

基于建构主义理论的数学教学案例 ——以“椭圆”为例

张栩莹

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2025年2月27日; 录用日期: 2025年5月2日; 发布日期: 2025年5月13日

摘 要

文章以“椭圆及其标准方程”教学为例, 基于建构主义理论开展跨学科教学。圆锥曲线是高中数学重难点, 椭圆传统教学中学生学习被动、难理解定义。文章阐释相关理论概念, 梳理研究现状, 明确价值。经教学分析确定重难点、学情及目标, 将开普勒第一定律融入椭圆教学。通过情境唤起、操作探究、数形推导、应用巩固、总结提升、课后练习等步骤, 提升学生课堂参与度, 助力物理概念向数学定义转化, 培养跨学科思维, 为圆锥曲线后续教学及高中数学教学提供新思路。

关键词

建构主义, 跨学科教学, 开普勒第一定律, 椭圆, 教学设计

Mathematics Teaching Case Based on Constructivist Theory —Taking “Ellipse” as an Example

Xuying Zhang

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Feb. 27th, 2025; accepted: May 2nd, 2025; published: May 13th, 2025

Abstract

The article takes “ellipse and its standard equation” teaching as an example of interdisciplinary teaching based on constructivist theory. Conic curve is a difficult point in high school mathematics, and the traditional teaching of ellipse is passive and difficult for students to learn and understand the definition. The article explains the relevant theoretical concepts, sorts out the current state of

research, and clarifies the value. After analyzing the teaching to determine the key points, learning conditions and objectives, Kepler's first law is integrated into the teaching of ellipses. Through the steps of contextual arousal, operational exploration, numerical and morphological derivation, application and consolidation, summarization and enhancement, and post-course practice, the article enhances students' participation in the classroom, facilitates the transformation of physical concepts into mathematical definitions, cultivates interdisciplinary thinking, and provides new ideas for the subsequent teaching of conic curves and the teaching of mathematics in high schools.

Keywords

Constructivism, Interdisciplinary Teaching, Kepler's First Law, Ellipse, Teaching Design

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 问题提出

建构主义理论是认知心理学派中的一个重要分支，它强调以学生为中心，这与《普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订)》(后文简称课程标准)中强调以学生为中心的理念一致，都关注学生个体差异，重视学生主体地位。课程标准要求学生在椭圆学习中，从具体情境抽象出椭圆，掌握其定义、标准方程和简单几何性质。但传统高中椭圆教学直接演示轨迹曲线，学生被动学习，难以理解定义，影响后续教学[1]。同时，课程标准指出教师要提升素养，联系数学与生活及其他学科，开发优质案例。基于建构主义的跨学科教学，能改变教学方式，提供丰富学习情境，激发学习兴趣[2]。

基于此，文章以建构主义作为理论基础，采用跨学科教学，将开普勒第一定律融入椭圆教学，结合GeoGebra直观演示，帮助学生清晰认知椭圆轨迹和定义，突破教学重难点，为后续圆锥曲线学习奠基。

2. 理论概述

2.1. 建构主义

2.1.1. 建构主义理论的发展进程

建构主义由瑞士心理学家皮亚杰最早提出，是认知心理学派分支。皮亚杰认为儿童在与环境互动中构建外部世界知识，学习实质是以已有经验为基础构建内部心理表征并与环境交互[3]。在哲学领域，意大利的维柯和德国的康德是建构主义先驱。美国的科尔伯格、斯滕伯格和德国的卡茨等心理学家进一步发展了该理论。现代，维果斯基的“文化历史发展理论”强调社会文化背景对认知的重要性，丰富了建构主义内涵。

2.1.2. 建构主义的四要素

建构主义理论在教育领域的应用聚焦于情境、协作、会话和意义建构四个关键要素。这四个要素相互关联，共同构成了建构主义学习环境的核心。

建构主义强调学习应在与生活紧密相连的情境中开展。教师要创设相关问题情境，激发学生兴趣与主动性，培养其解决问题的能力，还需结合学生实际与认知特点，组织实践活动。

协作是重要的学习方式，学习者通过交流共同完成任务、分享资源、评价成果，实现知识建构。小组合作、师生协作和同伴互评是主要形式，互动合作能促进思维碰撞，加深知识理解。

