

基于Python的弗兰克 - 赫兹实验汞原子高激发态的比例计算

刘锐龙, 谢 钦, 许 剑*

广东海洋大学电子与信息工程学院, 广东 湛江

收稿日期: 2025年7月24日; 录用日期: 2025年9月3日; 发布日期: 2025年9月12日

摘 要

弗兰克 - 赫兹实验是验证原子能级量子化的经典实验, 在大学物理实验教学中具有重要地位。传统教学多聚焦于第一激发电位的测量, 其验证性特征明显但探究性不足。本文提出一种融合物理建模与计算思维的实验数据分析新方法: 首先利用低温条件下的 $U-I$ 特性曲线, 通过Python编程反演热阴极电子速率分布函数; 进而基于该模型分析高温下的复杂 $U-I$ 曲线, 定量计算不同激发态汞原子的数量比例。该方法将经典验证性实验拓展为综合性研究项目, 不仅深化了实验物理内涵, 还有效培养了学生的计算物理思维和数据处理能力, 为大学物理实验教学改革提供了新思路。

关键词

弗兰克 - 赫兹实验, 高激发态, 电子速率分布, Python编程, 综合性实验

Python-Based Calculation of the Proportions of Mercury Atoms in Highly Excited States in the Franck-Hertz Experiment

Ruilong Liu, Qin Xie, Jian Xu*

College of Electronics and Information Engineering, Guangdong Ocean University, Zhanjiang Guangdong

Received: Jul. 24th, 2025; accepted: Sep. 3rd, 2025; published: Sep. 12th, 2025

Abstract

The Franck-Hertz experiment is a classic experiment for verifying the quantization of atomic energy levels and holds an important position in university physics experimental teaching. Traditional

*通讯作者。

文章引用: 刘锐龙, 谢钦, 许剑. 基于 Python 的弗兰克-赫兹实验汞原子高激发态的比例计算[J]. 创新教育研究, 2025, 13(9): 419-427. DOI: 10.12677/ces.2025.139715

teaching mainly focuses on measuring the first excitation potential, which has obvious verification characteristics but lacks exploratory nature. This paper proposes a new experimental data analysis method that integrates physical modeling and computational thinking: first, the electron velocity distribution function of the thermionic cathode is derived through inversion using Python programming with the U - I characteristic curves under low-temperature conditions; then, based on this model, the complex U - I curves under high-temperature conditions are analyzed to quantitatively calculate the proportions of mercury atoms in different excited states. This method extends the classic verification experiment into a comprehensive research project, which not only deepens the understanding of experimental physics but also effectively cultivates students' computational physics thinking and data processing capabilities, providing new insights for university physics experimental teaching reform.

Keywords

Franck-Hertz Experiment, Highly Excited States, Electron Velocity Distribution, Python Programming, Comprehensive Experiment

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

弗兰克-赫兹实验作为 20 世纪初最重要的原子物理实验之一,通过电子与汞原子的非弹性碰撞直接证明了玻尔原子理论中能级量子化的假设,在物理学发展史上具有里程碑意义[1]。该实验因其原理清晰、现象明显,已成为国内外高等院校大学物理实验课程的必修内容。

在传统的实验教学模式中,学生主要任务是测量板极电流随加速电压变化的 U - I 特性曲线,通过观察曲线上周期性出现的峰谷结构,提取汞原子的第一激发电位(4.9 eV),从而验证能级的不连续性。这种以“验证”为导向的教学方式虽然有助于学生理解基本原理,但也存在明显局限性:

首先,当加速电压较高时, U - I 曲线呈现出复杂的多峰结构,这些峰对应着电子与汞原子发生多次碰撞或激发到更高能级的过程[2]。传统教学往往止步于定性分析(如识别 a、2a、a+b 等峰),缺乏深入的定量研究。例如,在特定电压下,处于不同激发态的汞原子数量比例如何?这一问题的解答需要更精细的物理建模和数据分析方法。

其次,从培养学生科研能力的角度看,单纯的验证性实验难以激发学生的探究兴趣和创新思维。如何将一个程序化的经典实验转化为富有挑战性的综合研究项目,引导学生体验“提出问题-建立模型-实验验证-数据分析”的完整科研过程,是当前实验教学改革亟需解决的问题[3]。

