基于认知负荷理论的数学教学设计

——以"一元二次不等式的解法"为例

马 嫄,何方国

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2025年4月26日: 录用日期: 2025年7月7日: 发布日期: 2025年7月16日

摘 要

随着时代的进步、科学技术的飞速发展和全球化、信息化,科学知识在21世纪呈爆炸式增长,学生的学业压力也呈上升趋势。要落实素质教育,必须减少学生的学业负担。本文基于认知负荷理论的理论基础、教学设计原则、教学策略,以"一元二次不等式的解法"为例,进行基于认知负荷理论的"一元二次不等式的解法"的教学设计,得出教学反思与启示,为我国基础教育数学教师的教学提供一些建议。

关键词

认知负荷理论,一元二次不等式的解法,教学设计

Mathematics Teaching Design Based on Cognitive Load Theory

-Taking "The Solution of Quadratic Inequality" as an Example

Yuan Ma, Fangguo He

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Apr. 26th, 2025; accepted: Jul. 7th, 2025; published: Jul. 16th, 2025

Abstract

With the progress of the times, the rapid development of science and technology, globalization, and informatization, scientific knowledge is exploding in the 21st century, and students' academic pressure is also on the rise. To implement quality education, it is necessary to reduce students' academic burden. This article is based on the theoretical foundation, teaching design principles, and teaching strategies of cognitive load theory. Taking the example of "solving quadratic inequalities", the teaching

文章引用: 马嫄, 何方国. 基于认知负荷理论的数学教学设计[J]. 创新教育研究, 2025, 13(7): 248-257. DOI: 10.12677/ces.2025.137522

design of "solving quadratic inequalities" based on cognitive load theory is carried out, and teaching reflections and inspirations are obtained, providing some suggestions for the teaching of mathematics teachers in basic education in China.

Keywords

Cognitive Load Theory, Solution to Quadratic Inequalities, Instructional Design

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/



1. 研究背景、研究目的和意义、研究内容和方法

1.1. 研究背景

2018年9月4~6日,由北京师范大学和国际认知负荷理论协会合作发起,北京师范大学智慧学习研究院承办,北京师范大学教育学部和心理学部联合协办的第十一届国际认知负荷理论大会在北京召开。来自世界四面八方的学者对认知负荷领域的最新研究进展做了精彩的报告,交流讨论研究成果,大会介绍了认知负荷理论的发展状况,并提出了多种认知负荷效应,认知负荷理论与学科教学的结合成为了一个重要的研究方向[1]。

随着我国基础教育改革的深入,素质教育成为基础教育改革的首要任务。推行素质教育可以减轻学生的学业压力,让学生有更多的精力完成课外的学习,促进学生的全面发展。新时代的发展,大数据、互联网等词汇出现在我们眼前,我们每天都要面对大量的数据和科学知识。合理的利用数据库,提取我们所需的科学知识,减少冗余信息的干扰对教师、学生都至关重要。

此外,现在的课堂教学中,仍有一些教学效率较低的现象。如教师对教材的了解和分析不够,导致课程计划、教学目标不能落实;教师对课堂教学时间的使用不充分,导致教学重点、教学难点不够突出,知识讲解时间分配不合理;学生存在不好的学习习惯,缺乏主动性,导致没有求知欲,觉得数学学习困难,对数学提不起学习兴趣。

1.2. 研究目的和意义

为达到普通高中数学课程标准(2017 年版)要求的教师要不断探索和创新教学方式,以学生为主体,减轻学生的学业压力,本文将认知负荷理论应用于课堂教学之中。基于认知负荷理论的理论基础,结合高一学生的认知特点、数据整理及处理能力对于学生内在认知负荷、外在认知负荷、相关认知负荷的影响,提出基于认知负荷理论的教学设计原则与教学策略,进行了以"一元二次不等式的解法"为例的教学设计。得到学生合理分配认知资源对提升"一元二次不等式的解法"课堂教学效果的影响。

本文将认知负荷理论应用于课堂教学中,体现了早期将认知负荷理论与学科教学相结合的想法。对教师进行课堂教学提供了一份有参考意义的教学设计,为认知负荷在教学中的应用提供了一条基本途径。

