

支架式教学在高中数学教学中的应用

——以人教A版“二项分布”为例

童晓慧, 何方国

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2025年3月3日; 录用日期: 2025年5月13日; 发布日期: 2025年5月22日

摘要

支架式教学是当代高中数学课堂教学的一种重要模式, 支架式教学以搭建支架的方式引领学生认知知识、领悟知识、掌握知识。基于此, 文章简单阐述支架式教学在高中数学教学中的教学策略, 即灵活搭建支架; 利用支架衍生问题; 学生自主探究; 加强巩固训练; 重视成果评价。并以“二项分布”内容为例, 探讨支架式教学在教学过程中的具体应用和注意事项。

关键词

支架式教学, 高中数学教学, 二项分布

The Application of Scaffolding Instruction in Senior High School Mathematics Teaching

—Taking “Binomial Distribution” in the People’s Education Edition A Textbook as an Example

Xiaohui Tong, Fangguo He

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Mar. 3rd, 2025; accepted: May 13th, 2025; published: May 22nd, 2025

Abstract

Scaffolding instruction is an important mode in contemporary senior high school mathematics classroom teaching. It guides students to recognize, comprehend and master knowledge by means of constructing scaffolds. Based on this, this article briefly expounds the teaching strategies of scaffolding instruction in senior high school mathematics teaching, namely flexibly constructing scaffolds,

deriving problems by using scaffolds, enabling students to conduct independent inquiry, strengthening consolidation training, and attaching importance to achievement evaluation. Taking the content of "binomial distribution" as an example, this article explores the specific application of scaffolding instruction in the teaching process and the matters needing attention during the teaching process.

Keywords

Scaffolding Instruction, Senior High School Mathematics Teaching, Binomial Distribution

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《普通高中数学课程标准(2017年版)》的基本理念包括把握数学本质, 启发思考, 改进教学; 重视过程评价, 聚焦素养, 提高质量。即教学要创设合适的教学情境, 启发学生思考, 引导学生把握数学内容的本质。提倡独立思考、自主学习、合作交流等多种学习方式。开发合理的评价工具, 建立目标多元、方式多样、重视过程的评价体系。而支架式教学正是符合新课标所要求的以学生发展为本、引导学生思考、重视多种学习方式结合、实施多种评价反馈的教学模式。故支架式教学在高中数学教学中的应用既是对当代教学模式的改进, 也是对新课标的践行。

2. 支架式教学的理论基础

支架式教学是建构主义学习理论下的一种教学模式, 是通过为学生提供教学支架的方式引领学生深层次理解教学内容的一种教学模式[1]。支架式教学源于苏联心理学家维果斯基提出的“最近发展区”理论, 支架式教学就是教师在学生的最近发展区内搭建支架, 帮助学生从现有学习水平提高到更高的水平。搭建教师支架是指在课堂教学之前, 教师分析教学内容、学情, 搭建不同的支架[2]。

在支架式教学模式中, 教师只有认清各种支架的类型及特点, 才能选择适合教学内容的支架辅助教学。按照支架的性质, 可分为认知支架和情感支架。其中, 认知支架又可分为问题类、实物类和情境类[3]。教师可根据本节授课内容的特点, 设置合适的认知支架。同时, 支架也可广义地将支架分为水平学习支架、垂直学习支架、情境支架、工具支架、图表支架、能力迁移支架、情感支架、评价支架、问题支架、范例支架、建议支架、策略支架等。在新知识学习情境下, 学生缺乏对新知的认知, 此时利用情境支架吸引学生学习兴趣, 范例支架展示新知, 让学生有直观认识, 便于后续学习。同时可利用问题支架, 引导学生思考, 为后续教学讲解作铺垫。在探索学习情境下, 可采用水平学习支架、垂直学习支架等, 开展不同类型的知识教学和学习迁移。在小组合作学习情境下, 各支架也可结合发挥作用, 范例支架提供参考标准, 问题支架促进讨论, 能力迁移支架促进学生进行学习迁移, 助力学生能力提升。在复习总结情境下, 图表支架可帮助学生快速清晰展现知识关联, 评价支架助力学习效果的反馈。即教师要考虑支架式教学在不同学习情境下的适用性。且教师在运用各种支架进行教学时, 需注意教学应包括五个环节: 第一, 搭脚手架——以目前学习主题为中心, 以“最近发展区”为背景去建构概念框架; 第二, 进入情境——创造相关的问题情境使学生进入(概念框架中的某个节点); 第三, 独立探索——让学生进行自主探究; 第四, 协作学习——小组之间相互交流、学习; 第五, 效果评估——对学习后的效果评估不仅包

