的内容转述给学生，而是通过对知识的消化掌握，将所授知识与相关知识进行联动与扩展，形成以点带面发散式课堂建构。

发散式教学是以现代教育心理学、认知科学等理论为基础的一种教学理论。发散式教学强调在教学过程中，教师应引导学生从不同角度、不同层面进行思考和探索，以激发学生的思维活力，培养其创新能力和解决问题的能力。发散式教学的主要特点是：教学中鼓励学生自由思考，不拘泥于固定的答案和思维模式，即具有较强的开放性；教学中通过提问、讨论等方式与学生进行互动，激发学生的学习兴趣和主动性，即具有较强的互动性；教学中注重培养学生的创新意识和实践能力，鼓励学生在学习中不断探索和创新，即具有较强的创造性。如美国著名的教育心理学家、认知心理学家布鲁纳就认为，在教学过程中教师的作用是要形成一种学生能够独立探究的情境，而不是提供现成的知识。这就相当于是指出教学过程应该是发散式的。发散式教学认为学生的学习过程是一个主动建构知识的过程，而不是被动地接受知识。在本文中，主要专注于发散式课堂的构建。在本文中所谓的发散式课堂，主要是指课堂教学中在原有授课内容基础上，对知识进行联动和扩展，主要表现在一是知识发散，即原授课内容带动对新知识、新领域的了解；二是思维发散，即将原授课内容思维进行发散，从不同方向、途径和角度重新认识知识，寻求新的答案。

以大学高等数学课堂教学为例，由于高等数学课程有其自身的特殊性，绝大多数学生在上课前不会主动做好预习工作，一般都是靠教师的讲授被动式地接受知识，也就是说接受知识的主动性较差。因此，大多数老师在很多情况下是要将知识传授给毫无准备的学生，于是就存在许多需要解决的问题，这对教师和课堂提出了更高的挑战：(1) 要吸引学生的注意力和激发学生的学习兴趣，就要掌握所授知识的来龙去脉，即知识的历史、文化价值；(2) 用什么样的方式开展教学活动才更能让学生主动接受知识的意愿更强，这就需要教师构建发散式的课堂，而不是形式单一、呆板、固化的课堂；(3) 教学中怎样激发学生探索新知识的动力，这需要教师进行知识多元化且相互联动的教学设计，进行知识与知识，新知识与已有认知，教师与学生等的联动与扩展，推进学生对知识多元化的了解和认知，认可新知识的重要价值，才能主动进行学习与探索，更好地掌握新知识。

本文以高等数学课程中两个重要极限的教学为例，对创建知识联动扩展的发散式课堂构建进行探讨，

以期能够对改进课堂教学和对提升教学质量有所裨益。

当前，几乎所有的国内高等数学教材中都特别仔细的介绍了两个重要极限，其中第一个重要极限为 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$，第二个为 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{x}=e$。教材中把这两个极限称为“重要极限”但是却未专门解释为什么这两个极限是重要的，老师上课也很少解释。于是教学中会产生两方面的问题：(1) 从教师的角度来说，备课时应该思考这个问题，能够对重要性有一定的理解的掌握，在有学生问起时能够回答。(2) 从学生的角度来说，应该产生疑问，这两个极限的重要性体现在哪里。师生都理解或者体会到其重要的本质，才能真正重视这两个极限并有意愿和兴趣将其掌握。到现在为止，已经很多文献从不同的方面讨论了两个重要极限的重要性，但大多集中在如何利用两个重要极限求一些新的极限，或者是讨论这两个重要极限本身的一些新的性质[1]-[12]，而忽视了这两个重要极限的应用价值和文化价值，因此大多数情形下在两个重要极限的课堂教学形式单一而且呆板。

在教授一般课本中所列两个重要极限内容的基础上，本文接下来紧扣“重要”二字，先讨论重要极限在理论和应用上重要性的联动与扩展，再讨论重要极限文化价值重要性的联动与扩展，从而为发散式课堂奠定基础。然后以两个重要极限的教学设计为例，探讨知识联动与扩展的发散式课堂构建，进行教学改革探索与研究，使课堂教学内容丰富、融合文化教育，从而更加具有活力。最后，在对新教学方式所产生的实际教学效果进行总结陈述的基础上，对进行知识联动与扩展的发散式课堂构建的意义进行了深入总结。