基于上述考虑,本文在传统实验基础上引入计算物理方法,提出一种创新的实验方案。核心思路是:利用低温下汞蒸气密度极低、非弹性碰撞可忽略的特点,将此时的 U - I 曲线作为反映电子束自身能量分布的“本底”;通过 Python 编程建立物理模型,反演出热阴极发射电子的速率分布函数;最后将此函数应用于高温条件下的数据分析,定量计算汞原子在不同激发态上的粒子数比例。

该实验方案的创新之处在于:(1) 将微观的电子速率分布与宏观的电流测量建立定量联系;(2) 通过编程实现复杂的数值计算,培养学生的计算物理能力;(3) 从实验数据中提取更深层的物理信息,提升实验的研究深度;(4) 为学生提供一个理论与实验、传统与现代相结合的综合训练平台。该实验方案的引入,将一个经典的验证性实验,拓展为一个融合了数据处理、物理建模与编程计算的综合性研究项目,为培

养学生的综合科学素养提供有效途径。

2. 实验与计算原理

2.1. 实验装置

本实验采用 FH-VI 型弗兰克 - 赫兹实验仪, 主要包括: 实验仪主机、温度控制单元、FH 汞管加热炉等核心部件。实验通过精确控制炉温(30℃~110℃), 系统采集不同温度条件下板极电流 I 随栅极加速电压 U 的变化关系, 获得 $U-I$ 特性曲线, 为后续的理论建模和数据分析奠定基础。

2.2. 汞原子的高激发能级

在弗兰克-赫兹管中, 热阴极发射的电子在加速电场作用下获得动能。当电子能量达到特定阈值时, 可通过非弹性碰撞将汞原子激发到不同能级。若以 a、b、c... 分别表示汞原子的第一、第二、第三……激发电位, 则 $U-I$ 曲线上的峰值位置反映了不同的激发过程: 单次激发(如 a)、多次激发(如 2a)或复合激发(如 a + b) [4]。准确识别这些峰值并理解其物理机制, 是深入分析高能级激发过程的前提。

2.3. 热阴极发射电子的速率分布与板极电流模型

根据热电子发射理论, 阴极在高温下发射的电子具有一定的初始动能分布[5]。考虑到阴极材料的功函数、表面状态及温度等因素的影响, 发射电子在速度空间呈现特定的分布规律[6]。在弗兰克 - 赫兹管的几何结构中, 只有沿轴向运动的电子对板极电流有直接贡献。因此, 可将整个电子束视为由具有不同初速度的电子群组成的集合。

对于包含 n 个电子、以速度 v 运动的均匀电子群, 其对板极电流的贡献可表示为:

$$I = nqsv \quad (1)$$

其中, n 为电子数密度, q 为电子电荷, s 为板极有效接收面积。

考虑到电子速度的分布特性, 总电流应为所有不同速度电子群贡献的叠加。若将电子束按速率离散化为 j 个群组($j=1,2,\dots$), 第 j 组的电子数为 n_j , 则总电流可表示为各群组贡献之和。这一物理图像构成了后续通过 $U-I$ 曲线反演电子速率分布的理论基础。

2.4. 电子速度变化与能量守恒

在加速电场中, 电子获得的动能增量遵循能量守恒定律:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = qU \quad (2)$$

其中 v_0 和 v 分别为电子通过加速电场前后的速度。这一过程在速度分布图像中表现为整个分布函数向高速方向的平移(如图 1 所示)。由于存在拒斥电压, 只有动能超过特定阈值的电子才能克服反向电场到达板极, 形成有效电流。

2.5. 温度对电子 - 原子碰撞几率的影响

根据气体动理论, 电子在汞蒸气中的平均自由程 λ 与温度 T 和压强 p 的关系为[7]:

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \quad (2)$$

其中 d 为汞原子直径, k 为玻尔兹曼常数。汞作为室温下唯一的液态金属, 其饱和蒸气压随温度呈指数增长。因此, 温度升高将导致 λ 急剧减小, 电子与汞原子发生非弹性碰撞的概率显著增加, 这是高温下 $U-$