1.3. 研究内容和研究框架

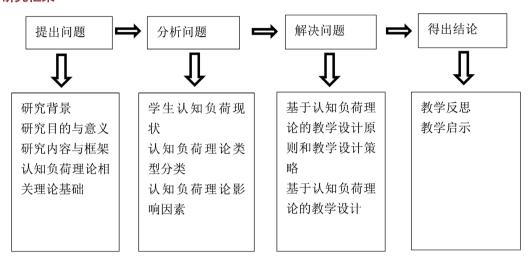
1.3.1. 研究内容

时代的进步,科技的发展,让认知负荷理论出现在教师的视野里,那认知负荷理论是什么?基于认

知负荷理论的教学设计原则、教学设计策略有哪些?基于认知符合理论如何进行教学设计?为了回答上述问题,本文研究内容分为以下几个方面:

- (1) 认知负荷理论的理论基础有哪些?
- (2) 基于学生认知负荷现状,提出基于认知负荷理论的教学设计原则和教学设计策略;
- (3) 基于认知负荷理论,进行"一元二次不等式的解法"的教学设计;
- (4) 结合教学设计,进行教学反思和启示。

1.3.2. 研究框架



2. 认知负荷理论概述

认知负荷是由认知心理学家约翰•斯威勒在 1988 年首先提出的,指个体在学习时其认知系统中的心理活动总量,受个体已有知识和学习材料特定的影响。认知负荷理论是关于如何利用认知负荷的一套理论体系,它以容量有限理论和图式理论为基础,主要从资源分配的角度来考察学习和问题解决。认知负荷理论认为,当工作记忆的负荷最小并有利于促进工作记忆向长时记忆转化时,学习最为高效。

认知负荷理论将认知负荷分为三种类型,见图 1 [1]。内在认知负荷,指工作记忆对认知任务本身所包含的信息元素的数量及其交互性进行认知加工活动所产生的负荷,在一元二次不等式里,二次项系数和判别式等元素的相互关联增加了信息元素的数量和交互性,增加了学生学习时的内在认知负荷。外在认知负荷,指学习任务的设计和信息的呈现方式所带来的认知负荷,是由信息组织和呈现方式不当带来的。相关认知负荷,指工作记忆对认知任务进行实质性认知操作而承受的负荷,是帮助理解学习材料所带来的。内在认知负荷是学习材料本身所具有的,在教学时可通过图式获得使内在认知负荷使用减少,让学生把更多的精力放在对知识的掌握和应用上,减少学生学习负担。外在认知负荷是教师应该极力避免的,可通过教学设计减少外加认知负荷以增加相关认知负荷的容量,从而促进学生的学习。相关认知负荷是教师可以多利用的,增加相关认知负荷的使用,不仅能减轻教师的教学压力,还能帮助学生的学习,提高教师教学效果。



Figure 1. Cognitive load structure 图 1. 认知负荷结构

3. 认知负荷理论的理论基础

3.1. 工作记忆理论

信息输入后先进入短时存储,成为感知记忆,持续时间为 0.1~3 秒,容易遗忘。此时若信息的刺激能够引起学习者的注意力,信息就会进入工作记忆,但工作记忆一次只能存储大约 7±2 个信息元素,存储容量小,持续时间为 5~20 秒[2]。学习者想要学习有效就得把工作记忆中处理的信息存储到长时记忆中。近期研究发现,在数学学习的过程中,工作记忆对数学符号、公式等的处理效率会随认知负荷的变化而进行动态调整。

3.2. 长时记忆理论

工作记忆将处理得到的信息进行演练、编码就可存储为长时记忆。长时记忆是没有限制的,且容量非常大,可以永久保存人们一生的知识,信息成为长时记忆后,可供人们随时检索使用。

3.3. 图式理论

图式是指由若干的要素组成的一种知识框架或分类系统,可以帮助理解和处理新信息,能够加速事物的识别和解释。长时记忆就是以图式的形式存在的。根据图式理论,当人们一时之间接收到的信息过多时,工作记忆就会超载,会产生过多的负荷,没有办法处理如此多的信息,就会产生认知负荷超载的现象,图式就可以减小工作记忆负荷,此时,元素数量仍然有限,但信息量扩大了。图式通过大量实践后可自动化,当处理不熟悉的学习任务时,工作记忆空间能大幅度提高。

4. 基于认知负荷理论的教学设计原则与策略

以下从教学原则和策略两方面阐述如何基于认知负荷理论设计教学。在明确教学设计后,还需相应的教学策略进行具体的实施,从而有效调控认知负荷,以实现降低学生认知负荷,达到提高教学效果的目标。

