

新工科背景下高等代数课程内容的改革与重构

尹小艳

西安电子科技大学数学与统计学院, 陕西 西安

收稿日期: 2025年4月16日; 录用日期: 2025年6月10日; 发布日期: 2025年6月18日

摘要

高等代数是各高校数学学科的大类基础课, 该课程内容丰富、思想深刻、理论抽象、难教难学。本文总结和分享了西安电子科技大学高等代数教学团队围绕新工科背景下拔尖创新人才培养要求, 对该课程内容进行改革创新的探索和实践。

关键词

新工科, 高等代数, 思维培养, 应用案例

Reform and Reconstruction of the Content of Advanced Algebra under the Background of Emerging Engineering Education

Xiaoyan Yin

School of Mathematics and Statistics, Xidian University, Xi'an Shaanxi

Received: Apr. 16th, 2025; accepted: Jun. 10th, 2025; published: Jun. 18th, 2025

Abstract

Advanced Algebra is a fundamental course in the mathematics discipline at various universities, known for its rich content, profound concepts, abstract theories, and the challenges it presents in both teaching and learning. This article summarizes and shares the explorations and practices of the Advanced Algebra teaching team at Xidian University in reforming and innovating the course content, aligned with the requirements for cultivating top-notch innovative talents under the backdrop of new engineering education.

Keywords

New Engineering, Advanced Algebra, Thinking Cultivation, Application Cases



1. 引言

2017年2月教育部高教司发布了《关于开展新工科研究与实践的通知》(教高司函[2017]6号)。新工科的内涵是:以立德树人为引领,以应对变化、塑造未来为建设理念,以集成关于创新、交叉与融科、协调与共享为主要途径,培养多元化、创新型的卓越工程人才[1]。

随着新工科建设和拔尖创新人才培养的提出,对人才的数学素养和创新能力提出了更高要求。作为经典数学三大分支之一——代数学的重要组成部分,高等代数一直是各高校数学专业最重要的大类基础课程之一。高等代数体系完备、内容抽象、逻辑缜密,是数学专业课程建设和人才培养的基石,是后续数值代数、矩阵理论、抽象代数、数值分析等众多专业课程学习的基础,也是众多理工科领域不可或缺的数学工具,从图形变换到机器学习,从数据处理到量子计算,高等代数不仅是抽象思维的训练场,更是解决现代科技难题的“数学工具箱”。

近年来,针对新工科背景下的高等代数课程建设及教学改革的探讨不断涌现。文献[2]分享了上海交通大学针对双一流高校数学专业的拔尖人才获强基计划,开设《高等代数》荣誉课程,实现“现代化+国际化+代数化+算法化”教学目标的情况;文献[3]以一元多项式里几个看似棘手的问题的处理为例,展示了运用基本概念和结构定理进行推理的巨大功效;文献[4]从数形结合、知识转化、建模应用和案例教学等角度阐述了化解高等代数内容抽象性的教学方法。文献[5]以标准正交基的构造为例,基于“问题导向”的理念,通过“一问多解”的教学方式,探讨了在高等代数教学中如何培养学生的发散思维能力等。

在当前新工科建设的背景下,高等代数作为一门具有高度抽象性和广泛应用性的数学基础课程,在教学内容方面仍普遍存在一些共性的痛点问题,主要包括:1)重传统理论轻前沿拓展,更新滞后拓展不足,与新工科行业前沿需求存在差距;2)重知识传授轻素养培养,思维方法和数学素养提升不足;3)重理论推导轻实践应用,与新工科专业实际应用有效融合的教学案例较少,与新工科人才后续学习和工作实际需求结合不够等。

为适应新工科建设需求,作者所在的西安电子科技大学代数学教研团队结合我校鲜明的电子信息专业特色,通过“数学强基、信息赋能”,从前沿拓展、案例设计、教学模式等对高等代数课程教学进行了初步改革探索,取得了一定的教学效果。

2. 教学目标

结合我校“爱国进取、基础厚实、术业精湛、求是创新”的人才培养目标和数学专业“强基础、重交叉、促创新”的拔尖创新人才培养要求,课程组制定了如下教学目标:

1) 知识传授:掌握坚实的代数学基础知识,构建以多项式理论、线性代数、线性空间及线性变换为主线的知识体系,掌握经典代数学思维方法。

2) 能力培养:具有较强的理论分析和实践能力,能通过系统的抽象思维、严密的逻辑推理、简洁的数学表达等代数方法解决数学中的理论问题,并能用代数思维方法观察、描述、分析和解决电子信息等新工科工程应用中的实际问题。

