

创新创业背景下线性代数改革与探索

黄 雪

沈阳航空航天大学理学院, 辽宁 沈阳

收稿日期: 2025年3月17日; 录用日期: 2025年5月9日; 发布日期: 2025年5月21日

摘 要

线性代数作为高校理工科及部分文科专业的关键基础课程, 其理论知识在诸多领域都有着广泛的应用。然而传统线性代数教学多侧重于理论推导与公式运算, 致使学生难以深刻领会其实际应用价值, 学习积极性受挫。在创新创业的浪潮下, 社会对人才的应用能力要求日益提升, 线性代数课程改革势在必行。本文从创新创业背景出发, 提出相应的改革策略与实践探索, 力图激发学生的学习兴趣与应用能力, 培养适应创新创业需求的高素质人才。

关键词

创新, 创业, 提升, 应用能力

Reform and Exploration of Linear Algebra under the Background of Innovation and Entrepreneurship

Xue Huang

School of Science, Shenyang Aerospace University, Shenyang Liaoning

Received: Mar. 17th, 2025; accepted: May 9th, 2025; published: May 21st, 2025

Abstract

Linear algebra, as a key foundational course for science and engineering majors as well as some liberal arts majors in universities, has extensive applications in many fields. However, traditional teaching of linear algebra often focuses on theoretical derivation and formula operation, making it difficult for students to deeply understand its practical application value and dampening their enthusiasm for learning. Against the background of innovation and entrepreneurship, society's demand for the comprehensive abilities of talents is increasing day by day, and the reform of the linear

algebra course is imperative. Starting from the background of innovation and entrepreneurship, this paper proposes corresponding reform strategies and practical explorations, aiming to stimulate students' interest in learning and application ability, and cultivate high-quality talents that meet the needs of innovation and entrepreneurship.

Keywords

Innovation, Entrepreneurship, Promotion, Application Ability

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

创新创业已然成为推动当今社会发展的重要核心动力，对高校人才培养模式提出了新的挑战与更高要求。线性代数作为一门基础学科，其知识体系在人工智能、大数据、金融工程等诸多前沿领域发挥着不可或缺的关键作用。然而，传统线性代数教学模式存在诸多问题，如教学内容抽象、教学方法单一、与实际应用脱节等，难以满足创新创业背景下对人才的培养需求。因此对线性代数课程进行改革与探索，使其更好地服务于创新创业教育，具有重要的现实意义。

2. 基于教学理论探索教学改革

常见的教学理论包括行为主义教学理论、认知主义教学理论、建构主义教学理论、人本主义教学理论。其中认知主义教学理论强调根据学生的认知规律设计教学过程，有助于教师更好地把握学生的学习难点，采取有针对性的教学策略。建构主义教学理论强调学生的主动参与和合作学习，通过项目式学习、小组讨论等方式，让学生在解决实际问题的过程中应用数学知识，培养学生的创新能力和实践能力。因此根据线性代数课程概念抽象、应用广泛等特点，采用认知主义教学理论和建构主义教学理论较为合适。例如，基于认知主义教学理论，在讲解行列式定义时，可以先从简单的二三阶行列式规律入手，引导学生理解低阶行列式计算规则，再逐步推广到一般的高阶行列式，符合学生的认知发展过程。基于建构主义学习理论，探索适合线性代数教学的“问题导向 - 合作探究 - 知识建构”教学模式，强调以实际问题为切入点，通过小组合作探究，引导学生自主建构线性代数知识体系，同时注重教师的引导作用，让学生在解决实际问题的过程中理解和掌握线性代数知识，并为申请大创项目，参加创新创业竞赛等打好基础。

3. 线性代数教学改革的具体举措

3.1. 探索与教学内容关系密切的应用实例

基于认知主义和建构主义教学理论，我们所进行的教学策略为理论与实际相结合，提出问题 - 解决问题 - 知识建构，化难为简，体会所学知识的实用性，进而激发他们的学习热情和兴趣。下面先以矩阵、矩阵运算内容为例来进行说明。

3.1.1. 矩阵与计算机图形学的关系

(1) 平面图形与矩阵

提出问题：图 1 中的三角形与矩阵的关系？如果是由曲线围成的封闭图形是否也可以表示成矩阵？

(小组探究)