括自我评估还有他人的评估[4]。

除教学环节的完整性, 教师在进行支架式教学还需要遵守三条重要原则: 以学生为中心, 学生在教师的指导下完成具有挑战性的任务, 积极参与、深度探究、勇于批判、乐于分享, 体现学生的“主体性”[5]; 以问题为核心, 教师搭建问题支架, 层层诱导, 帮助学生实现“知识获得”和“潜能发展”意义建构。教学关注的焦点是那些“形成”的过程, 而非“完成”的过程[6]; 注重评价反馈, 有教师评价、生生互评、学生自评等。

3. 支架式教学在高中数学教学中的教学策略

高中数学教学内容具有一定的灵活性, 其教材从阅读自学、独立思考、实践探究与合作交流等方面布局, 便于学生循序渐进地学习新概念, 有利于新旧知识的联系, 还能满足不同层次学生的实际学习需求, 整体呈现理论抽象与辩证思考的特点。故其对教师教学的要求则是需加强学生数学能力的培养, 让其知道原理、清楚思路、理解知识、运用技巧与迁移转化, 从而形成逻辑思维、空间想象及推理运算等能力[7]。

结合高中数学学科特征, 合理地运用支架式教学可高效地完成学生掌握知识、发展能力的教学目的。其中, 支架式教学模式下的高中数学课堂教学应以支架式教学的六大环节, 搭建支架、创设情境、独立探索、协作学习、效果评价、真实运用为主线, 以教师和学生的实时互动为助推力, 以各类支架为支撑进行设计[8]。

3.1. 灵活搭建支架, 引导学生主动学习

教师需灵活搭建支架, 引导学生主动学习。根据学生实际学情和教学内容设计合理的支架, 引导学生攀爬式学习。搭建支架时一定要结合学生最近发展区和教学目标, 如在应用情境教学法搭建教学支架时, 教师需要注意教学情境的创设目的、创设内容以及创设方法, 以免创设不符合支架式教学应用标准的教学情境, 影响支架式教学的教学效果[9]。

3.2. 支架衍生问题, 推动学生积极思考

教师需利用支架衍生问题, 推动学生积极思考。支架式教学要求教师逐步引导学生建立完整的知识体系。教师通过搭建合理支架, 以此对问题进行延展扩充, 让学生立足于支架实现对知识的攀登学习, 便可达到分层次、分阶段教学的目的, 促进学生的积极思考, 助力学生实现最近发展区的飞跃。

3.3. 创设探究环境, 学生小组合作学习

教师需创设自主探究环境, 让学生小组合作学习。重视巩固练习, 助力学生能力提高。引导学生独立思考、合作探究、巩固运用是实施支架式教学的重要环节。支架式教学中, 学习的主体为学生, 教师给学生营造良好的学习环境后, 便需学生自身主动学习思考, 加强与同学间的合作交流, 共同完成对知识的建构, 以不断培养学生的团队合作精神和沟通能力。巩固练习则是学生学习新知后, 必不可少的一步, 加强对相关内容的巩固与练习, 能不断提高学生对知识点运用的熟练度, 完善学生的知识结构和学生的数学运算、逻辑推理等核心素养。