会话是学习者与教师、同伴间的交流，通过思想碰撞、观点分享实现知识建构和意义理解。教学中，

教师可组织小组讨论等活动,学习者要积极参与,培养批判性思维与沟通能力。

“意义构建”是学习的最终目标,学习者在社会文化背景下,借助他人帮助和学习资料,主动探索知识的内在联系、规律及应用价值,获得深刻理解。

2.2. 跨学科教学

“跨学科”一词最早由伍德沃斯(R. S. Woodworth)提出,指突破科学边界涉及几个学科的活动[3]。舒梅克(Shoemaker)在1989年提出了跨学科教学的定义:跨越学科界限,把多个学科课程组合在一起,建立有意义的联系,从而在广阔的领域中学习的教学[4]。

对于跨学科教学理念,学者见解各异。有学者认为跨学科教学是以一个学科为中心,围绕特定题目选取不同学科知识进行教学设计[5];也有学者提出,跨学科教学以特定主题为载体,设定教学目标,基于跨学科概念组织知识,用任务链引导学生探究复杂问题,培养跨学科素养[6]。

跨学科学习是整合不同学科知识和方法,培养学生综合素养与创新能力的教学方法。学生在其中通过互动探索、合作学习和实践应用获取知识,这与建构理论核心理念一致。

2.3. 建构主义理论对跨学科教学的启示

跨学科教学与建构主义理论紧密相连、相互补充,许多学者将建构主义作为跨学科教学的理论基础之一。跨学科教学为建构主义提供实践路径,建构主义则为跨学科教学提供理论支撑。Jonassen的建构主义学习环境理论强调真实问题情境的创设,这与本研究将开普勒定律作为情境导入的设计思路一致[7]。通过将数学概念置于天文学背景中,学生能够建立更深刻的认知关联,符合建构主义“知识情境化”的核心主张。

基于建构主义的跨学科教学以学生为中心,重视知识主动建构与跨学科融合。学生需主动探寻学科联系,培养建构知识的能力。跨学科教学中的合作学习和实践,让学生与环境、他人互动,深化知识体系。建构主义强调学习的主动性、社会性、情境性,教学不能局限于单向知识传授。教师应创设积极环境,激发学生兴趣,引导学生通过合作、探究、实践实现知识自我建构。

3. 国内外研究现状

3.1. 国内研究现状

刘仲林最早将“interdisciplinary”译为“跨学科”,他指出:“跨学科”是超越一个已知学科的传统界域而进行的科学或者教学活动[3]。在新高考改革背景下,跨学科教学受广泛关注。许多国内学者也对此从不同角度不同方面展开了研究,提出了许多建议,也发现了一些问题。

李洪修和崔亚雪从实用性指出当前存在主题选择泛化、内容“跨而不合”和实践缺失问题,认为应把握核心素养、明确目标,注重实践等[8]。于国文、曹一鸣以芬兰“现象教学”为例,从综合性认为跨学科教学基于建构主义,是循序渐进过程,要注重学科逻辑等,且不能取代学科教学[9]。李亚琼等人提出“留白创造式”教学策略,强调通过情境设计、问题对话等环节的开放性留白,结合跨学科案例(如音乐律制)培养学生创新意识,注重学科交叉与数学本质融合[10]。黄翔等人则从课程改革视角指出,数学教学需以“三会”为导向,通过跨学科情境(如美术中的黄金分割)实现知识融通,在课程设计与评价中渗透跨学科思维,同时关注教师素养提升与学科本质保持[11]。任学宝从整体性指出应坚持学科立场、打破界限,以主题为媒介促进学生发展,还应瞄准核心素养等[12]。

3.2. 国外研究现状

芬兰在《2004 基础教育国家核心课程标准》提出跨学科理念,倡导以现象为本的教学,明确义务教

育科目内容, 强调教学要促进学生跨学科素养(transversal competences)的发展[13]。这与建构主义的“知识建构”“跨学科整合”观点一致。其跨学科教学实践体现建构主义理论, 课程依学科逻辑建立联系, 培养学生实践和解决问题能力, 课改与理论相互促进。

美国于 2013 年颁布的《下一代科学教育标准》(Next Generation Science Standards, 简称“NGSS”), 从概念层面整合科学课程[14], 体现建构主义“以学生为中心”理念, 鼓励学生实践探索, 培养科学思维与创新能力, 基于建构主义的跨学科概念有助于学生了解世界结构。

立足我国国情和教育现状, 借鉴芬兰、美国跨学科教学成果, 我们应重视跨学科概念对学生素养发展的价值, 通过循证研究制定适合我国学生的跨学科概念框架和学习进阶标准, 探索将其融入分科课程的方法, 推动跨学科概念在各类课程中深度融合。

