Creative Education Studies 创新教育研究, 2025, 13(8), 457-467
Published Online August 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2025.138619

基于APOS理论的"三角函数的概念"教学设计研究

成瑛淇

黄冈师范学院数学与统计学院，湖北 黄冈

收稿日期：2025年6月11日；录用日期：2025年8月14日；发布日期：2025年8月25日

摘 要

数学概念是构建知识体系的核心，也是学生数学学习的基础。针对现有研究中APOS理论在三角函数概念教学中偏重宏观阶段划分、忽视微观认知活动设计的问题，本文提出"四阶段、八环节"的"三角函数的概念"教学设计。"四阶段"是指APOS理论中的活动、过程、对象、图式四阶段，"八环节"是指观察(生活现象)、思考(数学抽象)、探究(关系建构)、定义(形式化)、深化(符号认知)、拓展(一般化)、应用(问题解决)、总结(图式整合)的阶梯式设计。"四阶段、八环节"旨在让学生在概念学习过程中完成从现实世界到数学知识的抽象，实现模型的构建，对三角函数的概念形成深层次的理解，了解概念本质，提升数学核心素养。为APOS理论的实践提供可操作的课堂实施框架，对抽象数学概念教学具有方法论启示。

关键词

APOS理论，三角函数的概念，教学设计，概念教学

Teaching Design Study of "Trigonometric Function Concept" Based on APOS Theory

Yingqi Cheng

College of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: Jun. 11th, 2025; accepted: Aug. 14th, 2025; published: Aug. 25th, 2025

Abstract

Mathematical concepts are the core of the knowledge system and the foundation of students' mathematical learning. Aiming at the problem that the APOS theory in the teaching of trigonometric function concepts favors the division of macroscopic stages and neglects the design of microscopic

文章引用: 成瑛淇. 基于 APOS 理论的"三角函数的概念"教学设计研究[J]. 创新教育研究, 2025, 13(8): 457-467.
DOI: 10.12677/ces.2025.138619

cognitive activities, this paper proposes the teaching design of "concepts of trigonometric function" with "four stages and eight links". The "four stages" refers to the four stages of activity, process, object and schema in the APOS theory, and the "eight links" refers to the observation of (life phenomenon), thinking (mathematical abstraction), inquiry (relational construction), definition (formalization), deepening (symbolic cognition), extension (generalization), application (problem solving), and conclusion (schematic integration) in a stepwise design. The "four stages and eight links" are designed to enable students to complete the abstraction from the real world to mathematical knowledge in the process of conceptual learning, to realize the construction of models, to form a deep understanding of the concept of trigonometric functions, to understand the essence of the concepts, and to improve the core mathematical literacy of mathematics. It provides a practical framework for the implementation of APOS theory in the classroom, and provides methodological insights into the teaching of abstract mathematical concepts.

Keywords

APOS Theory, Concepts of Trigonometry, Instructional Design, Conceptual Teaching

1. 问题提出

APOS 理论基于建构主义，强调学生主动建构数学知识，关注学习过程中心理机制的变化。一些研究表明，APOS 理论不但清楚地指明了学生构建数学概念的学习层次，而且为数学教师如何进行数学教学提供了一种具体的教学策略[1]。如今，在数学概念教学的广阔天地里，APOS 理论展现出了强大的适用性。尤其在中学数学教育领域，APOS 理论被广泛应用于指导各种数学概念的教学实践。

在高中阶段，学生需要掌握众多数学概念，而三角函数的概念是其中较为抽象且难以理解的一个。三角函数的学习要求学生从初中具体的数值计算和几何图形的认识，转变到对抽象的函数关系和符号表示的理解与运用。这种思维的转变对于学生来说具有一定的挑战性，需要通过深刻的教学来帮助学生实现思维的过渡和提升。