3.4. 重视成果评价, 强化学生能力水平

教师需重视成果评价, 强化学生能力水平[10]。效果评价和反馈机制在支架式教学中至关重要。教师可根据评价结果, 对学生提供针对性的指导和建议, 及时调整教学策略, 提高教学效率。同时, 学生间的互评也至关重要, 引导学生发现问题、自我反思、不断改正提高。

4. 支架式教学在二项分布教学设计中的应用

4.1. 二项分布教学设计思路

本节课来源于人教 A 版选择性必修三第七章第 4 节第 1 课时的内容。在此之前, 学生已经学习了离散型随机变量的有关知识, 本节课便是利用这些已学知识研究一类重要的概率模型二项分布。根据学生现有学习情况结合教学内容, 确定了本节课教学目标为理解 n 重伯努利试验及二项分布, 并能解答一些简单的实际问题。学生能类比迁移求出 n 重伯努利试验和二项分布有关概率计算的通项公式。感悟数学知识之间的密切联系, 在学习探讨的过程中培养逻辑推理、数学抽象的核心素养和与他人沟通交流的能力。

二项分布相关内容在生活中较为常见, 教学素材丰富, 教师可利用情境支架、问题支架、水平迁移支架、范例支架等多个支架层层递进地讲授教学内容, 充分地利用学生的已有知识, 进行知识的延伸。故结合支架式教学本节课的教学过程设计思路如图 1 所示。

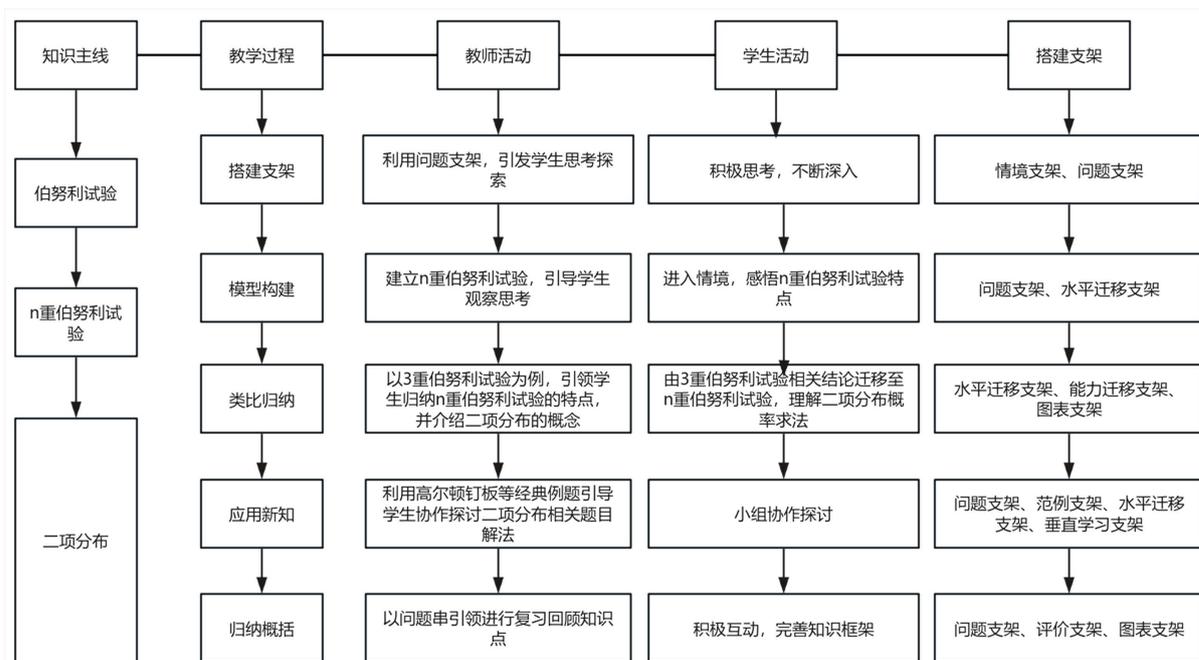


Figure 1. Design ideas for the teaching process

图 1. 教学过程设计思路

4.2. 二项分布教学过程设计

环节一: 创设情境, 布疑激趣

【搭建情境支架、问题支架】

甲乙两名同学玩抛硬币的游戏, 现规定将一枚质地均匀的硬币随机抛掷 100 次, 如果出现 50 次正面向上, 则甲胜, 否则乙胜。

师生活动: 教师提出以下问题, 学生独立思考后作答。

问题 1: 每次试验中可能出现的结果有几种?

