

在文科高等数学课堂教学中培养学生的思维能力

张润石

四川轻化工大学数学与统计学院, 四川 自贡

收稿日期: 2025年5月20日; 录用日期: 2025年7月1日; 发布日期: 2025年7月10日

摘要

本文旨在探索高等数学课堂教学中提升文科生思维能力的教学方法。文科生通常缺乏对抽象数学概念的兴趣和理解, 单纯的按课本讲授的教学方法对文科生作用不大。因此, 本文提出了根据文科高等数学内容, 通过教学方法、内容设计实现学生思维能力的综合提升, 达到从“知识传递”到“思维生长”的质变。

关键词

高等数学课堂教学, 思维能力, 教学方法

Cultivating Students' Thinking Ability in the Teaching of Advanced Mathematics for Liberal Arts

Runshi Zhang

School of Mathematics and Statistics, Sichuan University of Science & Engineering, Zigong Sichuan

Received: May 20th, 2025; accepted: Jul. 1st, 2025; published: Jul. 10th, 2025

Abstract

This paper aims to explore the teaching methods to improve the thinking ability of liberal arts students in advanced mathematics classroom teaching. Liberal arts students usually lack interest and understanding of abstract mathematical concepts, and the teaching method of simply teaching according to the textbook is not very effective for liberal arts students. Therefore, this paper proposes

to achieve a comprehensive improvement of students' thinking ability through teaching methods and content design based on the content of liberal arts advanced mathematics, so as to achieve a qualitative change from "knowledge transfer" to "thinking growth".

Keywords

Advanced Mathematics Classroom Teaching, Thinking Ability, Teaching Methods

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

高等数学作为一门基础学科，主要研究的是微积分，其使用范围几乎覆盖了社会科学和自然科学的所有领域，学习高等数学课程是培养文科生理性思维的良好途径[1]。然而，由于部分文科生对抽象的数学概念常常缺乏兴趣和难以理解，数学基础知识薄弱在学习高等数学时往往感到吃力，难以跟上课堂进度，学习效果不尽如人意。但文科生需要完善理性思维，提高科学素养的重要意义毋庸置疑。因此探索在高等数学课堂中培养文科生基本能力的教学方法非常重要。

2. 如何在课堂教学中培养学生的思维能力

在课堂教学中，教师发挥主导作用，学生是主体，只有学生动起来课堂效率才能提高，教学效果才能好。而数学思维的培养只能在反复训练和实践中建立，无捷径可走。

2.1. 将数学工具与人文社科的现实问题结合，提升学生的学习兴趣，培养其用理性思维解决复杂社会问题的创新能力和模型构建能力

数学的创新能力是指个体或群体在数学领域中提出新问题、发现新规律、构建新理论或开发新方法的能力；模型构建能力是指将现实问题抽象为数学结构，并通过逻辑推理、计算或模拟解决问题的综合能力。这两种能力不仅需要扎实的数学基础，还需要开放的思维方式和跨学科的视野，模型构建能力更是数学应用的核心，也是连接理论与实践的桥梁。

比如新生入学时，复习基本初等函数相关知识，提到指数函数可以简单讲解一个经典数学模型：用指数函数模拟谣言扩散速度，其核心思想是：在传播初期，听到谣言的人会主动传播给他人，导致传播人数随时间呈指数级增长。

设 $I(t)$ 为时间 t 时刻的“知情者”数量，每个“知情者”单位时间内会传播给 r 个新个体($r > 0$ 为传播速率)，其变化率满足： $dI/dt = r \cdot I(t)$ ，解得 $I(t) = I_0 \cdot e^{rt}$ 设初始知情人 $I_0 = 1$ ，传播速率 $r = 0.5$ ，即每人每天传播 0.5 个人，计算结果：

第一天： $I(1) = e^{0.5} \approx 1.65$ 第三天： $I(3) \approx e^{1.5} \approx 4.48$ 第七天： $I(7) \approx e^{3.5} \approx 33.1$

结论：短期内谣言传播速度相当惊人！

指数模型虽简化，但能直观展示谣言传播的爆发性。通过调整参数或引入限制条件(如人口上限、衰减率)，模型可逐步逼近现实，成为分析社会现象的有力工具。

在高等数学的开学第一课上这样讲解，引发学生惊叹的同时也使学生意识到这门课是极其有用的一门课，激发学习兴趣，树立学好高等数学的决心。

2.2. 利用动画理解高等数学的抽象概念，化解抽象思维障碍培养数学抽象能力

数学的抽象能力是数学思维的核心特质，它指剥离具体表象、提取本质结构，并建立一般化理论框架的能力。这种能力使数学能够超越具体情境，发现跨领域的统一规律。最初级的抽象就是从具象到符号的互相转化，比如“园”不但指具体画出的图形，同时也是满足 $x^2 + y^2 = R^2$ 的点集。