4. 研究意义

建构主义理论主张学习是主动建构知识的过程, 跨学科教学是其具体实践, 研究跨学科教学方法能验证和丰富该理论。跨学科研究打破学科界限, 促进知识融合, 基于建构主义开展跨学科教学方法研究, 可为跨学科教育理论发展提供支撑。在建构主义理论指导下, 教师引导学生主动探索、解决问题, 培养跨学科思维与创新能力, 提升学生综合素质, 使学生融会贯通多学科知识, 增强竞争力。开展跨学科教学方法研究, 还能培养适应社会需求的人才, 推动知识创新与社会进步。

5. 教学解析

5.1. 内容分析

内容要点: 本节内容是人教 A 版普通高中教科书数学选择性必修第一册第三章第一节《椭圆》的第一课时。

地位作用: 椭圆是高中数学选择性必修一中重要的基本二次曲线, 学生掌握其定义、性质、各类方程及应用是学习难点。“椭圆及其标准方程”是圆锥曲线章节首节, 在深化直线与圆的方程知识基础上, 为后续学习双曲线方程奠基, 承上启下。

课标精神: 椭圆一章首先从刻画椭圆的几何特征作为导入, 然后进一步以研究椭圆的方程和几何性质来开展全章内容。因此本节课主要利用椭圆及其标准方程在轨迹方程知识中的重要地位培养学生数形结合、类比、归纳等数学思想, 提高其数学核心素养。

基于以上分析, 确定本节教学重难点分别为:

教学重点: 理解椭圆概念及其标准方程, 运用椭圆概念及其标准方程解决问题。

教学难点: 运用直观教具抽象出椭圆概念, 椭圆标准方程的推导。

5.2. 学情分析

圆锥曲线中的椭圆作为数学选择性必修一的内容, 一般都被放在高二学年的学习中。而学生高一时期就已经在物理必修二中学习过了开普勒三大定律, 对太阳系的行星运行规律有大致地了解, 他们知道开普勒第一定律即: 每一行星沿各自的椭圆轨道环绕太阳, 而太阳则处在椭圆的一个焦点上[15]。这为学生学习椭圆方程和几何性质奠定基础。

椭圆学习的难点是标准方程推导, 学生需明晰椭圆定义并正确建立坐标系, 同时具备数形结合、数学运算以及类比归纳能力。椭圆在平面解析几何中难度较大, 对学生的理解和数形结合能力要求颇高。

5.3. 教学目标

根据课程标准和教材内容分析, 结合学生现有知识水平, 拟定如下教学目标:

创设物理情境，引导学生回忆物理知识，借助直观教具演示，让学生对椭圆形成初步印象，抽象出椭圆概念，推导并运用标准方程，提升推理与解决问题的能力。

经合作交流，引导学生抽象出椭圆概念及标准方程，助力学生理解概念、掌握方程，提升数学抽象、逻辑推理和数学运算素养。

通过独立思考、自主学习、合作交流和师生互动，使学生获取椭圆概念及标准方程，体会数学应用价值，增强合作交流、人际交往与语言表达能力。

5.4. 教学方法

本研究采用准实验研究设计，选取同年级两个平行班级作为研究对象。实验班($n = 45$)采用跨学科教学，对照班($n = 43$)采用传统讲授法，文章展示教学设计运用跨学科教学。通过前测 - 后测成绩对比、课堂观察量表、学生访谈等方式，运用 SPSS 26.0 进行独立样本 t 检验和质性分析，验证教学效果差异。