I 曲线出现明显峰谷结构的物理根源。

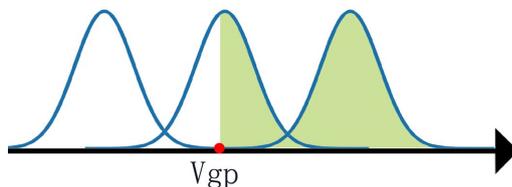


Figure 1. Electron velocity distribution under different voltages

图 1. 不同电压下电子速率分布图

相反, 在低温条件下(如本实验选择的 30°C), 汞蒸气压极低, 平均自由程远大于管的特征尺寸, 电子与汞原子的非弹性碰撞概率可忽略不计。此时的 U - I 曲线主要反映了具有初始速度分布的电子束在加速电压作用下陆续到达板极的累积过程, 为反演电子速率分布提供了理想的实验条件。

3. 数据处理与模型建立

3.1. 低温 U - I 曲线的获取与特征分析

(1) 实验数据采集

按照高能级测量的标准接线方式连接实验装置。为获取反映电子自身速度分布的“本底数据”, 将加热炉温度设定为室温(30°C), 确保汞蒸气密度处于极低水平。系统预热稳定后, 采用自动扫描模式测量加速电压 U 从 0 V 至 30 V 范围内的板极电流 I , 获得室温条件下的 U - I 特性曲线(如图 2 所示)。

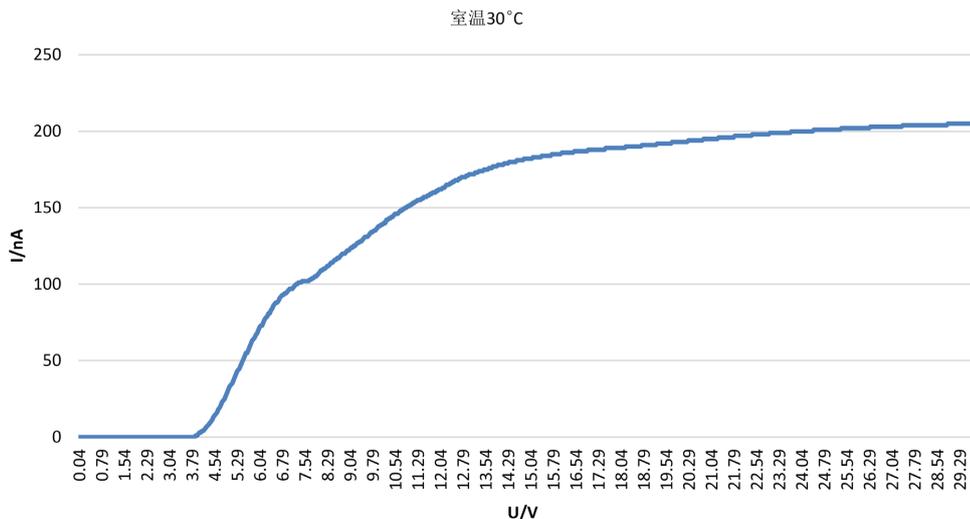


Figure 2. Voltage-current curve at room temperature (30°C)

图 2. 室温(30°C)时的 U - I 曲线

(2) 曲线特征分析

通过对实验曲线的细致分析, 可以识别出三个特征区域:

- ① 截止区($U < 3.79\text{ V}$): 板极电流几乎为零, 表明管内存在的拒斥电压阻止了低能电子到达板极。当 $U = 3.79\text{ V}$ 时, 速度分布中能量最高的电子恰好能够克服拒斥电场, 标志着电流的起始点。
- ② 快速增长区($3.79\text{ V} < U < 25\text{ V}$): 随着加速电压增加, 越来越多的电子获得足够能量到达板极, 电

流呈现快速上升趋势。值得注意的是,在 $U \in [7.33 \text{ V}, 7.83 \text{ V}]$ 区间内观察到斜率的轻微变缓,这可能源于少量电子与残余汞原子的非弹性碰撞。但在低温条件下,此效应对整体趋势影响有限。

③ 准饱和区($U > 25 \text{ V}$): 曲线斜率逐渐减小并趋于稳定,但并非完全饱和。这表明绝大部分阴极发射电子已能到达板极,后续电流的缓慢增长主要源于电子速度的进一步提升。

3.2. 电子速率分布函数的反演方法

本节的核心任务是从宏观可测的 $U-I$ 曲线中提取微观的电子速率分布信息。基本思路是将低温 $U-I$ 曲线视为未知速率分布函数在不同加速电压下的累积响应,通过建立合适的数学模型实现反演计算。

