Creative Education Studies 创新教育研究, 2026, 14(1), 116-126
Published Online January 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2026.141016

Hans汉斯

学习进阶导向的高中数学概念教学设计

——以“椭圆的定义”为例

王成艳，丁云鹏

黄冈师范学院数统学院，湖北 黄冈

收稿日期：2025年11月1日；录用日期：2026年1月6日；发布日期：2026年1月16日

摘 要

为突破高中数学概念教学的难点，本研究将学习进阶理论应用于“椭圆的定义”教学。研究首先界定了核心概念，构建了包含“经验、映射、关联、系统、整合”五个进阶水平的教学模型，并设计了相应的教学过程与测评工具。为检验模型有效性，研究实施了准实验，结果显示：与常规教学相比，实验班在即时测试与延迟测试中成绩均显著优于对照班，且效应量巨大。这表明，基于学习进阶的教学模型能有效促进学生认知的逐步深化与知识的长期保持，为高中数学概念教学提供了实证支持与可操作的路径。

关键词

学习进阶，高中数学，概念教学

Learning Progression-Oriented High School Mathematics Concept Instructional Design

—Taking “Definition of an Ellipse” as an Example

Chengyan Wang, Yunpeng Ding

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: November 1, 2025; accepted: January 6, 2026; published: January 16, 2026

Abstract

To overcome challenges in teaching high school mathematics concepts, this study applied learning progression theory to the instruction of “Definition of an Ellipse”. The research first defined core concepts, constructed a teaching model comprising five progression levels—“experience, mapping, association, system, and integration”—and designed corresponding instructional processes and

文章引用: 王成艳, 丁云鹏. 学习进阶导向的高中数学概念教学设计[J]. 创新教育研究, 2026, 14(1): 116-126.
DOI: 10.12677/ces.2026.141016

assessment tools. To validate the model’s effectiveness, a quasi-experimental study was conducted. Results revealed that compared to conventional instruction, the experimental class demonstrated significantly superior performance in both immediate and delayed assessments, with substantial effect sizes. This indicates that the learning progression-based instructional model effectively promotes gradual cognitive deepening and long-term knowledge retention, providing empirical support and actionable pathways for high school mathematics concept teaching.

Keywords

Learning Progression, High School Mathematics, Concept-Based Instruction

1. 引言

学习进阶理论关注的是学生随着时间的推移、学习的深入，其思维发展的过程，但是目前该理论在数学教育领域仍处于起步阶段。近年来，随着核心素养导向的课程改革深入推进，学习进阶理论在科学教育领域取得了显著成效，然而在数学概念教学中的应用研究相对匮乏，而高中数学概念具有知识密度大且抽象性高，知识内容广且应用性强的特点[1]，并且与义务教育阶段的知识连接紧密，这就要求教师在教学时应该追求在有限的教学时间内，引导学生逐步深入地理解并掌握核心概念。

从数学概念教学的现有研究来看，主要形成了以下几种典型模式：一是基于 APOS 理论的概念教学模型，强调从操作到过程、对象再到图式的认知发展路径[2]；二是基于历史相似性原理的 HPM 教学模型[3]，通过重构数学史引导学生重走概念发展之路；三是基于多元表征的理论框架，注重不同表征形式之间的转换与整合[4]。相比之下，学习进阶理论通过对核心概念进行纵向序列化设计，能够更好地刻画学生思维发展的渐进过程，为概念教学提供更具操作性的指导框架[5]。尽管已有研究研究范畴已延伸至作业设计[6]、跨学科课程构建[7]和小数概念[8]等多个主题与层面，但系统构建针对高中核心数学概念并通过实证检验其教学效果的研究较少。

因此，基于学习进阶理论，构建“椭圆的定义”教学模型，旨在突破传统教学中重结果轻过程、重技能轻思维的局限，通过设置清晰的进阶路径，促进学生从经验感知到系统整合的认知跨越。旨在拓展学习进阶在数学概念教学中的应用范畴，也为高中数学教学设计提供了可操作的实证依据。

2. 相关概念界定

2.1. 学习进阶

学习进阶是基于“发展连贯性”提出的教育理论，强调的是学生在学习某一特定主题或领域时，随时间推移而展现出的逐步深入、层层递进的理解与掌握的过程，这一过程不仅体现了知识技能的连贯积累，还彰显了思维模式的逐步深化存在明显的关联性、序列性、层级性等特征[9]，该理论最早由美国国家研究理事会倡导，它阐述了学生在不同学段对同一主题的概念学习时，应该遵循一条连贯且典型的学习轨迹，该轨迹通常表现为围绕核心概念的逐步探究，构建起一系列由基础至复杂、彼此紧密相连的概念序列。与传统的线性教学模式相比，学习进阶更注重学生认知发展的非线性特征，允许不同学生以不同的速率通过各进阶水平，具有较强的适应性和包容性。学生在学习新的数学概念时，往往需要经过由