综观现有运用 APOS 理论指导三角函数概念课教学设计的研究，其普遍做法是依据 APOS 理论的四个核心阶段构建宏观教学框架。然而，这类设计往往侧重于划分阶段本身，而对学生在每一阶段内应经历哪些具体的学习活动、可能遭遇何种认知障碍，以及如何通过有效的活动设计引导其认知发展关注尚显不足。因此，本文基于 APOS 理论对三角函数的概念教学过程进行“四阶段、八环节”的重构设计，明确各环节教师教学重点，提升教学针对性，以实现对 APOS 理论更细化和深化的应用。

2. APOS 理论概述

APOS 理论由杜宾斯基于 20 世纪 80 年代提出，基于皮亚杰的建构主义学习理论，深化并拓展了皮亚杰在数学学习领域的反思与抽象理论。该理论将数学概念学习分为四阶段：操作(Action)、过程(Process)、对象(Object)、图式(Scheme) [2]。APOS 理论的核心在于对数学概念学习过程的细腻刻画，其强调学生通过内在心理结构的建构来掌握数学概念。这一理论不仅关注学生外在的操作与表现，更深入到学生思维的底层逻辑。

活动阶段：学生如同面对新奇事物的探索者，凭借已有经验进行初步接触；

过程阶段：类似于皮亚杰所说的“顺应”，学生将外部操作转化为内在思维模式；

对象阶段：对这种思维模式的进一步抽象与固化，使其成为可操作、可组合的认知单元；

图式阶段：要求个体在学习过程中逐步构建独特的认知框架，学生在经历了前三个阶段的学习后，会对自己既有的概念图式进行整合，进而创造出全新的图式，能灵活调用各种知识来解决复杂问题。

APOS 理论倡导的教学模式，如同为学生的思维插上翅膀，鼓励他们在活动中思考，在过程中领悟，在对象操作中深化理解，在图式整合中升华认知[3]。

3. “四阶段、八环节”教学过程说明

数学概念的基础性工具性，使数学教师倾向于让学生在运用概念中深化对概念的理解，在实际教学过程中教学环节往往会设计简约，这种缺失会给学生概念建构的丰富度与全面性带来影响[4]。将 APOS 理论的数学概念学习四阶段作为教学过程的宏观阶段，将每个宏观阶段进一步细化为两个具有明确教学意图和认知目标的关键环节，清晰界定学生在每个环节应参与的认知活动与操作任务，精准定位教师在不同环节的教学重点与引导策略。如表 1 所示。

Table 1. The “four-stage, eight-stage” teaching and learning process
表 1. “四阶段、八环节”教学过程

四阶段	八环节	含义	设计意图
活动阶段	观察	学生观察	激发好奇心，促使学生积极投入探索
	思考	思考现实情境中的数学问题	引发思考，刺激调用已知数学知识
过程阶段	探究	探究情境中抽象出的数学关系	构建模型，寻找函数
	定义	生成定义	明确三角函数的概念，阐明自变量和因变量
对象阶段	深化	深化理解概念中符号的意义	强调其与传统函数的不同之处
	拓展	推广三角函数的概念	拓展概念的外延
图式阶段	应用	应用概念，加深理解	通过题目加深对概念的理解
	总结	梳理知识，构建图式	帮助学生构建完整的知识图式，强化记忆

三角函数的概念教学过程设计中的八环节是指：观察－思考－探究－定义－深化－辨析－应用－总结。

“观察”环节，APOS 理论的活动阶段强调通过实际活动积累经验。通过生活实例(摩天轮、钟表)让学生观察圆周运动，从生活经验出发建立具体感知。为后续抽象化提供具体载体。

“思考”环节，通过问题驱动引导学生将生活问题转化为数学问题，剥离非本质属性(如摩天轮实物)，聚焦核心要素(点的运动、角度、坐标)，提出坐标系与单位圆设想，推动从具象到抽象的思维跃迁。

“探究”环节，教师需要引导学生主动探索数学模型的构建过程，通过学生动手操作计算和信息技术相结合的教学形式，使学生在自己动手操作的过程中和信息技术直观的展示中明确给定一个任意角 α 都有对应的变量，此时学生不需要逐一进行计算就知道存在这种对应关系。