椭圆是圆锥曲线一章中的第一节，对学生进行后续其他圆锥曲线的学习起到铺垫。本节以跨学科教学的方式进行导入，以探求并得到椭圆的性质及其标准方程，教学流程图见图 1。

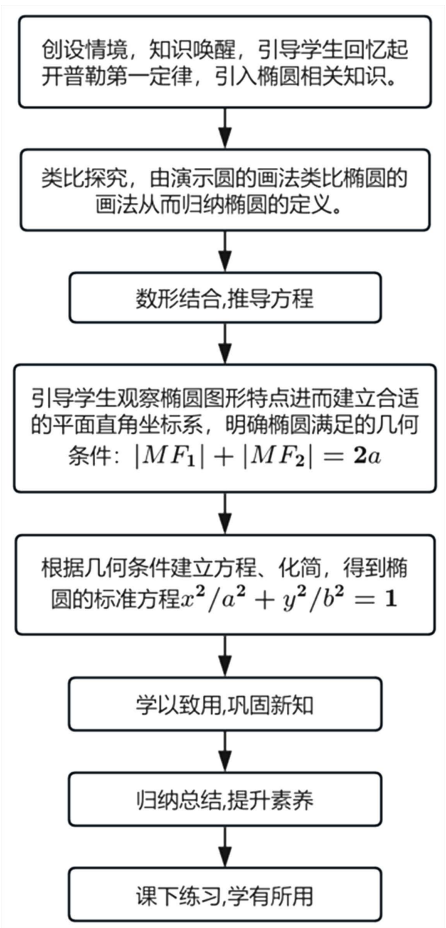


Figure 1. Teaching flowchart
图 1. 教学流程图

教学时，先播放太阳系行星运行视频，引导学生回忆开普勒第一定律，在学生椭圆及其焦点有初步认知后，借助直观教具演示、用 GeoGebra 动态展示椭圆形成过程，把学生对椭圆的物理认知转为数学

认知。学生通过观察，用类比法归纳椭圆定义，再用数形结合推导标准方程。

传统椭圆教学直接从直观教具演示开始，学生被动接受知识，认知过程不完整。文章采用跨学科教学，融合开普勒定律与椭圆教学，以学生已掌握的开普勒第一定律为基础引导回忆，助力知识建构，开展椭圆内容学习。

6. 过程设计

6.1. 创设情境，知识唤醒

教师用 PPT 给出如下图片。

问题 1：同学们都知道，我们生活的星球无时无刻围绕太阳运动，从图 2 中，同学们可以得出什么结论呢？

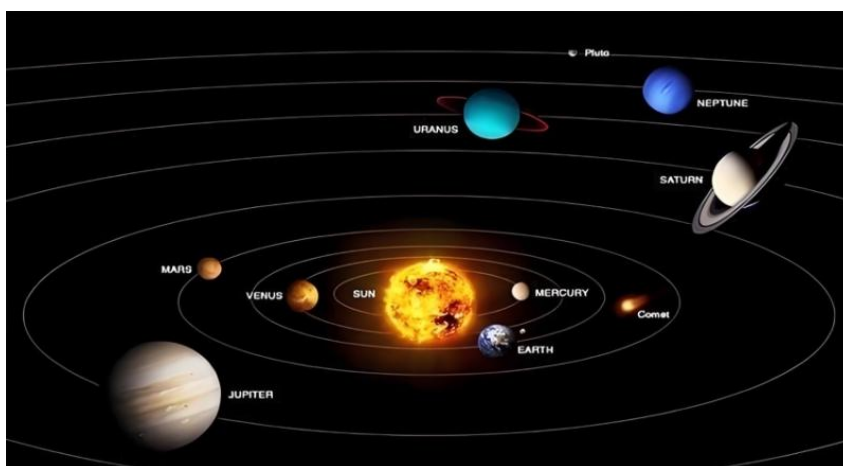


Figure 2. Planetary orbit
图 2. 行星运行轨迹

师生活动：学生的观点产生分歧，分别认为太阳系中的各行星绕太阳运行的轨迹是椭圆和近似圆形的轨道。教师使用多媒体播放太阳系各行星运行轨迹视频，引导学生们观察。

问题 2：通过观看刚才的视频，同学们能够得出太阳系中各行星绕太阳运行的规律吗？

师生活动：学生得出结论：太阳系中的各行星绕太阳运行的轨迹是一个椭圆，且太阳也不处于运行轨道的正中心，而是在椭圆的一个焦点上。教师由此引导学生回顾开普勒第一定律。

追问：同学们能表述出开普勒第一定律吗？

学生活动：开普勒第一定律即：每一行星沿各自的椭圆轨道环绕太阳，而太阳处在椭圆的一个焦点上[15]。

追问：同学们可以大致画出地球绕太阳活动的轨迹吗？

引导学生画出地球环绕太阳运行的轨迹图，轨迹图为一个椭圆，太阳在焦点位置，从而引出今天所学内容。

【设计意图】利用学生之前学过的开普勒第一定律引导学生回忆起椭圆相关储备知识，方便进行新旧知识的衔接，减小学生的学习难度，淡化学生对新知识的陌生感。

6.2. 操作感知，合作探究

教师活动：通过回忆我们知道地球绕太阳旋转的轨道是椭圆，而且也画出了椭圆的大致曲线，接下

来我们能否借助教具画出一个标准的椭圆呢。我们已经学习过了圆的标准方程及其几何性质，知道如果取一根定长的细绳，把它的两端都固定在图板上的同一点，套上笔，拉紧绳子，移动笔尖，这时笔尖(动点 M)画出的轨迹是一个圆，教师用 GeoGebra 展示圆的运动轨迹。在开普勒修正轨道运行规律前，先人们都认为太阳是太阳系的中心，地球就绕太阳做这样的圆周运动。如果把细绳的两端拉开一段距离，分别固定在图板的两点 F_1, F_2 ，套上铅笔，拉紧绳子。