高等数学中的数学概念有些比较抽象，利用动画理解高等数学的抽象概念是一种高效且直观的方法，通过动态可视化可以将静态公式和定理转化为可交互的图形过程，帮助突破思维局限。本质上将数学的“符号逻辑”转化为“空间与时间”的动态关系，通过视觉和运动直觉来辅助抽象思维。

例如，展示极限的 $\varepsilon - \delta$ 定义[2]中，通过动画收缩 δ 区间，观察函数值如何被 ε 约束。导数是“瞬时变化率”，通过动画展示函数曲线上某点切线的动态移动(如割线逼近切线的过程)，比静态图像更直观。多重积分用动画展示三维体积的“切片累加”过程(如圆柱体积分)能更好理解微元法思想。

2.3. 分层递进，强化逻辑思维训练，培养逻辑推理能力

逻辑思维能力是指运用严谨的推理规则，从已知前提得出必然结论的系统化思考能力。它是数学区别于其他学科的核心特征，也是解决复杂问题的关键工具。而培养学生的逻辑推理能力，需注重问题解决过程，系统地将数学的严谨性与教学策略相结合。

2.3.1. 设计阶梯式问题链

设计阶梯式问题链，通过由浅入深、环环相扣的问题序列，引导学生逐步突破认知难点。

以“微积分 - 中值定理”为例展示问题链结构：

阶段 1：直观感知

1) 观察函数 $f(x) = x^2$ 在 $[0, 2]$ 的图像，能否找到一点 c 使得切线斜率等于端点连线斜率？(引导发现几何特征)

阶段 2：单一技能训练

2) 对 $f(x) = \sin x$ 在 $[0, \pi]$ 上验证罗尔定理条件，并求出 c 的值(掌握定理基本应用)

3) 若 $f(0)=1, f(2)=5$ 且 $f'(x) \geq 2$ ，证明 $f(4) \geq 9$ 。(学习中值定理的不等式应用)

阶段 3：条件变式

4) 若函数在 $x=1$ 处不可导，罗尔定理是否仍适用？举例说明(理解定理条件的必要性)

5) 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 可导且 $f'(a)f'(b) < 0$ ，证明存在 $c \in (a, b)$ 使 $f'(c) = 0$ 。(推广到更一般情形)

阶段 4：综合应用

6) 用中值定理证明：当 $x > 0$ 时， $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2}$ (结合泰勒展开)

7) 若 $f''(x) > 0$ 且 $f(0) = 0$ ，证明 $\frac{f(x)}{x}$ 单调递增(二阶导数的综合运用)

通过这种阶梯式设计，学生能在“跳一跳够得着”的挑战中稳步提升。关键要把握：每个台阶高度差约 15%~20%难度增幅；每 3~5 个问题设置 1 个“思维节点题”(需整合前序知识)；最终问题应指向课程核心思想。

2.3.2. 难题分层递进

对难题进行科学的分层递进设计是培养学生思维能力的核心策略。分层设计原则：每层问题比前一层增加一个认知维度；相邻层级保持 30%相似 + 70%新挑战；按 3:5:2 比例分配基础进阶来拓展问题。

例如，学生在学习不定积分这章时感觉难度非常大，可设计这样的系列问题求导：

$\int \frac{1}{1+x^2} dx$ (基本公式), $\int \frac{x}{1+x^2} dx$ (凑微分法), $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx$ (综合积分方法), $\int \frac{x^3}{1+x^2} dx$ (拓展题); 难度增加一点的系列 $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ (基本公式), $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ (凑微分法), $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$ (综合积分方法), $\int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx$ (拓展题); 还有 $\int \cos x dx$, $\int \cos^2 x dx$, $\int \cos^3 x dx$, $\int \cos^4 x dx$ 等单个被积三角函数从一次方到高次方求积分……这样的系列求积分问题还有很多，鼓励学生自行建立类似序列，这样让学生一步一步增强计算能力及归纳推理能力，锻炼思维。

本人以往一直讲授理工本科《高等数学》，后因教学需要连续几年讲授心理专业、社保专业、管理专业的《高等数学》，第一年低估了理科生和文科生知识基础、思维模式、学习目标和认知习惯上的差别，授课过程中教师累学生也累。虽然完成了教学任务，学生的及格率为 85%，痛下决心改变了教学方式，第二年尝试以上的教学方法，在课堂教学上轻松不少，学生及格率达到了 93%，甚至有学生卷面一百分。此后一直及格率 90% 以上，高分也较多。高等数学教学改革是应对新时代人才培养需求、学科交叉融合和技术变革挑战的战略举措，其意义不仅限于数学教育本身，更关乎创新人才培养和国家科技竞争力。