问题 2: 每次试验中出现正面向上的概率是多少?

问题 3: 最可能出现多少次正面向上?

问题 4: 这样处理公平吗?

设计意图: 首先搭建玩抛硬币的经典游戏情境, 让学生进入学习情境中学习、思考。接着通过搭建多个问题支架, 引领学生又浅入深地进行思考, 为接下来的水平迁移学习做铺垫。

环节二: 探究问题, 抽象概念

【搭建水平学习支架】

学生回答上述 4 个问题后, 教师引导学生抽象出问题的特征, 即抛硬币的每次结果只有两种可能且每次抛硬币的结果都是相对独立的。接着向学生介绍伯努利试验和 n 重伯努利试验。

我们把只包含两种可能结果的试验叫做伯努利试验。

如果将一个伯努利试验独立地重复进行 n 次所组成的随机试验称为 n 重伯努利试验。

同时, 教师指出 n 重伯努利试验具有如下共同特征: 同一个伯努利试验重复做 n 次; 各次试验的结果相互独立。注意事项: 在伯努利试验中, 我们关注某个事件 A 是否发生, 而在 n 重伯努利试验中, 我们关注事件 A 发生的次数 X 。

设计意图: 通过抛硬币这一经典 n 重伯努利试验向学生搭建水平学习支架。让学生先感受抛硬币这一实验的特征, 进一步水平迁移至伯努利试验和 n 重伯努利试验的学习, 由熟悉的学习知识抽象出本节课所讲授的知识, 教学过程衔接流畅自然。

环节三: 类比联系, 拓展新知

【搭建水平学习支架、能力迁移支架、图表支架】

教师进行模型构建: 探究投掷一枚图钉, 设针尖向上的概率为 p , 则针尖向下的概率为 $1-p$, 连续掷一枚图钉 n 次。

问题 1: 针尖恰有 0 次向上的概率。

问题 2: 针尖恰有 1 次向上的概率。

问题 3: 针尖恰有 2 次向上的概率。

问题 4: 针尖恰有 k 次向上的概率。

A_i 表示事件“第 i 次掷得针尖向上”, 其中 $i = 0, 1, 2, \dots, n$ 。

B_k 表示事件“连续掷了 n 次图钉, 恰有 k 次针尖向上”, 其中 $k = 0, 1, 2, \dots, n$ 。

现讨论针尖向上次数 X 的分布列。

师生活动: 教师提醒为方便理解, 我们可以先展现共抛 3 次针尖, 针尖向上次数 X 的分布列。学生进行分组讨论, 协作作答。

用图 2 树状图表示试验的可能结果。

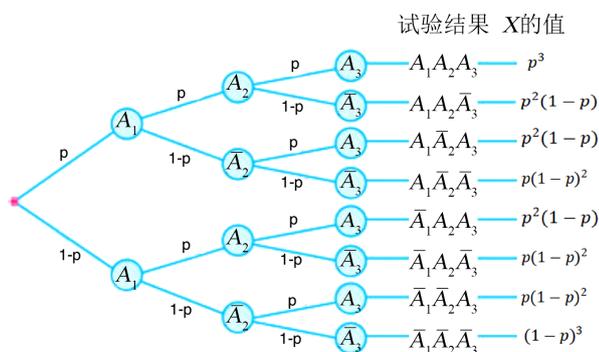


Figure 2. Tree diagram

图 2. 树状图

由分步乘法计数原理, 3 次独立重复试验共有 $2^3 = 8$ 种可能结果, 它们两两互斥, 每个结果都是 3 个相互独立事件的积。由概率的加法公式和乘法公式得 $P(X = 0) = P(\bar{A}_1\bar{A}_2\bar{A}_3) = (1-p)^3$,