问题 3：移动笔尖画出的轨迹是什么曲线？

探究 1：取一条定长的细绳，把细绳的两端拉开一段距离，分别固定在图板的两点 F_1, F_2 ，套上铅笔，拉紧绳子，移动笔尖(点 M)。

学生活动：画出的轨迹是椭圆。

追问：在这一过程中，移动的笔尖满足的几何条件是什么。

学生活动：笔尖移动的过程中，细绳的长度保持不变。即笔尖到两个定点距离的和等于常数。可以把两个定点间的距离表示为 $2c$ ，把笔尖到两个定点距离的和表示为 $2a$ 。

问题 4：是不是所有平面内与两个定点 F_1, F_2 的距离的和等于常数的点的轨迹都是一样的呢？如果这个常数小于或等于 $|F_1 F_2|$ 时，相应的轨迹存在吗，是什么？小组进行 5 分钟讨论。

学生活动：学生小组进行分情况讨论后得出结论，可以得出三种情况。

当 $2c < 2a$ 时，如图 3 所示，此时动点的轨迹是椭圆。

当 $2c = 2a$ 时，如图 4 所示，轨迹为一条线段。

当 $2c > 2a$ 时，轨迹不存在。

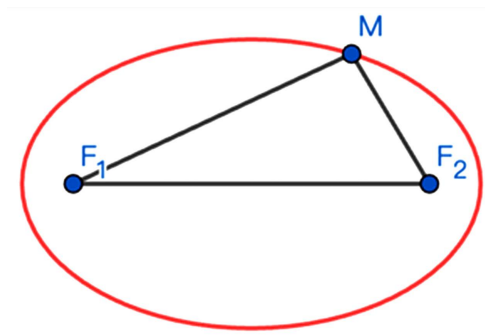


Figure 3. Trajectory diagram of a moving point
图 3. 动点轨迹图



Figure 4. Trajectory diagram of a line segment of a moving point
图 4. 动点线段轨迹图

定义 1：我们把平面内与两个定点 F_1, F_2 的距离的和(用 $2a$ 来表示)等于常数(大于 $|F_1 F_2|$)的点的轨迹叫做椭圆，这两个定点叫做椭圆的焦点，两焦点间的距离叫做椭圆的焦距(用 $2c$ 来表示)，焦距的一半称为半焦距。

学生分组实验时，教师通过课堂观察记录到：83%的小组能正确归纳出“距离之和为定值”的几何特征，但仍有 17%的小组混淆了“距离之和”与“距离之差”。例如第三小组在讨论中提出“是否像双曲线那样存在差值”，教师通过 GeoGebra 动态演示双曲线生成过程，帮助学生建立概念对比。

【设计意图】通过直观演示和学生动手操作，增强学生参与感，提升动手能力，促使学生将对椭圆的物理认知转化为数学标准图形。借助分组讨论，提高学生归纳和交流能力，使其明晰椭圆定义的几何条件。鼓励学生独立思考，提升分析和解决问题的能力。

6.3. 数形结合，推导方程

探究 2：在之前直线与圆的位置关系判断的学习中，我们通过建立坐标系的方式进行了讨论，能否根据椭圆的几何特征，选择合适的坐标系建立椭圆的方程呢？

学生活动：观察我们画出的图形，可以发现椭圆具有对称性，而且过两个焦点的直线是他的对称轴，所以我们将以经过椭圆两焦点 F_1, F_2 的直线为 x 轴，线段 F_1F_2 的垂直平分线为 y 轴，建立平面直角坐标 Oxy 。点 M 是椭圆上一点，在开普勒定律中，点 M 实际上就代表着地球，而太阳则可以用点 F_1 或 F_2 指代；点 M 坐标为 (x, y) ，椭圆焦距为 $2c$ ，故 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$ 点 M 到两焦点的距离之和为 $2a (a > 0)$ 。

问题 5：你能从上述信息中得到什么结论。

学生活动：根据椭圆定义知 $|MF_1| + |MF_2| = 2a$ ，因此可以由两点间距离公式展开计算。由两点间距离公式我们可以得到等式(1)：

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} + \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = 2a \quad (1)$$