“定义”环节，规范定义三角函数，对比初中锐角三角函数，揭示本质一致性。

“深化”是指该阶段要进一步强化学生对概念的理解，可联系旧知类比新知，分析其相同点与不同点，挖掘概念的内涵，达到进一步的理解概念对象。用单位圆上点的坐标表示任意角的三角函数，与学生已有的经验有较大的差距，因为前面所学习函数其解析式都有明确的运算含义，如 $y=kx+b$，$y=ax^2+bx+c$，$y=a^x$ 等，而三角函数的对应关系不以“代数运算”为媒介，三角函数是 α 与 x，y 直接对应，无需计算，学生可能对三角函数的符号存在一定的认知障碍。因此，在教学过程中，需要通过

具体的例子来帮助学生理解三角函数的概念。

“拓展”，随着学生对概念的理解逐渐深入，再引入脱离单位圆的表达式，引导学生进行更高层次的抽象思考，这样的教学顺序符合学生的认知发展规律，有助于提高教学效果。

“应用”环节，在做习题的过程中，学生需要将三角函数概念与具体的数值、符号、运算等相结合，进行一系列的逻辑推理和运算操作。这有助于学生从对概念的表面理解，转向更深层次的思维加工，加深对概念的理解和记忆，将新知识融入已有的认知结构中，促进知识的内化。

“总结”环节，梳理知识脉络，提炼三大思想。串联生活现象、几何模型、函数定义、一般推广，实现图式结构化，构建完整概念网络。

4. 基于 APOS 理论的“三角函数的概念”教学设计

4.1. 教学内容分析

本节内容位于高中数学人教 A 版(2019 版)必修一第五章第二节。《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》把三角函数内容安排在必修课程“主题二函数”中，把“函数概念与性质”“幂函数、指数函数、对数函数”“三角函数”“函数应用”视为一个整体。本节是一个在一般函数概念指导下的探究活动。学生在初中所学过的锐角三角函数是用直角三角形边长的比来刻画的，它是基于解三角形来引入的。本节三角函数是在上一节课“任意角和弧度制”里把角推广到任意角，以及前面学过的其它函数的基础上，而引入的以角为自变量、以角的终边与单位圆的交点的坐标或坐标的比值为因变量的函数。三角函数是周期函数，与锐角三角函数没有必然联系，故教学中直接从描述周期现象的需要出发而不是把任意角的三角函数看成是锐角三角函数的形式推广，会更利于学生把握三角函数的研究对象及其本质，也为后面学习研究三角函数的图像、性质和应用等内容作铺垫。

4.2. 教学目标

活动阶段：

1. 通过摩天轮运动、钟摆轨迹等生活实例，直观感知圆周运动的周期性特征；
2. 感受数学来源于生活，形成感性认识；

过程阶段：

1. 探索 x，y，r，α 的定量关系，抽象出正弦、余弦、正切函数的数学定义，完成从几何关系到函数概念的转化；
2. 认识到无论是初中还是高中的三角函数，其本质都是描述角度与某种比值(或坐标)之间的对应关系，都具有函数的基本属性。

对象阶段：

1. 理解三角函数中 $\sin\alpha$ 、 $\cos\alpha$ 、 $\tan\alpha$ 的含义，避免片面的认识；
2. 理解推广的三角函数定义的表达式。

图式阶段：

1. 会根据定义求简单的三角函数值；
2. 感悟数学思想方法。

4.3. 教学重难点

重点：三角函数的概念；

难点：角度 α 与单位圆上点的坐标关系；推广的三角函数定义表达式。

4.4. 教学过程

4.4.1. 活动阶段

环节一：观察

师：同学们，圆周运动是我们现实生活中比较常见的周期性现象，同学们能举几个例子吗？

学生活动：积极联想其他圆周运动的例子，举手发言。

师：看来同学们的观察能力都不错，老师在多媒体上也补充几个生活中的含有圆周运动的场景，如图 1。那现在假如我们全班一起来到了一家游乐园，有几个同学打算和老师一起坐摩天轮去俯瞰城市美景。我们一起从摩天轮的最低点进入一个客舱，随着机器的运转，我们缓缓升上至最高点，然后又缓缓下降回到起点。这一过程中我们就经历了一次圆周运动。