易到难，由简到繁的过程，随时间的推移不断深化理解，最终掌握概念。学习进阶主要包含的五个要素为：进阶终点、进阶维度、进阶水平、学业表现、测评工具，如表 1。

Table 1. Five elements for learning progression
表 1. 学习进阶五要素

要素	概念
进阶终点	对学生通过某一阶段的学习所达到目标的预期
进阶维度	学生所学内容中每一阶层的核心概念
进阶水平	学生在掌握每阶层核心概念后所展现出的思维认知水平
学业表现	对学生在达到某一进阶水平后所完成任务时的表现预期
测评工具	追踪并反馈学生在学习进阶中的真实发展情况

2.2. 数学概念教学

数学概念是根植于数学研究对象本质属性的思维产物[10]，是学生学习数学时的基本知识单元。在数学概念教学研究领域，形成了多种有影响力的理论观点：比如杜宾斯基的 APOS 理论强调概念的建构过程，认为学生需要通过活动、过程、对象和图式四个阶段才能真正理解数学概念；斯法德的概念双重性理论指出数学概念既具有过程性又具有结构性，有效的概念教学需要在两者之间建立灵活的转换；此外，维果茨基的最近发展区理论为概念教学提供了重要的心理学基础，强调教学应走在发展的前面。

在此基础上，有效的概念教学应该鼓励学生自主发现或提出数学概念的命名或者规定，进而通过描述、交流讨论、识别辨析及逻辑判断等多种方式，不断深化对概念内涵的认识，为后续学习相关规律和方法奠定基础[11]。这一过程本质上是学生通过“概念形成”与“概念同化”主动建构知识的过程，其目标是逐步达到何小亚所划分的四种学习水平：了解、理解、掌握与综合运用(见表 2)。

Table 2. Four levels of mathematical concept learning
表 2. 数学概念学习四水平

水平	概念
了解	能回忆出概念的言语信息；能辨认出概念的常见例证；会举例说明概念的相关属性
理解	能把握概念的本质属性；能与相关概念建立联系；能区别概念的例证与反例
掌握	在理解的基础上，能直接把概念运用于新情境
综合运用	能综合运用概念解决问题

3. 基于学习进阶的“椭圆的定义”教学研究

“椭圆的定义”属于“椭圆及其标准方程”的第一课时内容，由于学生在义务教育阶段已经对椭圆有了初步的认识，所以教师要着重引导学生经历情景到抽象，无序到规范的过程，逐步深化对椭圆的理解。基于学习进阶，本研究的教学模型如图 1。

3.1. 教材分析

在核心素养导向下，高中数学教学不仅要关注数学知识的理解和掌握，更要注重以知识为载体发展学生的数学核心能力，强调数学与生活以及其他学科的联系，注重数学文化的渗透[12]。作为圆锥曲线的

第一节内容，按照概念产生的先后顺序，可先解释本章标题——圆锥曲线这一名称的来源，再聚焦到椭圆上，并为后续双曲线、抛物线的学习奠定基础。因此，本节课的内容起到承前启后的作用。