3) 价值引领:具有良好的数学文化素养和家国情怀,严谨的科学精神和较强的探索创新意识等。

3. 教学改革与实践

进行新工科背景下高等代数课程内容的改革创新，就是要通过传统内容的分类优化、前沿知识的延伸拓展、应用案例的结合引入和思政元素的挖掘融入，实现理工交叉融合、能力导向引导、核心价值引领，为培养适应未来科技发展的复合型、创新型工程人才奠定坚实的代数学基础。

课程内容抽象、理论深刻、概念繁杂、难教难学。同时课程面向大一，学生抽象思维薄弱，逻辑推理能力和综合分析能力薄弱，但作为网络时代的原住民，学生们思维活跃、数字化学习能力强，各种可用资源丰富，接受新事物能力强。

3.1. 优化拓展课程内容

高等代数课程内容一般分为上下两册，上册包括多项式及其分解理论、以线性方程组和矩阵技巧为核心的线性代数部分，下册主要包括线性空间及其结构、线性变换及其矩阵简化、欧氏空间及其上的正交和对称变换三部分内容。

针对传统内容体系重经典理论轻前沿拓展的痛点问题¹，我们适当增加课时(上学期从 64 学时增加到 72 学时，下学期从 80 增加到 88 学时)优化拓展课程内容。大量查阅资料，在授课过程中融入传统理论的现代发展，适应新工科建设和拔尖创新人才培养要求，体现课程内容的时代性、先进性和挑战性。具体措施有：

1) 从传统理论框架到现代应用进行适度延伸拓展。介绍高等代数知识点在新工科领域、现代生活场景等中的应用，激发学生学习热情及求知探索的好奇心，比如正交变换在计算机图形学中的应用——通过旋转矩阵实现二维、三维图形的平移、旋转、缩放等，通过正交变换与矩阵乘法可高效实现复杂图形的变换，广泛应用于游戏开发、动画制作如 3D 游戏中角色的动作和场景切换等。学习 Jordan 标准形拓展矩阵的 Schur 分解；又如学习矩阵特征分解，推广介绍非方矩阵的奇异值分解，这是现代机器学习等人工智能领域高端应用的核心。

2) 适当引入相关理论的前沿发展。课程组主讲团队均长期从事代数学、数值计算、矩阵理论、图论等相关代数学科科学研究。在高代选讲的选修课上，结合教师团队科研问题，适当引入高等代数概念及理论的前沿发展，比如从线性空间的封闭性介绍群环域等概念、从矩阵特征值的计算引入特殊矩阵特征值的快速算法，从初等交换矩阵拓展介绍置换矩阵，并引导学生利用初等矩阵知识探讨置换阵的性质，从矩阵乘法简要介绍 Kronecker 乘积及其在量子信息中的基础地位等，对学生进行初步的科研启蒙和引导等。

3) 优化教学设计，调整和重构课程内容。高等代数的主要教学内容包括三大模块——多项式理论，以矩阵运算为核心的线性代数，线性空间与线性变换。在教学中对多项式理论部分，列举整数的整除、最大公因数、整数分解等性质，通过类比教学展开一元多项式的概念及分解理论；线性代数部分弱化了行列式定义及计算，仅强调高阶到低阶、一般到特殊的计算思路，弱化具体计算技巧，强化了分块矩阵的初等变换(即矩阵的“打洞”技巧)、三个标准形(矩阵的等价关系与等价标准形、合同关系与惯性定理、相似关系与 Jordan 标准形)等内容；对线性空间及其结构理论、线性变换及其矩阵简化等作为浓墨重彩的精华内容讲深讲透，而对酉空间与双线性函数等内容则学生报告、教师点评补充的形式进行。

3.2. 注重强化思维培养

新工科建设要求培养学生厚实的基础知识、先进科学的思维方式。正如英国著名哲学家培根所说“数学是思维的体操”。高等代数内涵丰富，思想深刻，形式抽象，公理化、结构化、标准化等代数特点鲜明，蕴含丰富的数学思想，是进行思维培养的绝佳载体。同时，正如数学家德莫林斯所说：“没有数学，