Figure 1. Pictures displayed on multimedia
图 1. 多媒体展示图

设计意图：课程开始提出问题，激发学生思考，活跃课堂氛围。利用多媒体引起学生观察，吸引学生注意力，为后面学生进行课堂探索作铺垫。

环节二：思考

师：通过前面的学习，我们知道函数是描述客观世界变化规律的重要数学模型。那么圆周运动的运动规律该用什么函数模型刻画呢？不妨先从几个小问题入手。如何用数学的方法描述任一时刻座舱的位置？或者说，如何利用数学方法精确描述摩天轮上座舱在旋转过程中的高度变化？

学生们在小组讨论后，有的提出可以用坐标系来定位座舱的位置，有的提出可以测量座舱与中心轴的距离和角度等。

师：为了便于进行数学研究，可以将问题转化为研究圆上一动点的运动轨迹，如图 2 所示，圆 O 上的点 P 以 A 为起点做逆时针旋转。现在问题就抽象为刻画圆上一点 P 的位置变化情况。刚刚有同学提到了用坐标系来定位座舱的位置，因此，可以在这个圆上建立一个直角坐标系便于研究。而在上一节课任意角和弧度制中，把角的范围推广到任意角的研究经验中，我们还发现单位圆在研究过程中的便利性，所以这里把这个圆形轨迹定义为半径为 1 的单位圆。这样就建立了如图 3 所示的坐标系。

设计意图：从生活情境中点出数学问题，合理地引起思考，激发学生的数学思维。教师引导“圆周运动——单位圆上点运动”的抽象过程，让学生从具体的现象出发，逐步摆脱对实物的依赖，聚焦于点

的位置、轨迹、角度等关键要素。这一过程旨在培养学生的抽象思维能力和数学建模核心素养，使其学会从具体情境中提炼出核心数学要素。

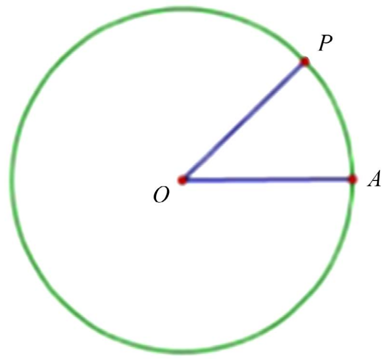

Figure 2. The trajectory of a moving point on a circle
图 2. 圆上一动点的运动轨迹

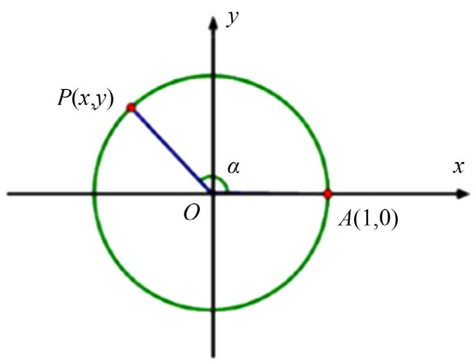

Figure 3. Establishment of a coordinate system
图 3. 建立坐标系

4.4.2. 过程阶段

环节三：探究

师：现在我们来研究三个不同位置的 P 点的坐标，当 OP 边旋转三个不同角度，分别为$\frac{\pi}{6}$、$\frac{\pi}{2}$、$\frac{2\pi}{3}$，请大家用初中所学过的锐角三角函数的知识在草稿纸上计算此时三个 P 点的坐标。

生：计算出当角α为$\frac{\pi}{6}$，P 的坐标为$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right)$，角$\alpha$为$\frac{\pi}{2}$，$\frac{2\pi}{3}$时，点 P 的坐标分别为(0,1) $\left(-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$。