追问：我们如何用简便方法化简这个等式呢？给同学们一个提示，这里我们能够用到初中学过的分子有理化进行化简，同桌之间可以互相讨论。

学生活动：将分子进行有理化可以得到等式：

$$\frac{[(x+c)^2 + y^2] - [(x-c)^2 + y^2]}{\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2}} = 2a$$

化简可得到等式(2)：

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} - \sqrt{(x-c)^2 + y^2} = \frac{2c}{a}x \quad (2)$$

将等式(1)与等式(2)联立即可得到等式(3)：

$$\sqrt{(x+c)^2 + y^2} = \frac{c}{a}x + a \quad (3)$$

此时等式中只有一个根式，将等式(3)两边同时平方可得：

$$x^2 + c^2 + 2cx + y^2 = \frac{c^2}{a^2}x^2 + a^2 + 2cx$$

$$x^2 \left(\frac{a^2 - c^2}{a^2} \right) + y^2 = a^2 - c^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$$

最终通过计算得出结论：

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1 (a^2 - c^2 \neq 0)$$

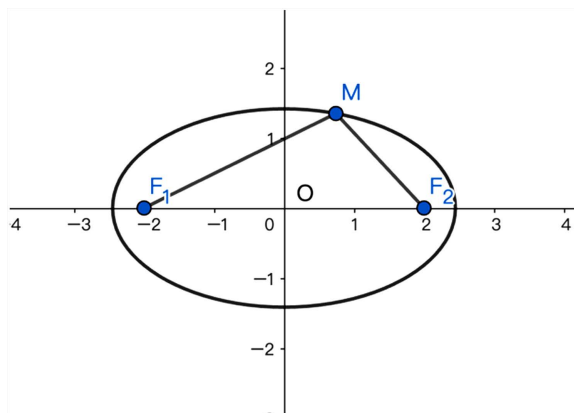


Figure 5. Ellipse with focus on the x-axis

图 5. 焦点在 x 轴上的椭圆

追问： a 、 c 以及 $\sqrt{a^2 - c^2}$ 分别代表的线段是什么。

学生活动： $|AF_1| + |AF_2| = a$ ， $|OF_1| + |OF_2| = c$ ， $AO = \sqrt{a^2 - c^2}$ ，为了方便，用 b 代替 $\sqrt{a^2 - c^2}$ 。从而得出椭圆的标准方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$$

如图 5 所示，此时它表示的是焦点在 x 轴上焦点为 $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$ 的椭圆， $c^2 = a^2 - b^2$ 。

观察和思考：如果焦点在 y 轴上，焦点为 $F_1(0, -c)$, $F_2(0, c)$ ， a 和 b 意义同上，椭圆的标准方程是什么。学生讨论后得出结论：

$$\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$$

如图 6 所示，此时它代表的是焦点在 y 轴上的椭圆。

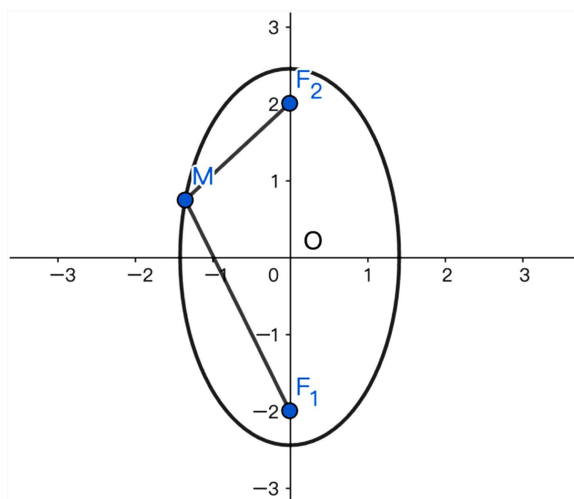


Figure 6. Ellipse with focus on the y-axis

图 6. 焦点在 y 轴上的椭圆

【设计意图】通过建立直角坐标系，将椭圆放入其中，采用数形结合的方法，使对椭圆几何关系的

建立更加简化，锻炼了学生的运算能力，学生积累了经验，为后续椭圆的学习打下基础。

6.4. 学以致用，巩固新知

例 1：已知椭圆的两个焦点坐标分别是 $(-2,0)$, $(2,0)$ ，并经过点 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ ，求它的标准方程。

学生活动：由于椭圆的焦点在 x 轴上，所以设它的标准方程为

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$$

由椭圆的定义知 $c = 2$ ，

$$2a = \sqrt{\left(\frac{5}{2} + 2\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{5}{2} - 2\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = 2\sqrt{10},$$