4.1. 基于认知负荷理论的教学设计原则

4.1.1. 内容适当原则

内在认知负荷受学习材料的复杂性、学习者先前知识经验的影响,数学知识的学习材料比较复杂,它不仅对学生的逻辑推理有要求,还对学生的数学运算有要求,依据数学知识的逻辑推导关系,"一元二次不等式的解法"可按照简单应用题到复杂应用题的先后顺序进行教学的安排,引导学生逐步构建数学知识体系。所以在基于认知负荷理论进行"一元二次不等式的解法"的教学设计时,教师应认真钻研教材中的知识内容,查看数学课程标准中对于"一元二次不等式的解法"的教学要求,将"一元二次不等式的解法"的知识内容合理划分,安排好重点、难点,教学目标[3]。此外,学生先前的知识经验教师也要在教学设计前进行详细的了解,例如,学习"一元二次不等式的解法"之前,学生在初中阶段就已经学习了一元一次方程、一元一次函数、一元一次不等式,知道这三个"一次"之间的关系,并且还掌握了一元二次方程的解法、一元二次函数的画法。这些都是教师在进行"一元二次不等式的解法"的教学设计前必须要了解的,如若不然,教师在教学时又花费大量的教学时间为"一元二次不等式的解法"做铺垫做无用功,这与我们数学课程标准所要求的高效讲解是相违背的。

4.1.2. 材料合理原则

材料合理原则是指教师进行"一元二次不等式的解法"的教学设计时对教材的内容、知识点,以及与教材内容相关的图表、例题习题、公式、音频等进行整合,合理选择与删除内容。学习材料的组织方

式、知识内容的呈现方式都与外在认知负荷有关,教师在进行"一元二次不等式的解法"教学设计时,可将选取的与该知识点相关的学习材料进行组织排列。例如,在讲解"一元二次不等式的解法"可先复习回顾初中数学所学过的一元一次方程、一元一次函数、一元一次不等式的图象关系,以及一元二次方程、一元二次函数的图象、解法,这一环节教师可以用板书的形式进行知识的回顾与呈现;其次再用例题引出一元二次不等式的概念、零点、根的内容,例题的展示可用多媒体,多媒体在例题旁边可以加上图片,这样例题与实际生活相关联更能激发学生的好奇心;然后用表格的形式展现一元二次方程、一元二次函数、一元二次不等式之间"三个二次"的关系,此环节教师可以将表格先行补充一部分,再让学生补充,加深学生对知识点的印象;接着给学生例题进行巩固训练,例题一部分是简单的不等式,一部分是有难度的应用题,让学生的解题循序渐进;最后教师带领学生总结一元二次不等式的解法,将本课知识点进行总结提炼,为后续解题打下基础。

4.1.3. 图式建构原则

图式理论认为,知识可以通过图式从工作记忆到长时记忆,将知识长时间保存,当学生学习新的知识时,图式可以根据情况进行自动化加工分类,增加记忆中的图式数量,进而增大记忆容量,提高学生的学习效果。数学知识具有系统性,教师可以引导学生类比已有的函数和方程的图式构建一元二次不等式的图式。相关认知负荷是与促进图式建构和图式自动化过程相关的认知负荷,教师应在保证认知负荷不超过总认知负荷的情况下,鼓励学生积极进行图式建构,并为学生多创造图式建构的机会[4]。例如,教师在温故环节复习一元一次方程、一元一次函数、一元一次不等式之间"三个一次"的关系,就是在唤起学生头脑中关于一次的图式。再如教师在课堂的最后进行一元二次不等式的解法的总结等等,都是在增加学生的相关认知负荷,提高教师课堂教学质量以及学生的学习效果。

4.2. 基于认知负荷理论的教学策略

4.2.1. 减少内在认知负荷的教学策略

内在认知负荷主要取决于学习材料本身,以及学习者已有的相关知识经验,降低内在认知负荷就从这两方面入手。降低内在认知负荷有以下策略:首先,剖析概念,在温故复习环节,剖析一元一次方程、一元一次函数、一元一次不等式的概念,"一元""一次"是什么,都是"一元一次",那方程、函数、不等式的区别与联系是什么。其次,利用变式,复习了"三个一次"后,复习一元二次方程、一元二次函数,在"一次"的基础上什么是"二次",让学生明白"一次"和"二次"的递进关系。最后,使用样例,在复习了一元一次方程、一元一次函数、一元一次不等式之间的关系后,仿照"三个一次"的关系猜测一元二次方程、一元二次函数、一元二次不等式三者之间的关系,减少学生的内在认知负荷[5]。