我们无法看穿哲学的深度；没有哲学，人们也无法看穿数学的深度；而若没有这两者，人们就什么也看不透”，高等代数的研究内容和方法也富含辩证哲学观点。课程教学中，作为课堂教学的重要着力点，我们着重深入挖掘概念、命题、定理等内容中蕴含的思维智慧和哲学观点，培养学生科学的理性思维，提升逻辑推理、抽象思维、辩证分析等数学素养，解决了重知识轻素养的痛点问题²，也契合了新工科拔尖创新人才建设的思维培养要求。图 1 总结梳理了高等代数课程重要知识点与数学思维、哲学观点、数学素养等的对应关系。

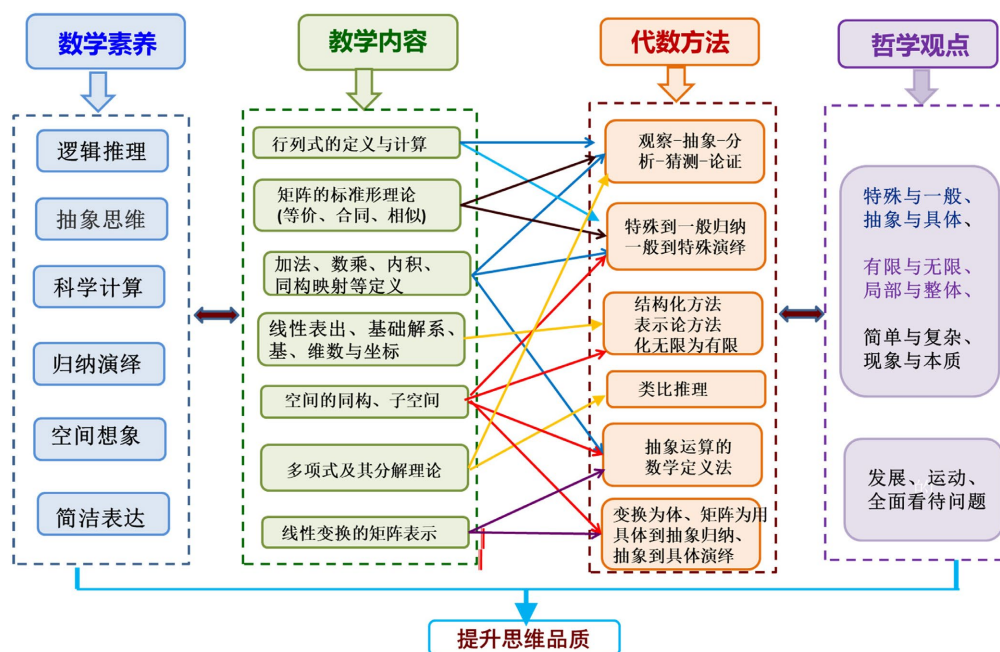


Figure 1. Diagram of the corresponding relationship between knowledge points and thinking cultivation
图 1. 知识点与思维培养对应图

3.3. 融入丰富实践应用

新工科强调学科的实用性、交叉性和综合性。立足新工科要求和我校鲜明的电子信息专业特色，借助信息化手段，利用 matlab、Python、Geogebra 等应用软件，课程组编程实现并融入了大量丰富的前沿应用案例，建设了特色课程案例库。比如，丰富多彩的图像处理案例贯穿课程教学：讲授线性相关性时，引入 RGB 色彩模型；讲授矩阵的概念和基本运算时，引入数字图片的存储与图片处理；讲授矩阵的正交对角化时，引入对称图像的压缩重构；在正交变换与正交矩阵部分，引入图片的旋转与反射；在欧氏空间概念部分引入图片融合与风格迁移等。丰富的实践案例、多彩的前沿应用，大大激发了学生的学习兴趣，体现了数学与新工科的深度交叉融合，培养分析应用能力，激发探索创新热情，解决重理论轻实践的痛点问题³。

以矩阵运算与图像处理为例：每张黑白数字图片是其灰度矩阵存储和表示的，灰度矩阵由一个个像素点组成，像素点从 0 到 255，0 代表黑色，255 代表白色，其余为由线性关系表示深浅不同的灰色。而彩色图片的每个像素则是由红(Red)、绿(Green)、蓝(Blue)三个颜色通道(RGB 模型)的强度值来表示。也就是说彩色图像可以看作是由三个灰度矩阵组成的集合，分别对应红、绿、蓝三个通道。每个矩阵的元素值表示相应通道中对应像素的强度。因此可通过对彩色图片的 RGB 灰度矩阵进行数乘实现改变图片的亮度，调整图片的颜色等简单操作。图 2 分别为原图、RGB 灰度矩阵分别数乘 0.6，RGB 灰度矩阵分别