2. 重要极限理论及应用上重要性的联动与扩展

在教授重要极限这部分内容时，仅仅把两个重要极限的形式讲授给学生，那教学就太过呆板和僵化。在进行教学设计时，如果将重要极限与其它知识，如其推广的更广泛的形式，其在推导其它函数的导数等，进行联动与扩展，能使教学内容更加丰富，教学过程更加充实和灵活。

2.1. 理论上重要性的联动与扩展

(1) 更一般的形式和求极限

首先，两个重要极限可以推广到更一般的情形。

推论 1：若变量 y 是某变化过程中的非零无穷小量，在该变化过程中有 $\lim\dfrac{\sin y}{y}=1$。

推论 2：若变量 y 是某变化过程中的无穷大量，在该变化过程中有 $\lim\left(1+\dfrac{1}{y}\right)^{y}=e$。

利用上述更一般的结果，可以推导出更多深刻的极限结果，而当中有不少结论对数学或其他学科的发展产生了深远的影响。

第一个重要极限为例，它是 $\dfrac{0}{0}$ 型极限，由推论 1，我们可以计算得下面的新极限：

$$\lim_{n\to\infty}\prod_{k=1}^{n}\cos\frac{x}{2^{k}}=\frac{\sin x}{x}。$$

在极限中再令 $x=\dfrac{\pi}{2}$，可以得到圆周率 π 的无穷乘积表达式，即：

$$\frac{\pi}{2}=\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}\cdots}。$$

此即法国数学家韦达在 1593 年发表的韦达公式，它是数学史上第一次用无穷乘积来表示一个数，同

时也是对于圆周率 π 的认识上的重大突破。在此之前，人们对圆周率的估算通常以几何方法为主，即割圆术，当中最重要的代表就是我国数学家祖冲之的结果，他使用割圆术计算到圆内接正 24576 边形，求得圆周率的值在 3.1415926 与 3.1415927 之间。而韦达公式则表明，除了几何方法外，我们还可以通过计算无穷乘积来估算圆周率，这一重要发现，一方面加深了人们对圆周率的认识，另一方面，这也启发了后世数学家探索圆周率的其他表示形式(如沃利斯公式等)。从韦达公式的推导中，第一个重要极限起到了关键的作用，可以说该极限在几何和代数之间架起了一座桥梁，把圆周率计算的几何问题转化为代数计算问题，促进了人们对几何学和代数学的深入研究。

第二个重要极限是 1^{∞} 型极限，说明了在极限过程中变量是幂指函数型，且底数趋向于 1，指数趋向于 ∞，利用第二个重要极限可以得到概率论中有着重要应用的极限：设数列 $\{p_n\}$ 满足 $\lim\limits_{n\to+\infty} np_n=\lambda$ （$\lambda>0$ 为常数)，则对任意非负整数 $0\le k\le n$ ，有

$$\lim_{n\to+\infty} C_n^k p_n^k\left(1-p_n\right)^{n-k}=\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}\text{。}$$

事实上，此极限正是概率论中重要的泊松定理。这个极限表明，若随机变量 X 服从二项分布 $B(n,p)$，当 n 很大，p 或 $1-p$ 很小时，则二项分布可以直接用泊松分布来近似计算，即 $C_n^k p^k(1-p)^{n-k}\approx\dfrac{(np)^k}{k!}e^{-np}$。因此，泊松分布在描述稀疏流事件的概率分布中有着广泛的应用，包括电话呼唤次数、原子放射的粒子数、自然灾害发生的次数等，它们都近似地服从泊松分布。从中也可看到第二个重要极限的关键作用，以及数学分析理论在概率论中的重要应用，而这也是古典概率论向近现代概率论发展的重要一步。