(1) 数据预处理与离散化

原始实验数据包含大量冗余信息,特别是在电流平台区存在许多电压变化而电流不变的数据点。为提高计算效率并保留曲线的本质特征,采用以下离散化策略:(1) 仅保留引起电流值变化的电压数据点;(2) 剔除测量噪声引起的异常波动;(3) 确保离散点能够准确反映原曲线的变化趋势。处理后的离散数据如图3所示,可见简化后的数据集仍能很好地表征原始曲线的物理特性。

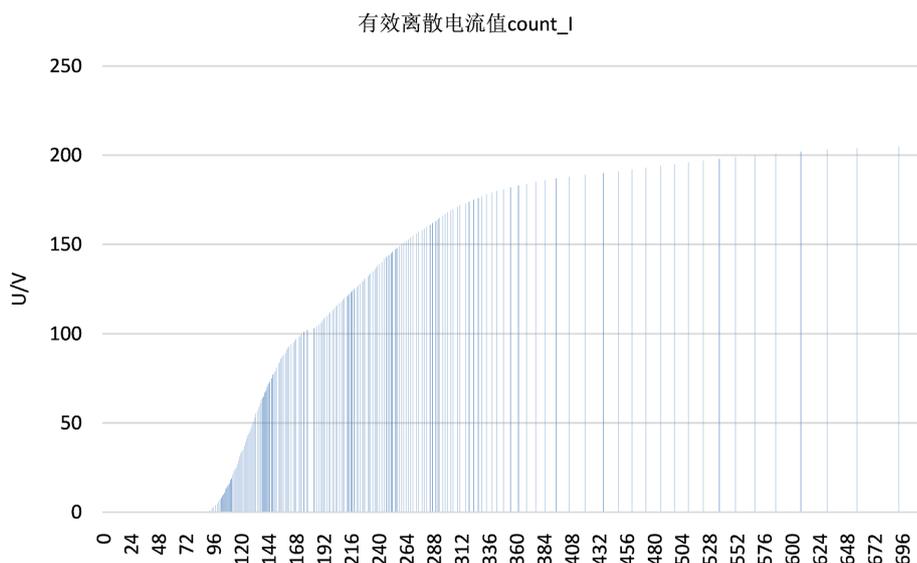


Figure 3. Valid discrete current values at room temperature (30°C)

图3. 室温(30°C)时有效的离散电流值

(2) 递推模型的建立

将连续的电子速率分布函数 $f(v)$ 离散化为一系列电子数 $\{n_1, n_2, \dots, n_i\}$, 对应于从高到低排列的离散速度 $\{v_1, v_2, \dots, v_i\}$ 。基于能量守恒原理,当加速电压为 U_k 时,速率分布整体平移,到达板极的总电流 I_k 可表示为:

$$I_k = \sum_{j=1}^k n_j \cdots q \cdot v_{k-j+1} \quad (3)$$

这是一个卷积形式的求和。根据式(3),可以推导出计算电子数 n_k 的递推公式:

$$n_k = \frac{1}{sqv_1} \left(I_k - \sum_{j=1}^{k-1} n_j \cdots q \cdot v_{k-j+1} \right) \quad (4)$$

由于 s, q 均为常数,在只关心相对比例时可将其归入系数。通过式(4),即可根据已知的电流序列 $\{I_k\}$ 和已求出的电子数 $\{n_1, \dots, n_{k-1}\}$, 逐一计算出整个电子数序列 $\{n_k\}$ 。

3.3. 模型计算的程序实现与结果验证

根据上述原理，利用 Python 语言编写计算程序。程序的主要模块流程如图 4 所示。

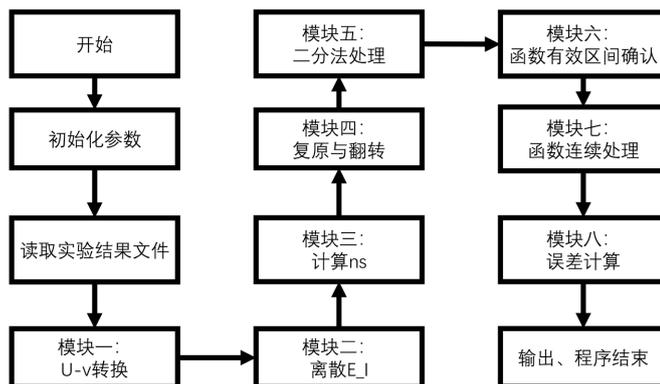


Figure 4. Algorithm flowchart for electron velocity distribution function calculation