4.2.2. 减少外在认知负荷的教学策略

外在认知负荷是由材料组织和呈现方式不当所引起的,要减少外在认知负荷就要优化学习材料的组织和呈现方式。可以从以下方面着手:首先,明确学习任务,知识的学习量大且繁杂,而人的记忆容量是有限的,所以教师在教学设计时要将学习任务明确,安排好教学目标,删除在教学不必出现的内容,减少外在认知负荷,优化学习材料、教学时间,提高教师教学效率。其次,创设情境,适当的情境的创设可以让学生更容易理解问题,让学生体会到数学不是冰冷的数字,而是与生活息息相关,理论与实践相结合,减少学生再花费时间去理解问题。再次,利用多媒体工具,多媒体工具是时代的进步,合理的利用多媒体教学,避免了以往只有黑板和粉笔而导致的没有动画借助理解知识的情况,例如,在判断一元二次方程的根时就可以利用多媒体上下移动图象看图象与x轴的交点。

4.2.3. 增加相关认知负荷的教学策略

相关认知负荷可以让知识"开花",将知识存储到长时记忆中,在教学时要将知识自动化加工,从而增加相关认知负荷[6]。可以从以下方面入手:首先,借助知识进行类比,例如在学习了一元二次不等式的概念、零点、根以后,仿照一元一次方程、一元一次函数、一元一次不等式三者之间的关系,写出一元二次方程、一元二次函数、一元二次不等式之间的关系。其次,借助图表工具,多通道教学,运用表格、多媒体、黑板、口述等多种教学方式,将学生的多个感官运用起来,达到全方位锻炼学生的目的。再次,随堂练习,课堂上的练习可以很好的检验出学生的知识掌握情况,以及知识的延伸运用能力。最后,总结反思,鼓励学生,可以帮助学生在头脑中构建一个完整的知识系统,有利于长时记忆中的图式的自动化建构。

5. 基于认知负荷理论的"一元二次不等式的解法"的教学设计

一、教学内容

学习并掌握一元二次不等式的解法

二、教材分析

本节知识是高一必修一的内容,学习本课内容前,学生已经学习了一次函数与一元一次方程、不等式的知识,所以学习一元二次不等式的解法承接了前面的一元一次函数、方程、不等式,又为后面学习函数的定义域、值域做了铺垫。

三、学情分析

学习本课内容前,学生在初中阶段学生已经学习了一元一次方程,一元一次函数和一元一次不等式,知道这"三个一次"之间的关系,且掌握了一元二次方程的解法和一元二次函数图象的画法,对二次函数及其图象也比较熟悉。此外,高中的学生基础知识比较扎实。对于知识具有较好的理解能力和应用能力,他们更喜欢合作、探究式学习,对数学学习有较为浓厚的兴趣,并且已经形成了一定的直观想象能力和逻辑推理能力,数学抽象思维已有很大发展,但还需依赖具体形象的内容理解抽象的逻辑关系。

四、教学目标

- 1) 理解一元二次不等式的概念,以及一元二次不等式在实际情境中的现实意义;掌握通过图象找一元二次不等式解集的方法,包括因式分解法、配方法等,能运用一元二次不等式解决实际问题;理解二次函数的图象与一元二次方程的根、一元二次不等式之间的整体局部的关系。通过将复杂的知识目标分解为具体的小目标,降低内在认知负荷。
- 2) 通过类比建构,从一次函数的观点看一元一次方程、一元一次不等式的思想方法,到从二次函数的观点看一元二次方程、一元二次不等式,进而得到一元二次不等式的求解方法;借助图象,探究"二次函数""一元二次方程""一元二次不等式"之间的整体与局部的关系,感悟数形结合的思想方法。
- 3) 在探索活动中激发学生的求知欲,培养学生的观察、分析能力,培养由特殊到一般的归纳能力,培养学生良好的数学思维习惯以及勤于动脑的学习习惯。让学生在独立思考的基础上,主动参与到数学活动的过程中,感受数学思考过程中的逻辑性和数学结论的准确性,增强学好数学的信心。