(2) 得到常用等价无穷小

由两个重要极限，可以推得常用的等价无穷小。例如由第一个重要极限得知 $y=\sin x$ 在靠近 0 处的收敛速度与 $y=x$ 几乎一致，即有

推论 3：$\sin x\sim x(x\to 0)$。

运用三角函数公式和三角函数连续性，由推论 3 就可以得到如下的等价无穷小：

$$\tan x\sim x\,(x\to 0)\text{；}\ 1-\cos x\sim\frac{1}{2}x^2\,(x\to 0)\text{。}$$

另外，由第二个重要极限和对数函数的连续性，可以导出如下的等价无穷小

推论 4：$\ln(1+x)\sim x\,(x\to 0)$。

利用推论 2，可知 $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+a^x-1\right)^{\frac{1}{a^x-1}}=e$，由此，可得

$$a^x-1\sim x\ln a\,(a>0,x\to 0)\text{。}$$

以上都是函数极限运算中常用的等价无穷小关系，合理的运用它们，在计算一些较为复杂的极限时，将会有效地降低极限运算的难度。

(3) 推导其他函数的导数

有了两个重要极限，根据导数的定义，利用求极限的方法就可推导出很多基本初等函数的导函数。如利用第一个重要极限，便可求出

$$(\sin x)'=\cos x\text{，}\ (\cos x)'=-\sin x\text{。}$$

利用第二个重要极限，便可求出

$$(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}\ (a>0,a\ne 1,x>0)\text{，}\ (a^x)'=a^x\ln a\,(a>0,a\ne 1)\text{，}\ (x^{\alpha})'=\alpha x^{\alpha-1}\ (\alpha\in R)\text{。}$$

DOI: 10.12677/ces.2025.134259

在知道了以上基本初等函数导数的基础上，利用导数运算法则就可以求所有基本初等函数的导数，进而就可求一切初等函数的导数。这也说明了两个极限结果的重要性更是毋庸置疑的。

2.2. 应用上重要性的联动与扩展

两个重要极限也可用于解决实际应用问题，在教学设计中举出其解决实际应用问题的例子，更能吸引学生，引起学生的学习

(1) 在求圆的面积中的应用举例

魏晋时期数学家刘徽用“割圆术”来求圆的周长、面积以及圆周率。用今天的语言来说，用“割圆术”求半径为 r 的圆的面积，就是用圆内接正 n 边形的面积 A_n 来逼近，即圆的面积 $A=\lim\limits_{n\to\infty}A_n$。因为圆内接正 n 边形可以分成 n 个顶角为 $\frac{2\pi}{n}$，腰长为 r 的等腰三角形，故 $A_n=\frac{nr^2}{2}\sin\frac{2\pi}{n}$. 所以 $A=\lim\limits_{n\to\infty}A_n=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{nr^2}{2}\sin\frac{2\pi}{n}$. 令 $\frac{2\pi}{n}=t$，则由第一个重要极限可知 $A=\pi r^2\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=\pi r^2$。这就相当于用第一个重要极限证明了圆的面积公式。

(2) 第二个重要极限的应用举例

文献[13]中有一个关于混合气体通过吸收层后所含某种气体的浓度计算的实际应用问题。将这个问题改写为如下的问题：圆柱形器皿中盛有可吸收某种有害气体的吸收剂。当吸收剂分布均匀时，吸收该有害气体的量与有害气体的浓度以及吸收层的厚度成正比，比例系数为 k。现有有害气体浓度为 v%的混合气体通过厚度为 d 的吸收层后，有害气体的浓度为多少?

将厚度 d 分成 n 层，每层的厚度为 $\frac{d}{n}$。将每一层的吸收剂看成是均匀分布的，则混合气体通过第一层吸收剂后有害气体浓度为 $v\%\cdot\left(1-\frac{kd}{n}\right)$；通过第二层吸收剂后有害气体浓度为 $v\%\cdot\left(1-\frac{kd}{n}\right)^2$；……；通过第 n 层吸收剂后有害气体浓度为 $v\%\cdot\left(1-\frac{kd}{n}\right)^n$。因此，由第二个重要极限，混合气体通过厚度为 d 的吸收层后其中有害气体的深度为

$$l=v\%\cdot\lim_{n\to\infty}\left[\left(1-\frac{kd}{n}\right)^{-\frac{n}{kd}}\right]^{-kd}=e^{-kd}\text{。}$$