所以 $a = \sqrt{10}$ 。

所以 $b^2 = a^2 - c^2 = 10 - 4 = 6$ 。

所以，所求的椭圆的标准方程为

$$\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{6} = 1$$

追问：已知 $a = 4$, $c = 1$ ，焦点在 y 轴上，求椭圆标准方程。

学生活动：求得椭圆方程为：

$$\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{16} = 1$$

思考：如图 7，在圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上任取一点 P ，过点 P 作 x 轴的垂线段 PD ， D 为垂足，当点 P 在圆上运动时，线段 PD 的中点 M 的轨迹是什么？为什么？

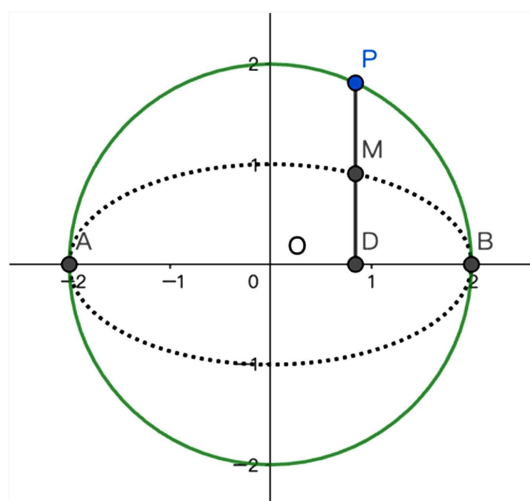


Figure 7. Example 1 figure

图 7. 例题 1 图

学生活动：由计算可知点 M 的轨迹是椭圆，教师可以用 GeoGebra 演示点 M 的动态轨迹。

通过课后测试数据分析显示，实验班在椭圆定义理解题上的正确率(89.3%)显著高于对照班(72.1%)，

$t(86) = 3.27, p < 0.01$ 。典型错题分析表明，对照班有 28% 的学生误将“距离之和”等同于“焦距”，而实验班仅 9% 出现类似错误。

【设计意图】给出例题带领学生分析问题、解决问题，通过布置例 1 学生清楚知道如何利用椭圆的概念解决问题，通过追问，而学生能够分清焦点在 x 轴与 y 轴的标准方程，提高学生分析问题和解决问题的能力，提高数学运算能力。

6.5. 归纳总结，提升素养

数学知识回顾：教师引领学生回顾椭圆标准方程知识，明确重难点，学生自主归纳，教师总结。

思想方法总结：本节课我们学习了椭圆概念与标准方程，用分类讨论得出椭圆定义，借数形结合掌握标准方程并能用相关知识解决问题。

素养能力提升：引导学生自主思考、总结知识。用数学眼光观察、思想思考、语言表达。提升数学抽象与运算素养，锻炼独立分析和解决问题的能力。

【设计意图】通过归纳概括本节课所学知识，不仅能使学生加深对知识的理解，建立自己的知识体系，而且有利于教师了解学生新知掌握情况，为后面教学设计做铺垫。

6.6. 课下练习，学有所用

知识巩固

完成课本 P₁₀₉ 页练习 2 题

思考拓展

已知 A 、 B 两点的坐标分别是 $(-1,0)$ 、 $(1,0)$ ，直线 AM ， BM 交于点 M ，且直线 AM 的斜率与直线 BM 的斜率的商是 2，点 M 的轨迹是什么？为什么？