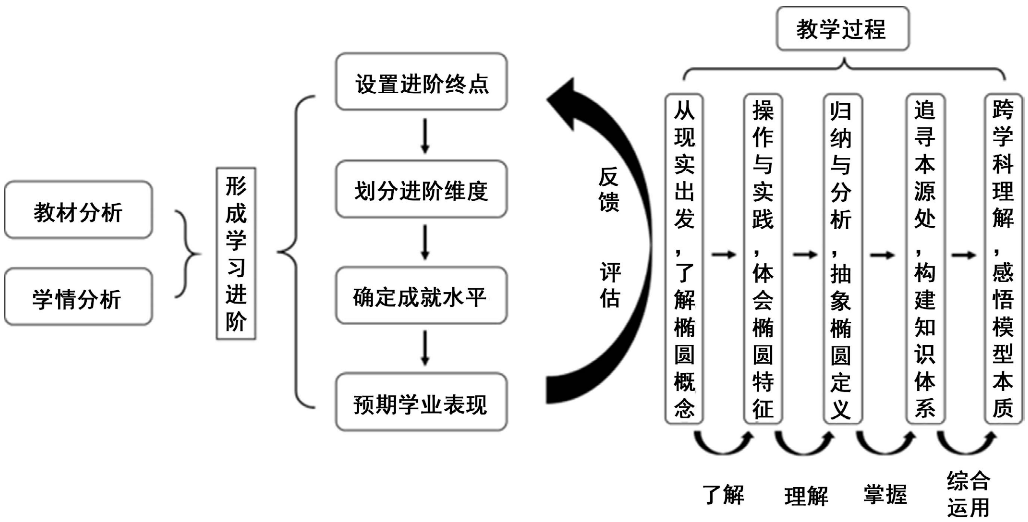

Figure 1. A learning progression-based teaching model for the “Definition of an Ellipse”
图 1. 基于学习进阶的“椭圆的定义”教学模型

3.2. 学情分析

在学习椭圆的定义之前，学生已经具备了一定的平面几何知识，经历了动手实验、观察分析、归纳概括的基本过程，掌握了研究平面几何图形的方法，但对于椭圆的认知仅停留在初步认识和简单应用的层面。因此教师需要在组织学生主动探究时加以引导。

3.3. 设置进阶重点，划分进阶维度

基于对教材和课标的把握，以及学生情况的分析，将进阶终点确定为：通过小组合作，动手操作等方式，教师引导学生理解并掌握椭圆的定义和几何特征，体会分类讨论、类比的数学思想方法，进一步培养学生的数学核心素养。基于进阶终点，将运用信息技术，引入数学文化，引导学生类比圆的定义，从生活情境出发，探究椭圆的几何特征，归纳总结椭圆定义。具体进阶维度如表 3。

Table 3. Advanced dimensions of the “Definition of an Ellipse”
表 3. “椭圆的定义”进阶维度

维度一	类比圆的定义，结合生活情境，对椭圆形成初步认识
维度二	掌握画椭圆的方法，理解椭圆的几何特征
维度三	归纳椭圆的几何特征，总结椭圆的定义

3.4. 确定进阶水平，预期学业目标

进阶水平描述的是学生在学习过程中从最初的水平不断发展到最终水平时其思维发展的路径，教师在教学过程中能观测到学生在达到各阶段进阶水平时的具体表现，就是学业目标。学习进阶理论的五个阶段为描述、表征、联系、预测、整合，郭玉英等结合我国学生实际学习情况，在此基础上提出科学概念理解的发展层级模型，将五个进阶水平调整为经验、映射、关联、系统、整合，如表 4。

DOI: 10.12677/ces.2026.141016

Table 4. Developmental stages model of scientific concept understanding
表 4. 科学概念理解的发展层级模型

发展层级	层级描述
经验	学生拥有的日常经验与片段性知识尚未形成紧密联系
映射	学生能够建立具体事物特征与抽象概念之间的对应关系，实现两者之间的有效映射
关联	学生能够将抽象术语与具体事物的特征相联系
系统	学生能够在系统视角下，有效整合多要素结构中的各个变量，理解并协调它们之间的自主变化与相互依存的变化关系
整合	学生能够以核心概念为基石，整合并深化对特定科学观念(如物质观念、能量观念等)的理解，同时构建这些科学观念之间以及它们与跨学科核心概念(如系统、尺度等)之间的内在联系

基于该模型，根据“椭圆的定义”进阶维度的划分，具体进阶水平、学业目标如表 5。

Table 5. Advanced level and learning objectives for “Definition of an Ellipse”
表 5. “椭圆的定义”进阶水平及学业目标

进阶维度	进阶水平	学业目标
维度一	经验	了解椭圆的实际背景，发现生活中的椭圆
	映射	建立圆与椭圆的联系，类比圆的定义，对椭圆形成初步认识
维度二	关联	掌握画椭圆的方法，发现椭圆的几何特征
维度三	系统	由椭圆的几何特征归纳得到定义，会应用定义解决简单问题
	整合	构建“圆锥曲线”知识体系，了解椭圆在光学上的应用

3.5. “椭圆的定义”的教学过程

3.5.1. 从现实出发，了解椭圆的定义

类比圆的定义，教师引导学生回顾之前圆的数学定义，追问学生“你能类比圆的定义，从数学的角度为椭圆下定义吗？”，如图 2。引发学生的认知冲突，促使学生从数学的角度去思考椭圆的定义，体会类比的数学思想方法。然后引入学生熟悉的开普勒第一定律“所有行星分布在大小不同的椭圆轨道上运行”，通过情境的创设，引导学生在理解开普勒第一定律前，要首先明白椭圆的定义，在激发学生学习兴趣的同时，学会用数学的眼光观察世界。教学片段举例如下：