类似于上述问题，第二个极限还在连续复利，生物生长，放射性元素衰变等许多问题中出现，具有非常强的应用性。

3. 重要极限文化价值重要性的联动与扩展

3.1. 启发新思维

(1) 证明中的启发

第一个重要极限的证明过程构思巧妙，从思想方法角度来说，具有重要的启发意义。在极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$ 的证明中，我们通过比较单位圆中圆心角 $x\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$ 所对的内接三角形、扇形和外接直角三角形这三者的面积大小建立不等式：$\sin x<x<\tan x$，然后通过迫敛性定理得到所求极限。证明过程充分体现出数形结合的思想，同时也是迫敛性定理的重要应用。

第二个重要极限的证明则综合运用了单调有界定理、归结原则和追敛性定理。先证明数列 $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}$ 是单调递增且有上界；然后，通过建立夹逼不等式：

$$\left(1+\frac{1}{n+1}\right)^n < \left(1+\frac{1}{x}\right)^x < \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n+1},$$

以及使用追敛性定理得到 $x\to\infty$ 时，$\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ 存在极限，并且该极限为 e。第二重要极限的证明是单调有界定理应用的典型例子，另外，通过归结原则的运用，也可以看到数列极限与函数极限两者间的密切联系。

(2) 对近似计算思维的启发作用

初等函数是由基本初等函数和常数函数经过有限次四则运算或复合运算产生的，能够用一个表达式来表示的函数。但初等函数中除多项函数只包含四则运算，可以人工求值外，其余的均很难人工直接计算其函数值，比如 sin0。1，就不能人工求出。于是寻找这些函数的计算方法，就成为很重要的问题。

由第一个重要极限可知，当 $|x|$ 很小时，有 $\sin x \approx x$，即在 $x=0$ 附近，在精度要求不太高的情况下 $\sin x$ 的值可以用 x 来近似。而 x 是一个 1 次多项式，这启发我们对于像 $\sin x, \cos x, e^x, \ln x$ 等函数可否用一个多项式来近似计算。因此，第一个重要极限是一个很好的启发思考的例子，为后续学习泰勒公式和泰勒级数等数值逼近方面的知识奠定了一定的基础，也对数值逼近思想方法的更加深刻的理解和认识产生积极作用。

3.2. e 的文化价值

柯朗在《什么是数学》一书中指出：“自然指数函数和它的导数恒等，这实际上是指数函数所有性质的来源，并且是它在应用上所以重要的原因。”从众所周知指数函数和对数函数的导数 $\left(a^x\right)' = a^x \ln x$，$\left(\log_a x\right)' = \frac{1}{x\ln a}$ 可知，在指数函数与对数函数中如果以 e 为底，则立即有 $\left(e^x\right)' = e^x$，$(\ln x)' = \frac{1}{x}$，即它们的导数就变得简单明了。于是，选 e 作为指数函数和对数函数的底数，符合数学简洁、方便及实用及美观的要求，因此将以 e 为底的对数为自然对数，而将 e 称为自然底数就顺利成章了[14]。

将 e 取作底数，在各方面都有了很好的应用，如与 e 密切相关的悬链线、双曲正弦曲线、双曲余弦曲线、对数螺线等。将以 e 为底的指数函数展开成幂级数，使得其在近似计算，微分方程求解等多方面带来了很多便利。而将实变量推广到复变量后，使得三角函数可以用以 e 为底的指数函数来表示，更使在很多场合用数学工具解决实际问题获得巨大成功。