五、教学重点、难点

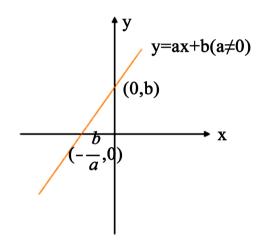
- 1) 教学重点: 一元二次不等式的解法
- 2) 教学难点: 一元二次函数的图象与一元二次方程的根、一元二次不等式之间的整体与局部的关系

六、教学方法: 启发式、讲授式

七、教学过程

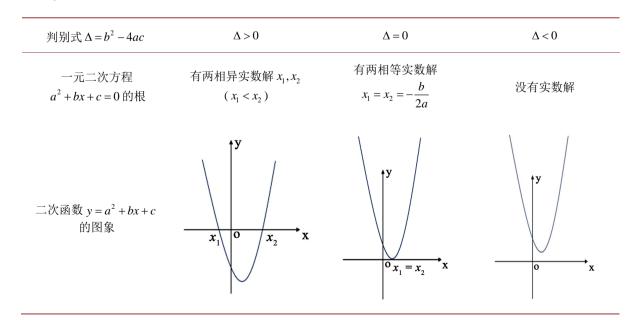
(一) 温故复习

- 1) 一元一次方程: ax+b=0 ($a \neq 0$)
- 2) 一元一次函数: $y = ax + b(a \neq 0)$
- 3) 一元一次不等式: ax+b>0 或 ax+b<0 ($a\neq 0$)
- 4) 画出函数图象[2], 构建"三个一次"的关系



一元一次方程的根是一次函数图像与 x 轴交点的横坐标; 一元一次不等式的解集是一次函数图象在 x 轴上(下)方时对应的 x 的取值范围。

- 5) 一元二次方程: $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$
- 6) 一元二次函数: $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$
- 7) 求解方法: 配方法、公式法、因式分解法
- 8) 一元二次方程的根与二次函数的图像的关系



将相关知识进行整合,形成一元一次方程、函数、不等式,一元二次方程、函数的知识网络,便于学生应用时提取,降低内在认知负荷。

(二) 问题情境

园艺师打算在绿地上用栅栏围一个矩形区域种植花卉,若栅栏的长度是 24 m,围成的矩形区域的面积要大于 20 m?则这个矩形的边长为多少米?

(先让学生自行思考,由算术法不易得出答案,引导学生设未知数列不等式求解问题,题目问什么就设什么。通过实际生活中的问题,将抽象概念具体化,减少认知困难。)

分析: 长度→周长 L=20 m

面积→矩形面积 S > 20 m²

解:设这个矩形的边长为x m,则另一条边长为(12-x) m

由题意得: (12-x)x > 20, 其中0 < x < 12

整理得: $x^2-12x+20<0$

(矩形的边长要大于0,所以要限定x的取值范围)

(三) 建构新知

1) 二次不等式: 只含有一个未知数,并且未知数的最高次数是 2 的不等式(问题情境列出题目所求一元二次不等式后,引出一元二次不等式的概念。)

2) \emptyset : $x^2 - 12x + 20 < 0$; $-3x^2 - 10x + 16 > 0$; $4x^2 + 7x - 9 > 0$

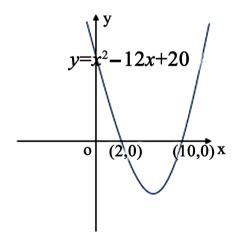
一般形式: $ax^2 + bx + c > 0$ 或 $ax^2 + bx + c < 0$ (a,b,c 均为常数,且 $a \neq 0$)

(设计意图:提问学生,仿照一元一次不等式的一般形式,让学生试着写出一元二次不等式的一般形式,培养学生自主探究能力,让学生体会类比思想,增加相关认知负荷。)

(四) 拓展新知

1) 零点: 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$,我们把使 $ax^2+bx+c=0$ 的实数 x 叫做二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的零点。

例:

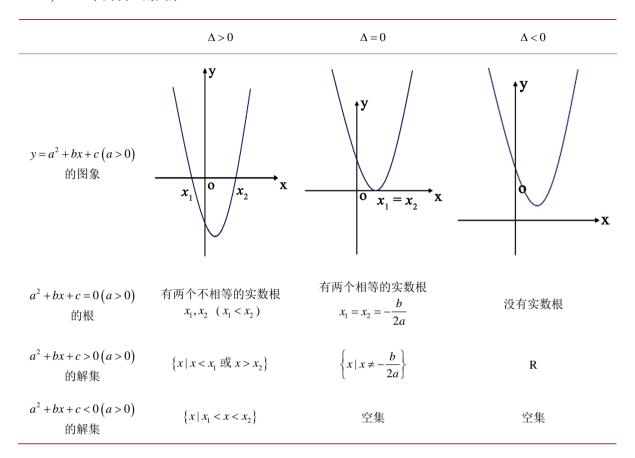


一元二次方程 $x^2 - 12x + 20 = 0$ 的两根是 $x_1 = 2$ 和 $x_2 = 10$

一元二次函数 $y = x^2 - 12x + 20$ 的零点是 2 和 10

(设计意图:通过一元二次函数图象和一元二次方程的根,给学生讲解"函数的零点"这一新知,让 学生进一步理解一元二次方程的根与一元二次函数图象之间的局部与整体的关系。)

2) "三个两次"的关系



(设计意图:通过表格的形式,展现一元二次方程、一元二次函数和一元二次不等式之间的"三个二次"关系,培养学生的逻辑知识体系,让学生感悟数学中的整体与局部的思想。)

教学内容整体遵循从易到难、从具体到抽象的原则,逐步增加知识的难度,避免学生因为知识跳跃 过大而产生过高的认知负荷。

(五) 学以致用

例: 求下列不等式的解集。

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$
; $9x^2 - 6x > -1$; $-x^2 + 2x - 3 > 0$

(设计意图:设计以上三道习题,求不同形式、不同难度的一元二次不等式的解集。既提高了学生逻辑推理的核心素养,又培养学生解题时先分析后解答的好习惯,减少学生因错误积累而产生的认知负荷。)

(六) 归纳小结

解一元二次不等式的一般步骤:

1) 化标准形式; 2) 算判别式; 3) 判实根; 4) 定零点, 画草图; 5) 看图写解集

(设计意图:回顾课上解一元二次不等式的方法,让学生自己归纳解一元二次不等式的一般步骤。引导学生通过回忆本节新知探索过程,理清其中所含的数学思想方法。通过自己整理知识框架,做到复习回忆,巩固新知。)

(七) 布置作业

练习册对应章节的 1~15 题

6. 教学反思与启示

6.1. 影响认知负荷的因素

认知负荷的影响因素有主观和客观两类,从客观因素入手,教师运用减少认知负荷的教学策略提升教学质量。如感觉通道效应,文字以言语叙述的方式呈现,对一元二次不等式的解法的推导,将一些必要的加工从视觉通道转移到听觉通道,加强视觉和听觉,促进学生对求解方法的掌握。应用提示效应,提供线索引导学生怎样处理材料以减少对无关材料的处理。如问题情境中例题的求解,通过教师的提示,让学生过滤掉无用信息。时间邻近效应,在播放动画的同时呈现相应的叙述(边放边说),以便学生易于在记忆中保持表象。如温故复习中,教师边读问题边播放幻灯片,利用学生好奇心吸引学生注意力的同时,还解决了问题,增加了学生的生活常识。

6.2. 教学启示

基于认知负荷理论的教学能够提高学生的学习效率,减轻学生学业压力,有多余的时间学习其它知识,帮助学生全面发展。基于认知负荷理论的教学能够促进学生的认知负荷完善,提高学生对知识的延伸利用,帮助学生知识网络图的构建与形成。基于认知负荷理论的教学有充足的可行性与操作性,将理论运用到学科教学,实现理论与教学科目的结合,为其他理论运用到教学中奠定基础,促进教育的现代化与科学化。基于认知负荷理论的教学能够更好地促进学生对知识的理解、掌握和应用,培养学生的数学核心素养。

参考文献

- [1] 罗亚琳. 基于认知负荷理论的高中数学教学设计研究[D]: [硕士学位论文]. 南昌: 江西师范大学, 2023.
- [3] 许珂. 基于认知负荷理论的高中数学作业设计研究[D]: [硕士学位论文]. 福州: 福建师范大学, 2020.
- [4] 连四清, 伍春兰. 认知负荷理论与数学教学样例设计[J]. 数学通报, 2005, 44(11): 24-26.
- [5] 汪明, 曹道平. 基于认知负荷理论的有效教学设计研究[J]. 现代教育技术, 2013, 23(5): 16-19.
- [6] 岳孟阁. 认知负荷理论视角下初中数学教学设计研究[D]: [硕士学位论文]. 阜阳: 阜阳师范大学, 2022.