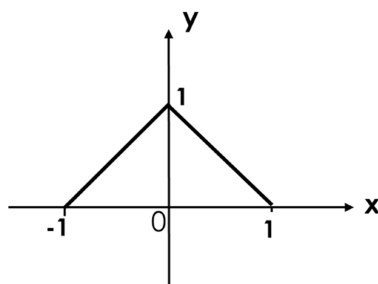


Figure 1. Isosceles right triangle
图 1. 等腰直角三角形

探究过程：图 1 的三角形可以看成顺序连接三个点 $(-1,0)$ $(1,0)$ $(0,1)$ 的三条直线构成的封闭图形，这些点可以存储为一个 2×4 的矩阵 $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ，其中最后一列重复第一列，表示该图形是封闭的。探究结果：平面图形可以用矩阵表示；曲线围成的封闭图形可以用短的直线段逼近。

(2) 计算机中的图像与矩阵的关系



提出问题：计算机中的图像与矩阵有怎样的关系？上方是一个放大后的灰度图像，它在计算机中的存储方式？对图像亮度的调整是如何实现的？

探究结果：计算机中图像一般被表示成像素矩阵。每个像素的颜色(亮度)用数字表示。调整矩阵中的数字就等于调整图片颜色(亮度)。灰度图是用 $0 \sim 255$ 之间的数字表示灰度深浅， $0 =$ 纯黑， $255 =$ 纯白，

中间值表示不同程度的灰。比如上面的图像用 3 行 3 列的矩阵 $\begin{pmatrix} 0 & 100 & 128 \\ 100 & 0 & 200 \\ 128 & 200 & 0 \end{pmatrix}$ 表示。而彩色图像一般用

三个矩阵存储，分别表示图片中的红色、绿色和蓝色的数字矩阵。简单来说，就是对彩色图片进行网格分割，每个网格上各自赋红、绿、蓝颜色值得到相应的三个矩阵。

3.1.2. 矩阵运算与线性变换

(1) 矩阵乘法

在同济大学数学系编写的工程数学线性代数教材中，矩阵乘法的概念是借助线性变换引入的[1]，由此学生已经知晓矩阵乘法与线性变换的关系。在此基础上进行应用拓展。

提出问题：① 探究矩阵 $\begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}$ 和 $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ 实现了怎样的线性变换；

② 计算机中图形的缩放、旋转是如何实现的？比如，由图 1 到图 2 再到图 3 的图形变换过程背后的理论是什么？

通过各小组探究可知矩阵 $\begin{pmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}$ 实现平面的伸缩变换； $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ 实现平面上的旋转变换[2]。

可以借助这两个变换对图形进行相应的变化。

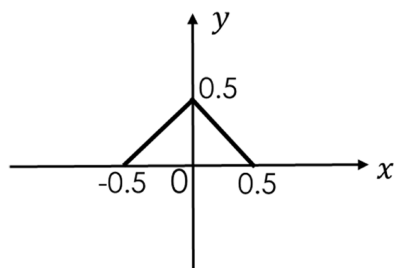


Figure 2. A scaled-down isosceles right triangle
图 2. 被缩小的等腰直角三角形

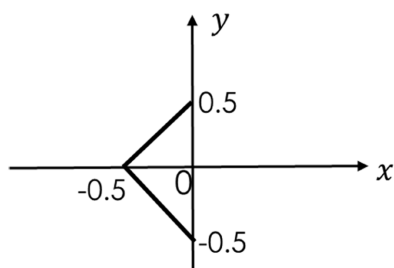


Figure 3. a 90-degree rotated isosceles right triangle
图 3. 旋转 90° 的等腰直角三角形

图形 1 变到图像 2 作的是伸缩变换(其中 $c = 0.5$), 理论过程如下:

$$\begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}.$$

图 2 变到图 3 作的是旋转变换(逆时针旋转 90°), 理论过程如下:

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0.5 & 0.5 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.5 & 0 & -0.5 \end{pmatrix}.$$

通过以上过程, 学生们能够很好地完成对矩阵概念及矩阵乘法部分的知识构建。

(2) 矩阵加减法和数乘的应用

提出问题: ① 将图像矩阵 $\begin{pmatrix} 100 & 128 & 50 \\ 128 & 255 & 150 \\ 255 & 175 & 128 \end{pmatrix}$ 乘以 0.5 后图像会发生怎样的变化?