$$P(X = 1) = P(A_1\bar{A}_2\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1A_2\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3) = 3p(1-p)^2,$$

$$P(X = 2) = P(A_1A_2\bar{A}_3) + P(A_1\bar{A}_2A_3) + P(\bar{A}_1A_2A_3) = 3p^2(1-p),$$

$$P(X = 3) = P(A_1A_2A_3) = p^3。$$

又因抛 3 次针尖, 恰好有 1 次针尖向上的情况有 3 种, 但这 3 种情况的发生概率都相等, 且与是第几次针尖向上无关。因此, 抛 3 次针尖有 1 次针尖向上的概率为 $C_3^1 p^1 (1-p)^2$, 同理可表示出 0 次、2 次、3 次针尖向上的概率, 故抛 3 次针尖, 针尖向上次数 X 的分布列为 $P(X = k) = C_3^k p^k (1-p)^{3-k}$ 。

设计意图: 在教师介绍完伯努利试验和 n 重伯努利试验后, 便搭建水平学习支架和能力迁移支架, 探索随机变量 X 的分布列。同时搭建图表支架, 让学生直观感受 3 重伯努利试验中随机变量的分布列特点, 并进一步通过类比迁移得到 3 重伯努利试验中随机变量 X 的分布列。

于是, 得到抛 n 次针尖, 随机变量针尖向上次数 X 的分布列如图 3 表示: ($q = 1 - p$)

X	0	1	、 、 、	k	、 、 、	n
P	$C_n^0 p^0 q^n$	$C_n^1 p^1 q^{n-1}$		$C_n^k p^k q^{n-k}$		$C_n^n p^n q^0$

Figure 3. The distribution column of X
图 3. X 的分布列

由此得到二项分布定义: 一般地, 在 n 重伯努利试验中, 设每次试验中事件 A 发生的概率为 p ($0 < p < 1$), 用 X 表示事件 A 发生的次数, 则 X 的分布列为 $P(X = k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$, $k = 0, 1, 2, \dots, n$ 。如果随机变量 X 的分布列具有上式的形式, 则称随机变量 X 服从二项分布, 记作 $X \sim B(n, p)$ 。

设计意图: 先探究 3 重伯努利试验中随机变量 X 的分布列, 后搭建能力迁移支架, 引申至 n 重伯努利试验中随机变量 X 的分布列, 渗透类比、转化与化归、从特殊到一般的思想方法, 培养学生的知识迁移能力、数学抽象等核心素养, 且教学过程便于学生理解。

环节四: 例题讲解, 应用新知

【搭建问题支架、范例支架、水平学习支架、垂直学习支架】

例一: 如图 4 是一块高尔顿板的示意图。在一块木板上钉着若干排相互平行但相互错开的圆柱形小木钉, 小木钉之间留有适当的空隙作为通道, 前面挡有一块玻璃。将小球从顶端放入, 小球下落的过程中, 每次碰到小木钉后都等可能地向左或向右落下, 最后落入底部的格子中, 格子从左到右分别编号为 0, 1, 2, ..., 10, 用 X 表示小球最后落入格子的号码, 求 X 的分布列。