图 4. 计算电子速率分布函数的程序流程图

程序主要包含以下功能模块：(1) 数据输入与预处理模块：读取原始 $U-I$ 数据，执行噪声过滤和离散化处理；(2) 递推计算核心模块：基于式(4)实现电子数序列的迭代计算；(3) 平滑处理模块：采用数值插值或拟合方法，将离散结果转化为连续光滑的分布函数；(4) 结果输出与可视化模块：生成速率分布曲线并进行误差分析。该分布呈现明显的单峰非对称形态，峰值位于中低速区域，高速端呈指数衰减趋势，符合麦克斯韦-玻尔兹曼分布的理论预期。这一结果验证了模型的合理性和计算方法的可靠性。

4. 汞原子高激发态比例计算

4.1. 高温 $U-I$ 曲线的测量与分析

将加热炉热电偶与温控箱连接，分别设置温度为 30°C 至 110°C ，测量并记录各温度下的 $U-I$ 曲线，如图 5 所示。

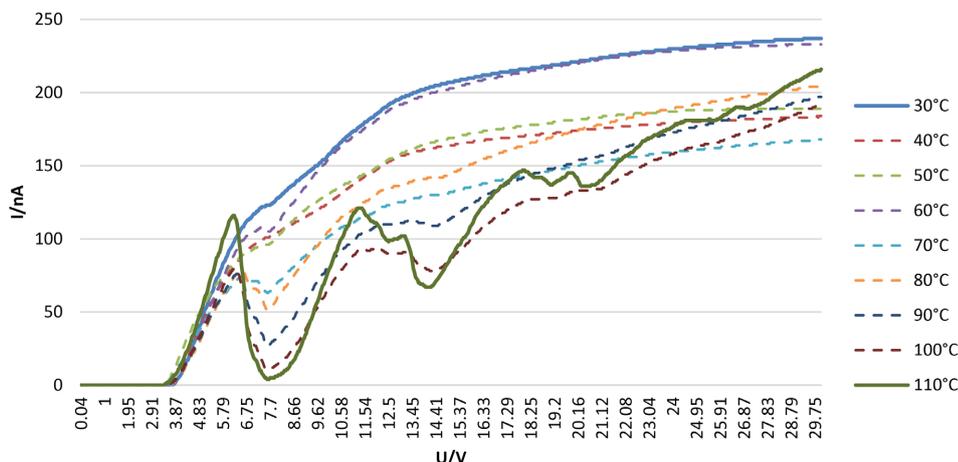


Figure 5. Voltage-current curves at different temperatures

图 5. 不同温度时的 $U-I$ 曲线

由图可见,随着温度升高,曲线整体呈现下降趋势,且峰谷结构愈发显著。这是由于温度升高导致汞蒸气密度增大,电子与汞原子碰撞几率增加,发生非弹性碰撞的电子数增多,从而造成更大的能量损失。

为进行定量计算,选取 110°C 时的数据作为研究对象(如图 6 所示)。通过微分分析和峰值拟合,精确确定了前三个主要峰谷的位置:

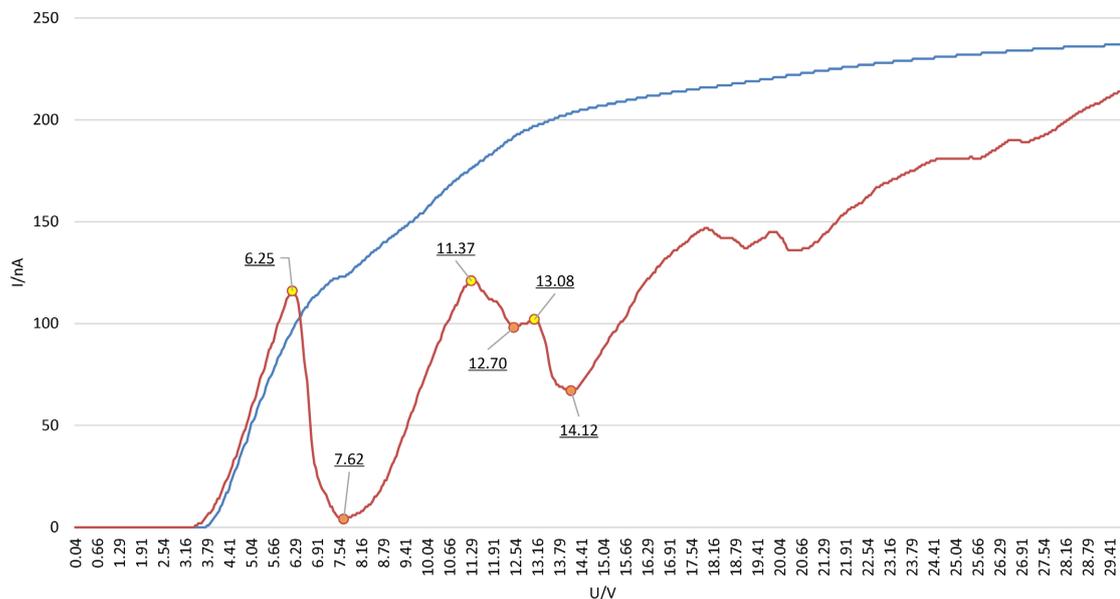


Figure 6. Peak and trough voltages in the voltage-current curve at 110°C

图 6. 110°C 时 $U-I$ 曲线中波峰与波谷的电位

第一峰(6.25 V): 标志着电子能量开始足以引发汞原子的第一激发(a)。

第二峰(11.37 V): 主要对应于电子连续两次碰撞并使两个汞原子均被激发到第一激发态(2a)。

第三峰(13.08 V): 对应于更复杂的复合激发过程,如电子先后与两个原子碰撞,一个激发到第二激发态,另一个激发到第一激发态(a + b)。

电流的下降是由于越来越多拥有足够能量的电子因非弹性碰撞而损失能量,无法到达板极。而谷点的出现,则标志着因加速电压 U 增大带来的电流增量,开始超过因非弹性碰撞增多带来的电流减量,使得总电流重新回升。

4.2. 激发态原子比例的计算原理

本文的核心目标是计算在特定条件下,处于不同激发态的汞原子数的比例。其计算原理如下:

(1) 基本假设: 我们假设具有足够能量的电子与基态汞原子碰撞时,以接近 100% 的概率发生非弹性碰撞并激发原子;且电子优先激发能量阈值较低的跃迁过程;最后在特定电压下,激发和退激发过程会达到动态平衡。

(2) 电子数分布计算: 利用 2.3 节得到的电子速率分布函数,可以计算任意加速电压 U 下具有特定能量的电子数。如图 7 所示,通过对分布函数的分段积分,可得到能够引发不同激发过程的电子数:

(3) 比例关系建立: 以电压达到第三个谷值(14.12 V)的时刻为例,此时汞蒸气中同时存在被激发到第一激发态和第二激发态的原子。设能够分别引发 a, 2a, a + b 过程的电子总数分别为 N_a, N_{2a}, N_{a+b} 。那么,

被激发到第一激发态的原子总数正比于 $(N_a + 2N_{2a} + N_{a+b})$ ，而被激发到第二激发态的原子总数正比于 N_{a+b} 。因此，第一激发态与第二激发态的原子数之比 $R_{a,b}$ 可表示为：

$$R_{a,b} = \frac{N_a + 2N_{2a} + N_{a+b}}{N_{a+b}} \quad (5)$$

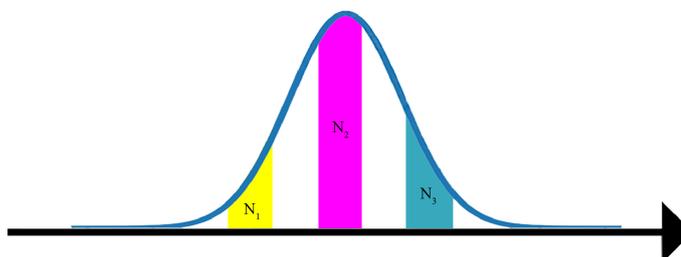


Figure 7. Schematic for calculating the number of electrons
图 7. 电子数目的计算原理图

4.3. 计算结果

将 110°C 时的数据以及已求出的电子速率分布函数模型代入 Python 程序，根据式(5)进行计算。当加速电压 $U = 14.12 \text{ V}$ 时，最终得到处于第一激发态的汞原子与第二激发态的汞原子的比例约为 6.57:1。