② 彩色图像矩阵是如何得到的?

小组探究完成知识构建, 从而得出结论: 将矩阵乘以一个标量, 可以调整图像的整体亮度。彩色图像可以看成是得到的红、绿、蓝三个矩阵对应元素相加后的矩阵。对两个相同维度的矩阵进行逐元素相加或相减, 用于图像的亮度调整。

3.1.3. 案例丰富与创新

为了适应创新创业新形势, 我们需要在以上较普遍的实例基础上增加更具挑战性和创新性的应用实例, 比如:

(1) 线性代数在量子计算中的应用

量子计算是近年来科技领域的前沿热点之一, 线性代数在其中发挥着基础性的作用。量子计算里, 信息的基本单位是量子比特, 量子比特(qubit)的状态可以用向量表示。通过量子门对量子比特进行操作实

现各种运算，而量子门操作可以用矩阵表示。例如，Hadamard 门是一个重要的量子门，其矩阵形式为 $H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 。通过 Hadamard 门操作，可以将量子比特从确定态转变为叠加态，从而实现量子计算中的并行计算特性。深入分析量子计算中的线性代数原理，不仅可以帮助学生了解线性代数在前沿科技中的应用，还可以激发学生对量子计算领域的兴趣和探索欲望。

(2) 线性代数在金融风险评估中的应用

在金融领域，线性代数同样有着重要的应用。例如某投资者有 n 种资产的投资组合，已知每种资产的收益率数据，据此可以计算每种资产的平均收益率以及收益偏差。进而可以计算出资产组合的协方差矩阵，通过对协方差矩阵的特征值分解，可以确定资产组合的主要风险方向，从而为投资者提供风险评估和投资决策的依据。这种方法不仅考虑投资者投资每一种资产的单独风险，还能够考虑各个资产之间的相关性，为投资者提供了更全面的风险评估工具。这不仅展示了线性代数在金融领域的实际应用，还可以帮助学生将数学知识与经济金融问题相结合，拓宽学生的应用视野。

3.2. 从数学理论到代码实现

线性代数中的多数运算用手算很繁琐，所以在实际应用时往往使用软件来实现。能实现线性代数中各种运算的软件有很多，比如专业的数学软件有 Matlab、Mathematica；开源的数学软件有 Octave、SageMath；在线数学工具 Wolfram Alpha、Desmos；以及 python 等。其中 Matlab 是专门针对矩阵运算的软件，Octave 有与 Matlab 类似的功能，能够进行包括线性代数在内得各种数学计算，但完全免费。Python 中 NumPy 库也可以实现许多线性代数的算法。

在教学中与学生分享这些软件的功能，并将这些软件的使用方法和具体实现运算的过程录制成视频课，让学生们通过线上视频课的学习掌握软件的使用和课程内容的软件实现，比如用 Matlab 进行矩阵的初等行变换、求解线性方程组的解等过程。在创新创业的大背景下，学生们掌握这些软件的使用不仅能让它们学到数学理论到代码实现的过程，而且也让他们在参加各类竞赛，完成各种创新项目时使用的得心应手。

3.3. 教学方法革新

除了常规的线下教学以外，团队针对课程内容探索多种教学方法。比如，① 借助 AI 的混合式教学；② 项目式学习；③ 录播课程。

(1) 我校线性代数课程一直采用线上线下混合式教学模式，AI 出现后，团队正在基于雨课堂构建 AI 课程。在平台的知识库中，建设课程资源，包括随堂测试题、章末测试题、课件以及同学们在后面课程中常遇到的“用最小二乘法解超定方程组问题[3]、矩阵的 SVD 分解、LU 分解、经济学应用、动漫技术应用、图像平移，产销平衡问题”等，方便学生们自主学习。同时把一些与线性代数应用相关的前沿论文纳入平台中。平台上除了知识库外，还有 24 小时智能学伴，学生可以随时向平台提问。平台中的内容越丰富，平台对学生提出问题的回答越精准。