【问题】同学们，观察图片，这是什么图形？

【追问 1】你能说说什么是圆吗？

【师生活动】教师展示图片。学生回顾并说出圆的定义：平面内到定点的距离等于定长的点的轨迹叫做圆。

【追问 2】你能类比圆的定义，从数学的角度为椭圆下定义吗？

【师生活动】教师运用信息技术展示由圆到椭圆的变化过程，引导学生类比圆的定义思考椭圆的定义。

【追问 3】椭圆是按照哪种规律形成的动点轨迹呢？

【师生活动】教师出示生活中的椭圆图片，呈现行星围绕太阳运行的动画，提出“椭圆一定是一个按照某种规律形成的动点轨迹”的猜想。学生开始深入思考并尝试猜想潜在的规律。

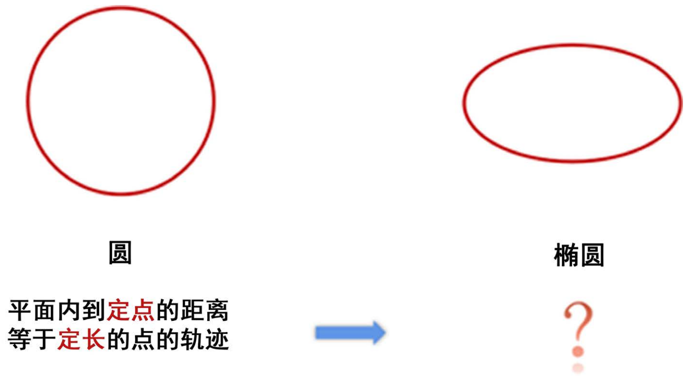

Figure 2. Teaching example diagram
图 2. 教学示例图

在该授课环节中，学生处于进阶维度一，将实现从“经验”向“映射”的进阶。从认知建构的角度看，这一过程符合奥苏贝尔的“先行组织者”理论，教师通过圆的定义作为认知锚点，帮助学生建立新旧知识之间的联系，从而实现概念的有效映射。教师巧妙地搭建起一座“认知桥梁”，引导学生将圆的定义作为认知起点，通过类比的方法，将圆的元素转化为探索椭圆定义时的思考工具，联系生活实际和科学知识，从数学的角度去思考椭圆的定义，对椭圆形成初步的认识，培养逻辑思维能力。

为评估学生是否完成从“经验”到“映射”的认知进阶，设计了以下测评任务：

【测评任务 1——经验】展示 5 个生活中的图形(包括 2 个椭圆、1 个鸡蛋形、1 个卵形、1 个圆)，要求学生辨认哪些是椭圆，并说明判断依据。

【测评任务 1——映射】给出圆的定义“平面内到定点距离等于定长的点的轨迹”，要求学生类比提出对椭圆定义的猜想。

【观测点】学生能否正确辨识椭圆实例(正确率 $\geq 80\%$)；能否基于圆的定义提出合理的椭圆定义猜想(如“到两个定点距离……的点的轨迹”)。

3.5.2. 操作与实践，体会椭圆的特征

教师借鉴巴班斯基的问题教学法教学模式，通过递进式问题驱动课堂教学。首先可以提出猜想“椭圆是按照某种规律形成的动点轨迹”，带学生充分思考之后，指出“可以从椭圆的几何特征进行探究”这一研究方向，然后引导学生类比之前学习圆的过程，运用图钉、细绳、铅笔画出椭圆，体会类比、从特殊到一般的数学思想方法。教学片段举例如下：

【问题】具有何种图像特征的图形才是椭圆呢？

【追问 1】如果变为两个定点一个定长，我们会得到什么样的图形呢？

【师生活动】教师带领学生回顾画圆的过程，引导学生运用课前准备的工具动手绘制椭圆。学生依据画圆的经验尝试，根据两个定点和一个定长来画图。

然后教师运用信息技术展示画椭圆的过程以及动点到定点的距离与两定点间距离的三种比大小情况，如图 3。并不断追问学生，引导学生通过观察、讨论，对椭圆的几何特征进行探究，体会分类讨论的数学思想方法。教学片段举例如下：