需要指出的是，该结果是基于特定模型和简化假设(如碰撞几率为 100%)得到的估算值。实验环境的波动、数据处理方法的选择等均会引入不确定度。对这些不确定度的详细分析以及对计算模型的优化，可以作为本实验的进一步拓展探究内容。

5. 教学讨论

将该实验方案引入大学物理实验教学，对于深化教学内涵、培养学生综合能力具有多方面的积极意义。

5.1. 从“验证物理规律”到“构建物理模型”的转变

传统实验中，学生本质上是利用既有理论去“验证”一个已知的物理结果。本实验设计引导学生迈出了关键一步：不再仅仅是数据的被动接收者，而是物理模型的积极构建者。学生需要通过分析物理情境(低温下碰撞几率低)，运用基本原理(能量守恒、电流定义)，亲手通过编程计算，将看不见、摸不着的电子速率分布这一微观模型定量地“描绘”出来。这种从实验数据出发构建物理模型的经历，能让学生更深刻地体会科学研究的思维过程，其教学价值远超对单个知识点的验证。

5.2. 计算物理方法与经典实验的深度融合

该实验有机地融合了计算物理方法。学生不仅要掌握实验仪器的操作，还必须学习如何将物理问题转化为算法(如式 4 的递推算法)，并利用编程语言(Python)实现[8]。这不仅锻炼了学生的编程能力，更重要的是培养了他们运用计算工具解决复杂物理问题的能力。从处理离散数据、进行数值计算，到最终的可视化呈现，学生将完成一个小型计算物理项目的全过程，这对于培养适应新时代要求的复合型科技人才是十分必要的。

5.3. 综合性与探索性的提升

本实验整合了近代物理、电磁学、热学、气体动理论以及计算方法等多个模块的知识，综合性强，

能够有效促进学生知识体系的融会贯通。同时, 实验留下了广阔的探索空间, 例如: 可以探讨不同数据处理方法(如最小二乘法拟合)对模型精度的影响[9]; 可以分析更高激发峰的组合方式; 还可以对计算结果进行不确定度分析等。这些可拓展的内容, 非常适合作为设计性、研究性实验项目, 引导学生开展自主探究, 培养其科研创新素养。

6. 结语

本文在经典的弗兰克-赫兹实验基础上, 提出了一种结合 Python 编程进行深度数据分析的改进方案。该方法通过对实验条件的巧妙利用和物理模型的建立, 成功地从宏观测量的 $U-I$ 曲线中提取了微观的电子速率分布信息, 并进一步定量估算了高能级激发态的原子数比例, 深化了对弗兰克-赫兹实验物理内涵的理解。从教学角度看, 该方案将一个经典的验证性实验提升为综合性、设计性的研究项目, 通过引导学生亲身经历“提出问题-建立模型-编程求解-分析结果”的完整过程, 对培养学生的物理建模能力、数据处理能力和计算思维能力具有显著价值, 值得在大学物理实验教学改革中进行推广与尝试。

参考文献

- [1] 师文庆, 李永强. 大学物理实验[M]. 北京: 中国农业出版社, 2015: 185-195.
- [2] COC-Hg-6 弗兰克-赫兹(汞管)实验仪说明书[Z].
- [3] 李潮锐. 弗兰克-赫兹实验条件的优化方法及定量评估[J]. 大学物理, 2023, 42(7): 28-33.
- [4] 王恣. 弗兰克-赫兹实验中的高激发电位[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2004, 43(6): 36-38.
- [5] 林祖伦, 王小菊. 阴极电子学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013.
- [6] 彭宇飞. 热阴极发射非均匀性对本征发射度的影响[D]: [博士学位论文]. 绵阳: 中国工程物理研究院, 2020.
- [7] 王文春, 张智. 大学物理学(上) [M]. 北京: 北京大学出版社, 2019: 309-310.
- [8] 王振宇, 李英姿, 张立文, 等. 弗兰克-赫兹实验自动测量及数据处理[J]. 大学物理, 2015, 34(12): 31-34.
- [9] 王蕴杰. 频谱分析方法在弗兰克-赫兹实验中的应用[J]. 大学物理, 2017, 36(5): 42-46.