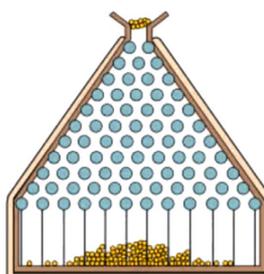


Figure 4. Schematic diagram of the Galton board
图 4. 高尔顿板的示意图

师生活动：教师提出以下问题，引导学生先独立思考后小组协作作答。

问题 1：伯努利试验是什么？

问题 2：事件 A 是什么？

问题 3：事件 A 发生的概率是多少？

问题 4：各次试验之间是否相互独立？

问题 5：重复试验的次数是多少？

问题 6：事件 A 发生的次数与落入格子的号码之间的对应关系是什么？

问题 7： X 是否服从二项分布？

引领学生回答完上述问题后，再通过小组讨论可知此试验为观察小球碰到小木钉后下落的方向，有“向左下落”和“向右下落”两种可能结果，且概率都是 $\frac{1}{2}$ ，在下落的过程中，小球共碰撞小木钉 10 次，且每次碰撞后下落方向不受上一次下落方向的影响，故这是一个 10 重伯努利试验。小球最后落入格子的号码等于向右落下的次数，因此 X 服从二项分布， $X \sim B\left(10, \frac{1}{2}\right)$ ， $P(X = k) = C_{10}^k \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(\frac{1}{2}\right)^{10-k}$ ， $k = 0, 1, 2, \dots, 10$ 。

例二：某校开展男、女生答题对抗赛，如果每局比赛女生获胜的概率为 0.6，男生获胜的概率为 0.4，那么采用 3 局 2 胜制还是采用 5 局 3 胜制，对女生更有利。

设计意图：通过经典例题的解答搭建范例支架和水平学习支架，同时教师以问题串引领学生学习二项分布习题的解题步骤，以此来搭建问题支架。且例题的内容由浅入深，搭建垂直学习支架，让学生逐步完成对二项分布相关知识的加工。

环节五：归纳概括，优化认知

【搭建问题支架、评价支架、图表支架】

模型归纳：确定一个二项分布模型的一般步骤

(1) 明确伯努利试验及事件 A 的意义，确定事件 A 发生的概率 p 。

(2) 确定重复试验的次数 n ，并判断各次试验的独立性。

(3) 设 X 为 n 次独立重复试验的事件 A 发生的次数，则 $X \sim B(n, p)$ 。

课堂小结：本节课我们学到了哪些知识？确定一个模型是二项分布模型的一般步骤是什么？如何解决相关习题？

师生活动：教师以问题串引领学生复习本节课所学内容，并对学生的回答适时点评。同时，也让学生之间互评或自评。

设计意图：借助模型归纳搭建图表支架，让学生完善知识体系。通过问题驱动进行复习，搭建问题支架，帮助学生复习总结所学知识及方法。同时评价有利于学生完善知识框架，查漏补缺。

4.3. 二项分布教学设计小结

在课堂的开始通过抛硬币的游戏让学生进入学习情境，教师在学习情境中依次提出多层次的问题，搭建问题支架，让学生思考层面依次提高。以此再进行水平迁移，教师指出伯努利试验、 n 重伯努利试验的定义及特征，此过程为搭建水平迁移支架，让学生由熟悉的问题情境特征迁移至所学内容的概念，教学衔接自然，学生易于理解。

接着教师引导学生类比联系，搭建 n 重伯努利试验基础模型要求探讨其分布列。为方便理解教师提示先探讨 $n = 3$ 的情况，让学生先独立思考后小组协商，可搭建图表支架，用树形图辅助理解。后根据题意教师讲解 3 重伯努利试验的分布列，以此引导学生迁移至 n 重伯努利试验的分布列，此过程为搭建能

力迁移支架, 培养了学生的类比迁移思想。之后教学便可自然引入二项分布的定义。

接着教师搭建水平学习支架即让学生对例题进行解答, 且例题的选择也是选取经典范例、有难度梯度。即搭建了范例支架和垂直学习支架, 在经典例题讲解中依旧搭建问题支架引导学生思考层层递进。问题的提出和例题的难度, 符合学生的认知发展, 有助于提高学生对知识的理解程度。

最后, 教师对本节课内容进行模型归纳, 可搭建图表支架进行辅助, 便于学生理解记忆。后搭建问题支架, 以问题串的方式带领学生回顾所学知识, 同时搭建评价支架, 让学生进行互评、自评, 有效发现自身不足, 及时改正。