(2) 探索教学与项目式学习的融合。教学中融合项目式学习的教学方法，让学生主动参与、自主探究和合作协作的方式进行学习，构建一个真实且有意义的学习环境。我们设计一些学生们感兴趣的项目，让学生们在探索中学习，在学习中的创新，拓宽创新思维，激发创新热情。比如以下三个项目：

项目一：逆矩阵在信息加密上的应用

要解决的具体问题：若我们要发送信息“take action”，怎样实现加密和解密？

项目二：特征值与特征向量在数据降维方面的应用

随着大数据时代的到来，数据分析与机器学习成为热门领域。主成分分析有助于多种领域的数据分

析与建模，这其中就用到线性代数的知识。

具体问题：主成分分析法的理论推导过程中用到哪些线性代数知识，如何利用它进行数据降维？

项目三：线性代数在计算机图像压缩中的应用

具体问题：矩阵的奇异值分解的实现过程？如何利用奇异值分解对图像进行压缩？

以上项目留给学生们课后以小组的形式共同解决，学习小组可以通过查阅文献、网络搜索文字资料、视频资料等方式进行探究学习，最后各小组把问题的研究过程写成小论文上交。课上可以让写的好的小组代表与大家分享学习过程和学习收获。这样不仅让学生们了解线性代数在大规模数据处理、图像处理时的强大能力，拓宽学生的学习视野。同时也锻炼学生们的写作能力，语言表达能力等。上课时把逆矩阵的加密作用和同学们共同总结，实现这部分知识的构建。除此之外还有如“基于 MATLAB 的平面图形的变化”“人口迁移”等实际项目[4]。

在创新创业背景下，融合项目式教学方法能锻炼学生们的自主学习能力、创新能力和创新意识。

3.4. 考核方式改革

为了适应教学内容和教学方法改革，考核方式也进行了相应的改革。团队采用线上客观题测试成绩 + 非标准答案成绩 + 线下考试成绩，三部分的占比为 15:15:70。

(1) 线上客观题测试

团队基于雨课堂建立了随堂测试题库，章末测试题库，按每次课的进度发布相应的随堂测试题，每章讲完发布章节测试题，及时掌握学生的学习情况，针对得分较低题目进行原因分析，并在课堂上进行统一讲解。可以在课上为了验证所提出的线性代数教学改革策略的有效性，我们设计并实施一系列的实证研究。通过实验教学和调查问卷的方式，收集数据并进行分析，以评估改革策略对学生学习效果和学习兴趣的影响。

(2) 非标准答案考核

每学期至少发布三个与课程内容密切相关的项目，以小组的形式完成项目，针对项目论文的完成情况进行评分，将三次成绩加在一起作为非标准答案考核这部分的分数。

(3) 线下考试

线下期末考试以纸质试卷的形式进行闭卷考试。试卷包括 5 个选择题和 5 个填空题共 30 分，简答题共 70 分。

综上，本文探讨了在创新创业背景下对线性代数课程教学的几点改革，旨在培育学生的数学创新思维与理论知识的转化能力。通过对教学内容、教学方法和考核方式等的改革，构建了一个较为完善的线性代数教学改革体系。经过一年的教学实践，学生的学习热情较以往有很大提高，抬头率有很大改善，到课率也大幅提高，学生的成绩也有提高。未来，我们将继续深入研究和探索，进一步优化教学改革策略，使数学课程真正成为创新创业教育的核心赋能模块。

基金项目

沈阳航空航天大学 2025 年教学改革项目(创新创业背景下线性代数课程教学改革的探索与实践)。

参考文献

- [1] 同济大学数学系. 线性代数[M]. 北京: 高等教育出版社, 2014.
- [2] 天津大学数学系代数教研组. 线性代数及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [3] 陈怀琛, 高淑萍. 论非数学专业线性代数的内容改革[J]. 高等教育研究, 2015, 18(2): 8-11.
- [4] 杨威, 高淑萍, 韩冰, 陈怀琛. 基于 MATLAB 的线性代数应用案例[J]. 应用数学进展, 2019, 8(3): 424-429. <https://doi.org/10.12677/AAM.2019.83048>