4. 发散式课堂的构建

好的课堂是在核心知识点的基础上能够以发散的方式呈现，不仅仅是能够展现所授知识点的原貌，而且要能够对与其相联系的知识进行联接，扩展突破课本的限制，形成内容多元化，呈现方式灵活生动的由点向外辐射的发散式课堂。在对两个重要极限有了较深的理解和掌握，在进行了知识的联动与扩展后，就可以构建以点带面的发散式课堂，使知识的传授形成辐射效应，带动知识广度与深度。表 1 中给出了两个重要极限教学课堂的一种设计模式。限于篇幅和为了使得教学设计可以根据教学实际更加灵活安排和选择内容，表 1 中只给出了设计的要点，公式、定理、例题、教师语言等都没有具体列入。不过从表 1 的设计可以看到，其教学设计将重要极限与其他知识联接、扩展，有故事可讲，有方法与技巧可掌握，有文化熏陶，有价值引领……，整个教学活动丰富而又生动。

Table 1. A brief table of instructional design

表 1. 教学设计简表

教学环节	第一个重要极限	第二个重要极限	教学方法
引入	先介绍刘徽的“割圆术”的基本思想，然后考察用圆内接正多边形的面积逼近圆的面积，得圆的面积为 $A=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{nr^2}{2}\sin\frac{2\pi}{n}$。令 $t=\frac{2\pi}{n}$，则 $A=\pi r^2\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}$，从而引出需要求 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$ 型的极限的问题。	在歌剧《白毛女》和民间故事《阿凡提》中提到了“驴打滚”，“利滚利”等计算利息的方法，其实就是连续复利。以连续复利为例，引出许多实际问题中需要求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$。	课堂讲授
知识点讲授	**环节一(知识讲授)：** 先讲解两个重要极限的证明过程，然后引导学生从证明中感受不等式构造时的巧妙思想。 **环节二(思维发散)：** 通过提问： (1) 第一个重要极限证明中是如何想到利用单位圆轻松得到不等式 $\cos x<\frac{\sin x}{x}<1\ (x>0)$ 的？这个不等式可否有其他证明方法？ (2) 除了课本中第二个重要极限的证明方法外，还有其它的方法，请课后查阅资料，对不同的证明方法进行比较，从中得到启发。 由以上问题引导学生感受证明过程的简洁，以及极限形式的简洁之美，引导学生探索是否有其他的证明方法。		课堂讲授
例题讲解	**环节一(知识发散)：** 提出形如求极限 $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sin(x-2)}{x-2}$ 的例题，引导学生共同推广得到两个重要极限更一般的形式，即若在某变化过程中，α 是不等于 0 的无穷小量，β 是无穷大量，则两个重要极限有更一般的形式： (1) $\lim\frac{\sin\alpha}{\alpha}=1$；(2) $\lim(1+\alpha)^{\frac{1}{\alpha}}=e$，$\lim\left(1+\frac{1}{\beta}\right)^{\beta}=e$。 **环节二(知识讲授与发散)：** 列举如求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan 3x}{\sin 4x}$，$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2-x}{1+x}\right)^x$ 等例题，进行例题讲解，引导学生掌握利用重要极限求一些新极限的方法，要求学生自行总结利用重要极限求极限的方法。 **环节三(新知识发散)：** (1) 由第一个重要极限可知当 $\lvert x\rvert$ 很小时就有 $\sin x\approx x$，从而得到在 $x=0$ 附近 $\sin x$ 的近似计算的问题。从而引导学生理解近似计算的思想、方法，启发进一步学习和探索新方向。 (2) 为解决引例中提出的圆和面积和连续复利的问题，再简要介绍重要极限在生物、化学等其他领域中的应用，激发学生学习兴趣，进行自主探索和学习。		**环节一：** 提问、小组讨论，学生观察、思考得到结论 **其他环节：** 课堂讲授
总结与练习	**总结(知识和思维发散)：** (1) 给学生简要介绍两个重要与其他将要学习的知识的联系，激发学生探索和主动学习兴趣； (2) 简要介绍所蕴含的文化价值：生活中“近似”思想的重要性；自然底数 e 的“自然”如何体现等，给学生提出进一步学习的途径和资料(具体见课外阅读推荐和在线资源)； (3) 引导学生自行总结和体会重要极限的“重要性”所在。 **线下练习与巩固：** 进行课堂练习题；布置课后作业。 **线上练习与巩固：** 回看配套教学视频，自主在线练习		**总结：** 课堂讲授 **练习与巩固：** 线上、线下相结合
评价与提升	**小测验：** 课外学习通发布，在线完成，小测验成绩记入平时成绩。 **课程小论文或小组讨论：** (1) 学生自行总结重要极限之所以重要的原因； (2) 查阅资料列举一个不是课堂讲授的重要极限应用实例。教师评分，并记入平时成绩。		**小测验：** 线上进行 **小论文或小组讨论：** 线上、线下相结合