师：当角α为任意角度，即点 P 为此单位圆上任意一点，点 P 的坐标都是唯一确定的吗？

教师使用动态几何软件 GeoGebra 绘制图 3，并动态演示点 P 在单位圆上的旋转过程，直观地展示点 P 的坐标值随角α的大小变化而变化的情况。学生们可以通过拖动滑块改变角的大小，实时观察点 P 的坐标，从而更深刻地理解角度α与 P 点坐标(x, y)的一一对应关系。

师：自此我们找到了这个函数模型中的对应关系。函数概念中有三要素，这里的变量有哪些？请再仔细观察动态演示。

生：角度α、点 P 坐标和 P 的位置都在发生变化。

师：那谁是自变量谁是因变量？它们之间的对应关系是怎样的？接下来请大家按照之前分好的小组，

进行小组讨论。

学生小组讨论，教师在教室巡视。讨论结束派小组代表发言，教师予以补充。

生组 1 代表：角α是自变量，按照某种对应关系，都有唯一确定的 P 点纵坐标 y，所以纵坐标 y 是因变量。

生组 2 代表：角α是自变量，按照某种对应关系，都有唯一确定的 P 点横坐标 x，所以横坐标 x 是因变量。

生组 3 代表：任意给定角α，按照某种对应关系，P 点的纵坐标 y 与横坐标 x 的比值$\frac{y}{x}$也是确定的。

师：三个小组都找出了这里面的对应关系。但是要提醒一下最后一种对应关系，这里$x \neq 0$，否则分式$\frac{y}{x}$就没有意义，这样意味着 P 点不能落在纵坐标上，也就是说这里角α的取值范围应该为$\alpha \in \{\alpha \mid \alpha \neq \frac{\pi}{2}+k\pi\left(k \in Z\right)\}$。

设计意图：Geo Gebra 能够做到几何图形与代数方程的同步变化，展示数学对象动态生成的全过程[5]。学生在自己动手操作的过程中和观察信息技术直观的展示中，加深了理解——任意给定一个角它的终边与单位圆的交点 P 的坐标是唯一确定的。设计合作学习活动，为促进学生之间的合作交流，培养团队协作能力和共同建构知识的能力。

环节四：定义

教师梳理总结学生的讨论，并补充定义域、值域，同时多媒体展示如图 4 所示的对应关系图。

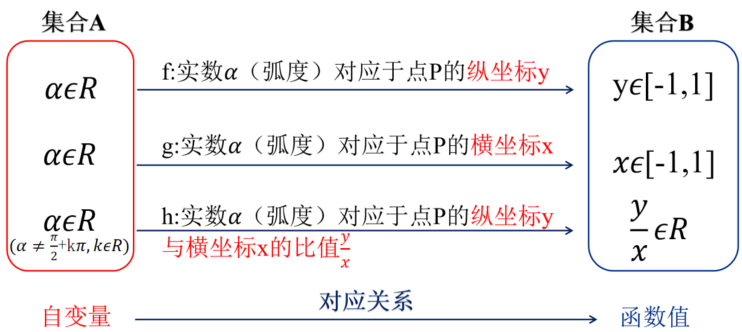

Figure 4. Diagrams shown in the classroom
图 4. 课堂展示图

教师给出三角函数的定义：

设α是一个任意角，$\alpha \in R$，它的终边 OP 与单位圆相交于点 P(x, y)。

(1) 把点 P 的纵坐标 y 叫做α的正弦函数，记作$\sin\alpha$，即$y = \sin\alpha$；

(2) 把点 P 的横坐标 x 叫做α的余弦函数，记作$\cos\alpha$，即$x = \cos\alpha$；

(3) 把点 P 的纵坐标与横坐标的比值$\frac{y}{x}$叫做正切，记作$\tan\alpha$，即$\frac{y}{x} = \tan\alpha\left(x \neq 0\right)$。