3. 在课堂教学中培养学生的思维能力的注意事项

在高等数学课堂教学中培养学生的思维能力，需要兼顾数学学科的逻辑严谨性与学生认知发展规律。

3.1. 注意避免重结果轻过程

避免“重结果轻过程”的教学倾向，需要教师将教学重心从单纯的公式记忆和答案获取，转向思维过程的显性化展示和深度参与。讲解定义定理时要展示定义定理的发现过程(如通过特例猜想→验证→一般化证明)，不能直接给出公式或结论。例如，在讲解导数定义时，先让学生计算多个函数的平均变化率极限(如 $f(x)=x^2$, $f(x)=\sin x$)，再抽象出 $f'(x_0)$ 的定义。使高等数学课堂从“结论传递”转变为“思维体操”，真正实现“通过数学学习培养思维能力”的教育目标。关键是要容忍教学进程的“慢下来”，因为思维能力的培养本质上是一种“慢教育”。

3.2. 注意避免碎片化教学

培养学生系统化思维能力避免碎片化教学，需要构建知识网络、强化逻辑关联，并通过问题链设计将知识点有机整合，建立知识网络图(如将极限-连续-可导-可微的关系可视化)，不要孤立讲解知识点。可以每章开篇展示知识地图用不同颜色标注概念层级(如红色 = 核心定理，蓝色 = 工具性概念)。使高等数学教学从“知识点堆积”转变为“思维网络构建”，帮助学生形成以下能力：概念迁移(如将导数的局部线性化思想应用于数值分析)；系统推理(从微分基本定理自然理解偏微分方程求解思路)；跨域关联(发现线性代数与多元微积分的深层联系(如雅可比矩阵与坐标变换))。最终目标是培养学生像数学家一样思考，而非机械执行计算。

3.3. 注意避免过度形式化

避免过度形式化需要平衡数学的严谨性与学生的认知接受度。例如，讲述极限的定义先用几何直观铺垫，不要过早引入 $\varepsilon-\delta$ 语言，避免学生将数学等同于符号游戏，丧失学习兴趣并阻碍对数学思想的本质理解(如“极限是动态逼近过程”而非静态等式)。应先动画展示直观感 x 在 $x \rightarrow 0$ 时的函数值变化，再语言描述“当 x 无限接近 0 时，函数值无限接近 1”，最后将直观描述转化为 $x \rightarrow 0$ 的形式化定义。既能

保持数学的严谨性,又能避免形式化造成的认知障碍。关键在于:始终建立符号与意义的双向联系;允许学生经历“模糊→清晰”的认知过程;根据不同教学目标灵活调整形式化程度。有利于培养文科学生的量化思维素养。

4. 结语

高校的教学改革还有很长的路要走,高等数学课程亦是如此。教学改革不是一朝一夕的事,需要长时间进行摸索和探究,在教育方式、方法上也需要进一步改进和优化[3]。另外,在设计和实施教学方法时,应充分考虑教师个体差异和操作性,提供具体可行的指导和培训,以提高教师的教学能力。本研究参考了一些文献[4][5],但仍存在一些不足之处,需要在未来的研究中进行完善和拓展。也希望本文的研究内容和结论能对高等数学课程的教学实践和研究工作提供一定的借鉴和参考,进一步推动高等数学教学方法的发展和提升。实现从“知识传递”到“思维生长”的质变,最终培养出具备数学抽象能力(从具象到形式化)、逻辑推理能力(严密的演绎归纳)、模型建构能力(实际问题数学化)、批判创新能力(突破思维定式)的复合型人才。

基金项目

JG-2301 四川轻化工大学 2023 年校级教学改革研究项目。

参考文献

- [1] 闫达文. 文科生高等数学教学方法研究与实践论[J]. 高师理科学刊, 2018, 8(1): 68-71.
- [2] 吴赣昌. 微积分(经管类第五版) [M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2017: 7.
- [3] 潘文武, 李天增. 加强在高等院校数学教学中素质教育的研究[J]. 科学视界, 2022, 4(1): 217-218.
- [4] 张春琴, 张峰, 田大增. 激发高校文科生学习大学数学兴趣的对策研究[J]. 大学教育, 2018(6): 87-89.
- [5] 李利, 高燕红. 促进深度学习的高校混合式教学设计研究[J]. 黑龙江高教研究, 2021(5): 148-153.