续表

推荐阅读	李大潜主编《数学文化小丛书》第 4 册：李大潜《圆周率 π 漫话》	李大潜主编《数学文化小丛书》第 12 册：李大潜《漫话 e》	线上或线下自主学习
课外资源	学习强国平台(https://www.xuexi.cn)：数学文化相关慕课学习资源		线上自主学习

5. 总结

先是在 2023 级学生重要极限内容的授课中试点进行知识联动与扩展的发散式课堂教学设计，发现学生主动在课后总结两个重要极限的应用，主动向教师询问相关问题，并对推荐的课外资源产生了深厚的兴趣。这鼓励了进行课堂构建与创新的信心，于是在 2024 级学生中继续采用这种教学设计，并完善了其中部分内容。教学结束后，给学生布置了自行总结两个重要极限的为何重要的课程小论文，绝大部分同学都认真完成。从小论文中可以看出同学们充分的查阅了资料，基本能够总结出重要性的关键所在，这说明知识联动与扩展的发散式课堂构建的确取得了良好的教学效果。下图 1 是两个不同的班采用发散式重要极限课堂教学后进行小测验的统计情况，由统计结果可以看出小测验 80 分以上人数的一个班有 85.55%，另一个班有 94.44%，这也进一步验证了教学达到预期效果。