师：在初中我们学了“锐角三角函数”这一概念，锐角三角函数是用直角三角形边长的比来刻画的，它是基于解三角形来引入的。这与今天学习的从函数角度引入的三角函数有什么联系与区别呢？在单位圆中，当图 4 中角$\alpha = \frac{\pi}{4}$，由 GeoGebra 几何软件点 P 的坐标是$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$。请同学们再用锐角三角函数的方法求得的角$\alpha$的正弦值，余弦值和正切值，并与 P 点坐标对比，你能发现什么呢？

DOI: 10.12677/ces.2025.138619

生：我计算得到$\sin^{-1}\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\cos^{-1}\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\tan\frac{\pi}{4}=1$。我发现了单位圆上点的坐标与初中所学的锐角三角函数值之间的关系，即横坐标就是余弦值，纵坐标就是正弦值，纵坐标与横坐标的比值也就是正切值。

师：这意味着当我们只考虑锐角时，两种定义方式给出的正弦值、余弦值、正切值是相同的。当角度超过90°时，只能通过点的坐标知道三角函数的函数值。这一事实也表明，随着学习的深入我们对三角函数的理解是连续的，而不是断裂的。无论是初中还是高中的三角函数，其本质都是描述角度与某种比值(或坐标)之间的对应关系，都具有函数的基本属性，如定义域、值域、单调性等。这种函数本质的一致性使得初中所学的函数研究方法和思想可以迁移到高中三角函数的学习中。

设计意图：从函数的角度引出三角函数的定义，凸显三角函数的函数特征，能够促使学生将三角函数纳入已有的函数知识体系中，使学生认识到三角函数是函数家族中的一员，与其他函数具有相似的属性和特征，如定义域、值域、单调性、奇偶性等。这种知识的连贯性有助于学生更好地理解和掌握三角函数的概念，避免了知识的断裂和孤立。学生在回顾初中锐角三角函数定义后，发现两种定义方式在锐角范围内的一致性。这不仅加深了学生对三角函数概念的理解，还体现了三角函数知识的连贯性和系统性，使学生认识到从初中到高中对三角函数的理解是一个渐进深化的过程。

4.4.3. 对象阶段

环节五：深化

师：同学们思考一下，这几个函数与我们以往学习的函数有什么不同？

生1：以前学过的幂函数、指数函数对数函数的自变量是数，这里的自变量是角度；

生2：以前学的函数的表达式可以带入数值进行计算，这里好像不能直接进行计算。

师：很好，同学们一下就发现了我们今天所学的函数与以往所学函数相比有一定的特殊性。正弦函数，余弦函数，正切函数都是以角为自变量，以单位圆上点的坐标或坐标的比值为函数值的函数，我们将它们统称为三角函数。

师：既然这里的三角函数符号不能直接进行运算，那么如何理解符号$\sin x$，$\cos x$和$\tan x$？

生：根据定义，把点P的纵坐标y叫做α的正弦函数，记作$\sin\alpha$，即$y=\sin\alpha$，那这里的$\sin\alpha$表示的是P的纵坐标y。

师：很好，看来同学们已经初步理解了这些符号的所代表的含义。其实我们在以往的学习中也有类似的引入特定符号表示一种量的经历，例如，在几何学习中，我们用∠来表示角，S来表示面积等。在这里，sin$x$是一个整体，是正弦函数的符号，它的意义就是“α弧度的角终边与单位圆交点的纵坐标”，离开自变量的sin，cos和tan是没有意义的。

设计意图：通过让学生对比三角函数与之前所学的函数，使其意识到三角函数有自身的特殊性，让学生精准把握三角函数的本质内涵，避免对概念的模糊和片面理解。通过与几何中用特定符号表示角、面积等类似情况进行类比，帮助学生建立对三角函数符号作为整体、具有特定指代意义的认知，培养学生的符号意识，让学生明白符号在数学表达和运算中的严谨性和规范性，学会正确解读和运用三角函数符号进行数学思考与交流。