从整体上来看, 本节课贯彻支架式教学的搭建支架、创设情境、独立探索、协作学习、效果评价、真实运用六大环节。在各个环节中, 结合教学内容, 充分搭建支架, 辅助教学。各个问题的提出都是在学生已有知识的基础上进一步延伸拓展。且在教学过程中, 学生在教师的引导下思考、交流、合作, 学生为学习的主体。在教学完成以后, 也注重了评价反馈, 及时了解学生学习现状, 针对出现的问题提出改正策略, 且通过学生的反馈, 了解到学生的课堂学习兴趣较高, 有学习支架的辅助学习, 知识理解、掌握的更加快捷, 对此堂课教学评价较高。

5. 总结

基于支架式教学的高中数学课堂, 从教师角度出发, 能有效促使教师分析教学内容, 制定教学目标, 充分了解学生的学习情况, 并根据其最近发展区合理选择合适的支架进行辅助教学。从学生角度出发, 能有效地实现学生学习的攀爬过程, 通过独立思考、协作学习、及时反馈交流等活动实现对知识的高效掌握。

但同时教师也要考虑到支架式教学在不同学习情境下的局限性, 支架式教学对优异学生而言可能限制其思维拓展, 而学习能力较弱的学生可能在拆除支架后难以独立完成。且单一支架难以满足需求, 多种支架整合难度较大, 对教师教学能力有一定要求且需花费较多时间搭建与拆除支架, 可能会影响教学进度。

若教师决定采用支架式教学, 也有些方面需要注意。首先是要以教学目标为导向搭建支架式教学的框架, 这就需要教师在教学开始之前根据学生的实际情况, 制定合理明确的教学目标。其次教师可根据不同的教学内容, 采用不同的教学支架, 这便可以整合教学资源, 将教学素材合理用于支架式教学过程中, 才能够真正丰富教学支架的内涵, 保证支架式教学的应用效果[11]。同时, 教师也可以不断创新教学活动和综合教学方法, 来提升支架式教学的质量和效率。最后, 教师应完善教学评价标准、评价主体和评价形式, 有效地发挥教学评价的引导、诊断、管理功能, 从而不断提高支架式教学的教学效果。

参考文献

- [1] 裴艳丽. 抓住整体, 剖析细节——初中数学“单元结构化”教学研究[J]. 数理天地(初中版), 2022(21): 77-79.
- [2] 赵文琪. 基于数学关键能力培养的初中数学概念教学的策略研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 西南大学, 2022.
- [3] 陈晨. 数学支架式教学中支架的类型[J]. 数学学习与研究, 2018(3): 52.
- [4] 罗钦. 建构主义理论下的数学教学[J]. 教育现代化, 2017, 4(35): 161-163.
- [5] 黄林盛. 基于深度教学的数学课堂实践——以“等比数列前 n 项和”为例[J]. 福建中学数学, 2023(5): 15-18.
- [6] 曹越. 基于支架式教学的高中数学翻转课堂教学研究[D]: [硕士学位论文]. 大连: 辽宁师范大学, 2022.
- [7] 程桂花. 试论初中与高中数学教学的差异与过渡[J]. 文理导航(中旬), 2020(1): 3, 5.
- [8] 冯文楨. 高中数学支架式教学模式的构建与实践——以“数列的概念”为例[J]. 福建基础教育研究, 2024(1): 58-62.
- [9] 李雨潇. 浅析初中数学教学中“支架式”教学模式的应用[J]. 数学学习与研究, 2021(22): 30.
- [10] 王炜煜. 初中数学支架式教学思考——以“方程与函数”为例[J]. 理科爱好者, 2024(1): 43-45.
- [11] 陈玉珂. 支架式教学在初中数学教学中的应用[J]. 学周刊, 2024, 9(9): 82-84.