【设计意图】通过布置作业，巩固学生本节课所学知识，为后面的教学奠定基础。

7. 课堂板书设计

板书设计如图 8 所示：

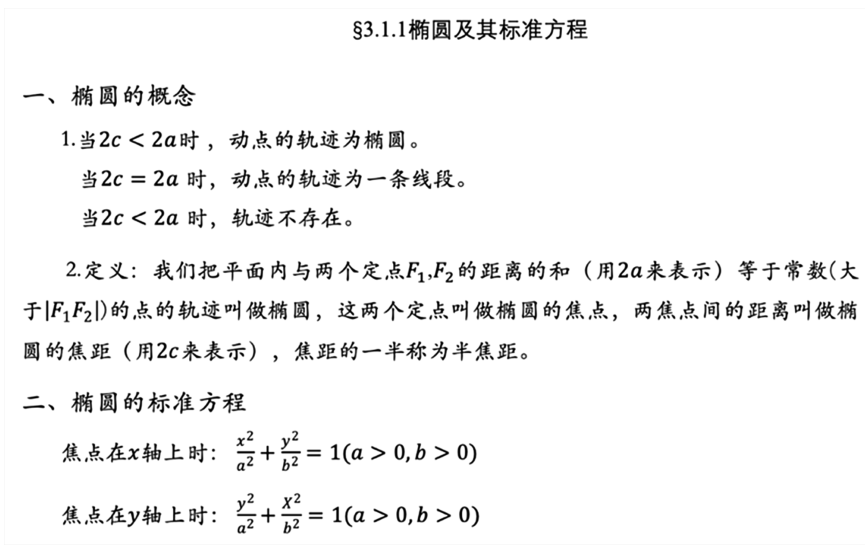


Figure 8. Blackboard design
图 8. 板书设计

8. 方法启示

基于建构主义理论的跨学科教学,培养学生“现象-分析-描述-求解”的跨学科思维能力,将具体现象转化为多学科问题并求解,再做分析[16]。在“椭圆及其标准方程”教学中,采用跨学科方式,整合学生已有的开普勒第一定律等物理知识与椭圆学习,引导学生主动学习,把物理概念转化为数学定义,实现物理知识数学化、抽象化,提升学生课堂参与度。

8.1. 创造合适教学情境,引导学生自主探究

建构主义视学生为学习核心,是知识建构者,而非被动接受知识,这冲击了传统“填鸭式”教学。在基于建构主义的跨学科教学中,教师要发挥主导作用,保障学生主体地位。学生需主动参与,通过探索、实践建构知识,教师则要创设真实且有意义的情境,激发学生兴趣,助其理解、运用知识。

8.2. 鼓励合作学习

在教学中开展合作学习,是建构主义学习理论的重要实践。合作学习能促进知识建构,培养学生团队协作、沟通及批判性思维能力。教学前,教师要明确目标任务,组建学习小组,提供支持资源,营造良好氛围,监督评价小组学习进度和成果。这能激发学生学习兴趣,助其理解、应用知识,提升解决实际问题的能力。

8.3. 充分利用多媒体教学

多媒体教学是现代教育重要趋势,具有直观、生动、信息量大的优势,能丰富教学内容,提升教学效果。在数学教学中,其直观性尤为突出,比如演示椭圆轨迹生成过程。运用多媒体教学,能激发学生兴趣和参与度,但教师要关注学生反馈,持续优化教学策略,助力学生学习成长。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订)[M]. 北京:人民教育出版社,2020:40.
- [2] 谢玉平. 高中数学跨学科整合教学实践研究[J]. 广西教育,2022(35):66-68.
- [3] 陈琦,刘儒德. 当代教育心理学[M]. 北京:北京师范大学出版社,2019.
- [4] 段素芬. 丹麦中学数学与科学跨学科教学的启示[J]. 教学月刊(中学版),2014(3):3-6.
- [5] 杜惠洁,舒尔茨. 德国跨学科教学理念与教学设计分析[J]. 全球教育展望,2005,34(8):28-32.
- [6] 李序花,冯春艳,马红亮,等. 跨学科主题教学:基本内涵、价值向度及设计路径[J]. 天津师范大学学报(基础教育版),2023,24(6):1-6.
- [7] Jonassen, D.H. (2000) Toward a Design Theory of Problem Solving. *Educational Technology Research and Development*, 48, 63-85. <https://doi.org/10.1007/bf02300500>
- [8] 李洪修,崔亚雪. 跨学科教学的要素分析、问题审视与优化路径[J]. 课程·教材·教法,2023,43(1):74-81.
- [9] 于国文,曹一鸣. 跨学科教学研究:以芬兰现象教学为例[J]. 外国中小学教育,2017(7):57-63.
- [10] 李亚琼,宁连华,黄贤明. 跨学科视域下数学留白创造式教学的内涵与策略[J]. 教学与管理,2024(27):83-87.
- [11] 黄翔,童莉,史宁中. 谈数学课程与教学中的跨学科思维[J]. 课程·教材·教法,2021,41(7):106-111.
- [12] 任学宝. 跨学科主题教学的内涵、困境与突破[J]. 课程·教材·教法,2022,42(4):59-64,72.
- [13] Finnish National Board of Education (2016) National Core Curriculum for Basic Education 2014. English Edition. Finnish National Board of Education.
- [14] 王子涵,刘茂军. 美国《下一代科学教育标准》中跨学科概念“模式”的特点与启示[J]. 中小学教材教学,2022(2):46-50.
- [15] 开普勒. 宇宙和谐论[M]. 北京:中国社会科学出版社,1619.
- [16] 华志远. 以高中数学为主导的跨学科教学探索与思考[J]. 数学通报,2022,61(6):30-33,37.