环节六：拓展

师：实际应用中，很多问题并不一定涉及到单位圆，而是与任意角及其终边上的点相关。如图5，设α是一个任意角，它的终边上任意一点P (不与原点O重合)的坐标为(x, y)，点P与原点的距离为r。求证：$\sin^{-1}\alpha=\frac{y}{r}$，$\cos^{-1}\alpha=\frac{x}{r}$，$\tan^{-1}\alpha=\frac{y}{x}$。提示：根据三角函数的定义证明。

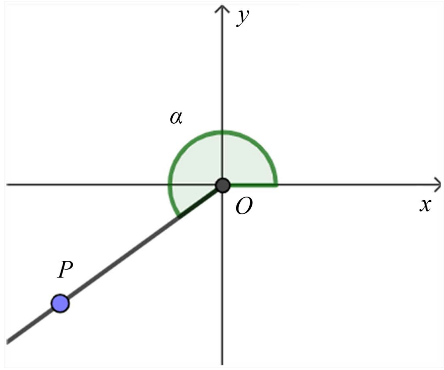

Figure 5. Diagram of the exercise
图 5. 题目示图

教师展示并讲解证明过程。

证明：如图 6，设角 α 的终边与单位圆交于点 $P0(x0, y0)$，分别过点 P、$P0$ 作 x 轴的垂线 PM、$P0M0$，垂足分别为 M、$M0$，则 $|P0M0|=|y0|,|PM|=|y|$，$|OM0|=|x0|,|OM|=|x|$，又因为 ΔOPM 与 $\Delta OP0M0$ 相似，所以有 $\frac{|PM|}{|OP|}=\frac{|P0M0|}{|OP0|}$，即 $\frac{y}{r}=y0$，由三角函数的定义 $\sin^{-1}\alpha=y0$，所以有 $\sin^{-1}\alpha=\frac{y}{r}$，由相似三角形和三角函数的定义，同理可得 $\cos^{-1}\alpha=\frac{x}{r}$，$\tan^{-1}\alpha=\frac{y}{x}$。

这里再结合勾股定理，就可以对三角函数的概念进行一个推广。设 α 是一个任意角，$P(x, y)$是终边上的任意一点，如图 5，点 $P(x, y)$与原点 O 的距离 $|OP|=r=\sqrt{x^2+y^2}$，则有：

$$\sin\alpha=\frac{y}{r}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}},\quad \cos\alpha=\frac{x}{r}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}},\quad \tan\alpha=\frac{y}{x}$$

师：进行推广的意义是，只要知道任意角 α 终边上任意一点的坐标，就可以求得角 α 的各个三角函数值。

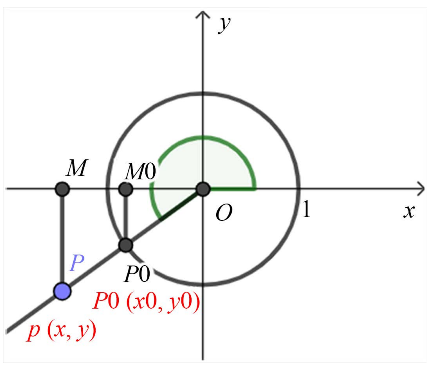

Figure 6. Diagrams shown in the classroom
图 6. 课堂展示图

设计意图：图式阶段，需拓展概念的外延。进一步学习脱离单位圆的表达式，学生能够更好地理解三角函数值与角度及任意点坐标之间的抽象关系，实现从直观几何认识到抽象符号表示和代数运算的转变，从而加深对三角函数概念本质的理解。通过推广表达式，学生能够理解在单位圆上定义三角函数是作为一种特殊情形，而脱离单位圆的表达式则是对更一般情况的描述，进而认识到三角函数在不同情境