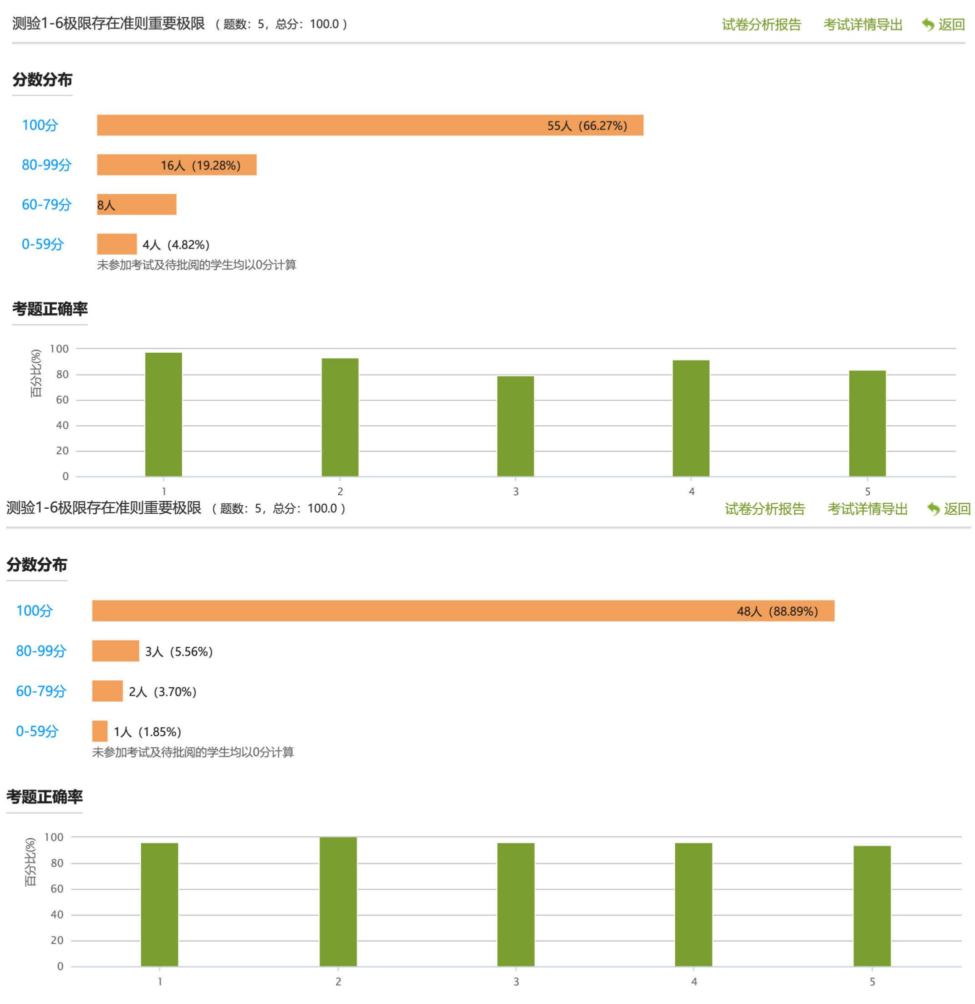

Figure 1. Statistics of the results of teaching tests in two classes

图 1. 两个教学班的教学小测结果统计

课堂教学中将所授知识与其他相关知识进行联动与扩展，使得课堂教学形式形成以点带面的扩散效应，既让学生了解知识之间的联系，发现知识自身理论和应用价值，又能够使学生了解所学知识的历史文化价值。学生懂得了知识的价值，就会主动学习，积极行动起来，成为教学活动的主导教师，而不是被动参与者。知识的联动与扩展能够启发学生新的思维方式，开阔学生的知识视野，拓展学生的知识领域。知识的自身价值及其所蕴含的文化价值又对学生进行人生观、价值观、世界观进行引导和启发，增强文化自信心，培养和塑造学生优秀的人格品质起到重要作用。知识联动与扩展的发散型课堂构建必将有益于实现培养既具有较高思想和人格品质，又具备扎实知识技能的复合型人才的目的。

致　谢

感谢本文审稿人仔细审稿，并提出了有益的修改意见和建议！

基金项目

2022 年度广东省高校教学质量与教学改革工程项目(粤教高函〔2023〕4 号)，2023 年度广东省高校教学质量与教学改革工程项目(粤教高函〔2024〕30 号)。

参考文献

[1] 丁尚文, 段传庆. 重要极限证明的新方法[J]. 高等数学研究, 2024, 27(5): 32-34.
[2] 李文涛, 刘明颖. “第二个重要极限”的教学设计探讨[J]. 高等数学研究, 2021, 24(6): 52-54.
[3] 吴素琴, 王鹏, 王振纬. 基于课程思政建设的重要极限教学设计[J]. 高等数学研究, 2021, 24(4): 125-127.
[4] 徐应祥, 文娟. 情理法视角下的《高等数学》课程思政教育探讨[J]. 文化创新比较研究, 2021, 5(6): 80-82.
[5] 孙小康, 肖政国. 从两个重要极限到拟共形映射的定义的思考[J]. 数学学习与研究, 2021(4): 144-145.
[6] 伍廷蜜, 肖鹏. 数学分析中求极限的几种重要方法[J]. 科技风, 2020(28): 64-65.
[7] 张春香, 龚加安. 高等数学中两个重要极限的推导方法[J]. 课程教育研究, 2019(49): 133.
[8] 杨松林. 也谈两个重要极限的变形[J]. 数学学习与研究, 2019(19): 8-9.
[9] 沈德顺, 赵玉容, 王明, 等. 浅谈第一个重要极限在求解圆的面积中的应用[J]. 农家参谋, 2019(19): 261.
[10] 杨雄. 关于第二个重要极限的教学探索[J]. 保山学院学报, 2017, 36(5): 44-46.
[11] 张永. 两个重要极限在高等数学中的地位[J]. 考试周刊, 2017(49): 103, 137.
[12] 张必胜. 关于两个重要极限的教学[J]. 高师理科学刊, 2017, 37(4): 52-56, 67.
[13] 姜启源, 谢金星, 叶俊. 数学模型[M]. 第 5 版. 北京: 高等教育出版社, 2018.
[14] 李大潜. 漫话 e [M]. 北京: 高等教育出版社, 2013.