数乘 1.3 的效果。从图中可以看出，对灰度矩阵数乘 0.6 时，各灰度值变小，相比原图，图片颜色变深变暗，数乘 1.3 时，各灰度值变大，图片颜色变亮变浅。事实上，还可以通过对彩色图片三通道中某一个或两个数乘不同的倍数实现图片的简单处理如调整色彩，通过不同图片灰度矩阵的加法实现添加水印、通过矩阵乘法实现图片的加密、解密，通过取灰度矩阵的子矩阵实现图片区域截取等等多彩多样的图片处理效果，简单有趣，形象生动。



Figure 2. Examples of demonstrating matrix scalar multiplication and image processing
图 2. 矩阵数乘与图像处理展示示例

3.4. 融合践行课程思政

2020 年 5 月，教育部印发《高等学校课程思政建设指导纲要》，提出了文理工农医等不同学科课程思政建设的具体要求，为各类课程挖掘思政元素提供了方向。纲要对理工科专业课程的思政建设要求包括 6 方面——马克思主义思想方法、科学思维方法训练、科学精神培养、科学伦理教育、大国工匠精神、科技报国的家国情怀和使命担当。

课程组立足教学内容，通过整合纲要要求，主要从数学文化熏陶、科学精神培养、家国情怀涵养等角度深挖思政素材，通过梳理课程相关的数学发展史、数学家与数学轶事培养科学精神；通过介绍艺术作品、影视作品、生活场景等中的数学元素提升数学文化素养；立足我校红色基因，通过“大国重器”中的西电贡献等培养家国情怀等。以课中穿插讲述、图片和小视频展示、线上资源推送等方式融入课程思政，将思政元素与课程内容有机结合，润物无声中实现价值浸润，践行立德树人[6]。

4. 改革实践效果

结合教学内容的优化重构，课程组还对教学方法、教学设计、考核评估等相应进行了全面的探索和创新，近年来整体教学效果提升明显。在期末考核中，对比 2019~2021 年 3 年平均和 2022~2024 年 3 年平均值来看，优秀率(90 分以上)从 5.4%提升到 8.8%，良好率(80-89 分)从 21.4%提升到 27.8%，不及格率从 12%降到 4.5%。同时，个性化培养成绩突出，基于课程拓展的理论问题，学生大二发表 SCI 论文 2 篇，

教改论文 4 篇, 锻炼提升了科研创新能力。高等代数是全国大学生数学竞赛(数学类)的重要组成部分(占比约 35%), 基于坚实的高等代数等基础知识, 学生数学类竞赛成绩突出。近 3 年来, 教学班同学获全国大学生数学竞赛(数学类)国家、省级一、二等奖 40 余项。

5. 结束语

当前, 教育正大踏步迈进智能化时代, 人工智能的深度融合为高校教育提供了新的机遇和挑战。比如利用各种 AI 工具, 可以更方便地整合资源、打破学科壁垒, 落实理工深度交叉, 丰富前沿应用案例。同时, 探索实施 AI 助教 + 教师引导的混合式教学模式、精准化教学反馈下的个性化智慧教育, 以及数智化新形态教材建设、AI 赋能的课程考核评价等, 这些均是课程组下一步的工作重点。我们将与时俱进, 持续推进高等代数课程的改革创新, 助力学院和学校教育的高质量发展。

基金项目

西安电子科技大学教改项目——数学专业类一流课程建设的研究与实践(B2316); 西安电子科技大学矩阵分析与计算在线课程建设项目(ZXKC2303)。

参考文献

- [1] 钟登华. 新工科建设的内涵与行动[J]. 高等工程教育研究, 2017(3): 1-6.
- [2] 朱佳俊, 李吉有, 张跃辉. 高等代数荣誉课程教学: 理论挂帅, 软硬并举, 实现四化[J]. 高等数学研究, 2024, 27(3): 98-102.
- [3] 赵静, 刘合国. 高等代数里线性空间理论在一元多项式中的若干应用[J]. 大学数学, 2022, 38(6): 90-95.
- [4] 李国重, 马朝忠, 韩松辉. 化解高等代数抽象性的教学方法探索[J]. 高等数学研究, 2023, 26(4): 34-37.
- [5] 王伟. 高等代数教学中学生发散思维的培养——以标准正交基构造为例[J]. 高等数学研究, 2024, 27(1): 50-55.
- [6] 尹小艳, 杨丹丹. 将思政元素融入高等代数课堂教学的探索与实践[J]. 教育进展, 2023, 13(6): 3673-3678.
<https://doi.org/10.12677/ae.2022.1211701>