下的统一性和一致性，促进知识的整合与拓展。

4.4.4. 图式阶段

环节七：应用

教师出示例题(如图 7)：在单位圆中，计算角 $\frac{5\pi}{3}$ 的正弦值和余弦值，要求先画出图形。

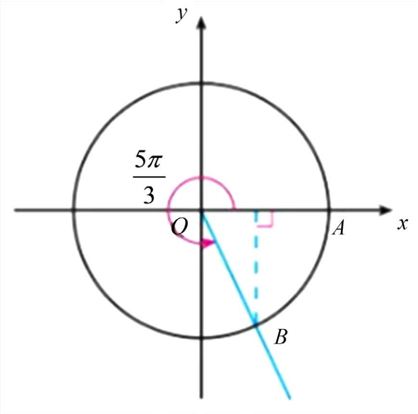

Figure 7. Example diagram
图 7. 例题图

设计意图：学生中存在课堂讲的知识能够听懂但是一做题就没有思路的现象，因此课堂带领学生做习题是很有必要的。图式阶段的题目不求难度，这里采用教材上一道例题，目的是让学生巩固定义，加深概念的理解与掌握。

环节八：总结

教师与学生一同梳理三角函数概念的知识脉络，回顾从圆周运动到圆上一动点的位置变化到寻找角与坐标的关系的抽象过程，回顾三角函数的定义及明确三角函数的定义域、值域，最后总结数学思想方法：

数形结合思想：体现在引入单位圆后，展示角在单位圆上的终边位置及对应点坐标，明确任意角的正弦、余弦函数分别对应终点的纵坐标、横坐标。练习求给定角的三角函数值时，先画出角的终边，找出对应点坐标，再代入定义求值也体现了数形结合思想。

函数思想：贯穿于从周期现象引入三角函数，到定义三角函数，再到求解三角函数值的全过程。强调三角函数是角度与坐标或比值之间的对应关系，体现函数的定义域、值域和对应法则等基本属性。

方程思想：三角函数定义包含方程关系，如正弦函数 $y=\sin\alpha$，已知 y 可求 α，反之亦然。这也为后续求解三角函数值和解三角方程做铺垫。

设计意图：本环节旨在引导学生系统回顾三角函数概念的生成脉络，强化从具体运动现象(圆周运动)到几何模型(单位圆点坐标)再到抽象函数定义的认知过程。重点通过直观感知角与坐标的对应的数形结合思想、明确三角函数的对应关系与基本属性的函数思想和理解定义蕴含的变量关系的方程思想，深化对三角函数本质的理解，为后续学习奠定思想方法基础。帮助学生对既有的概念图式进行整合，逐步构建起自己独特的知识网络，进而形成新图式。

5. 结束语

在高中数学概念教学中应用 APOS 理论具有重要意义。基于 APOS 理论对高中三角函数概念教学进

行“四阶段、八环节”设计，能细化学生认知发展路径，明确各环节认知任务与教学策略。需要注意的是，在实际教学中，APOS 理论的实施需要充足的教学时间和资源支持。如在活动阶段，要让学生充分进行实践活动和探索，需要足够的时间和丰富的教学材料；在过程阶段，学生反复练习和反思也需要时间保障。未来，教育研究者和教师应加强合作，通过行动研究、教学反思等方式，不断调整和完善 APOS 理论在数学概念教学中的应用。这将有助于提高教学的有效性，促进学生的数学理解和思维发展，为数学教育改革提供有力支持。

参考文献

[1] 鲍建生, 周超. 数学学习的心理基础与过程[M]. 上海: 上海教育出版社, 2009.

[2] 焦婉玉, 陈建强. 基于 APOS 理论的概念教学[J]. 中学数学, 2025(9): 35-36.

[3] 禹慧芬. APOS 理论指导下的高中数学概念教学探索[J]. 数学学习与研究, 2025(2): 54-57.

[4] 程华. APOS 理论的内涵及其对中学数学概念教学的启示[J]. 教学与管理, 2010(24): 65-66.

[5] 吴华, 周鸣. GeoGebra 环境下基于 APOS 理论的数学概念教学研究——以导数概念为例[J]. 数学教育学报, 2013, 22(2): 87-90.