【问题】大家通过刚才的画图过程以及观察老师黑板上展现的动图，你发现了什么？

【追问 1】当 $|PF_1|+|PF_2|>|F_1F_2|$ 和 $|PF_1|+|PF_2|=|F_1F_2|$ 时，动点的轨迹分别是什么？

【追问 2】当 $|PF_1|+|PF_2|<|F_1F_2|$ 时，动点的轨迹又是什么？

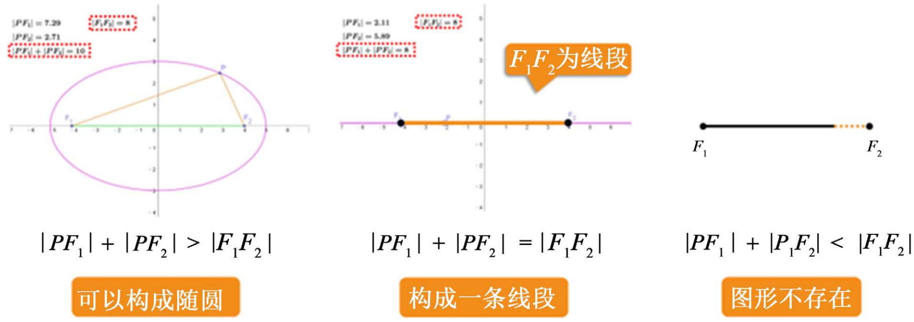

Figure 3. Three scenarios of motion point trajectories
图 3. 动点轨迹的三种情况

【师生活动】教师运用信息技术展示椭圆的绘制过程以及椭圆内$|PF_1|+|PF_2|$与$|F_1F_2|$的变化。学生通过教师的引导，在动手操作绘制椭圆的基础上，观察老师所展示的动图，思考并验证$|PF_1|+|PF_2|$与$|F_1F_2|$在不同大小关系时动点的轨迹。

在该授课环节中，学生处于进阶维度二，达到了“关联”的进阶水平。这一过程体现了皮亚杰认知发展理论中的“动作内化为运算”思想，学生通过动手操作将外在的几何关系转化为内在的逻辑结构，从而实现从具体经验到抽象关系的认知跨越。教师借用信息技术，展示圆和椭圆的动态生成，学生可以通过动手操作的方式体会绘制椭圆的完整过程，在该过程中比较动点到两定点间的距离与两定点间距离的大小，建构该大小关系与动点轨迹之间的联系，即椭圆的几何特征。

为评估学生是否建立几何特征与轨迹之间的关联，设计了以下测评任务：

【测评任务 2】：分组实验，给定不同长度的细绳(10 cm、12 cm、15 cm)和固定焦点距离(8 cm)，要求学生绘制轨迹并记录。

【观测点】：能否正确使用工具绘制椭圆；能否总结出$|PF_1|+|PF_2|>|F_1F_2|$时轨迹为“椭圆”的规律；能否解释$|PF_1|+|PF_2|=|F_1F_2|$和$|PF_1|+|PF_2|<|F_1F_2|$时的轨迹情况。

3.5.3. 归纳与分析，抽象椭圆的定义

在探究活动结束之后，教师组织学生用数学的语言表达椭圆的几何特征，并归纳总结得到椭圆的定义，培养了学生抽象思维、归纳概括的能力。在本节教学中，教师需要注意椭圆与圆的联系与区别，引导学生把握住椭圆定义的本质属性。教学片段举例如下：

【问题】根据椭圆的几何特征，你能归纳得到椭圆的定义吗？

【师生活动】教师给予学生一定的思考时间，在学生回答之后再给出标准的椭圆定义：平面内与两个定点F_1、F_2的距离的和等于常数(大于$|F_1F_2|$)的点的轨迹叫做椭圆，两个定点叫做椭圆的焦点，两焦点的距离叫做椭圆的焦距，焦距的一半称为半焦距。

在学生已经理解椭圆定义的基础上，本节的问题设置既要考察学生对椭圆定义的把握，又要为后续用坐标法表示椭圆做铺垫，促使学生从理解椭圆定义到掌握椭圆定义，运用椭圆定义的转变，如图 4。教师可以给予学生一定的思考时间，在学生回答之后，展示出本题的分析重点，注重对分析过程的讲解。在第(1)题中，已知动点到两定点的距离和为$\sqrt{2}$，通过两定点的坐标可以得到两定点间的距离为 2，显然$2>\sqrt{2}$，所以$|PF_1|+|PF_2|<|F_1F_2|$，符合第三种情况，点 P 的轨迹不存在；而在第(2)题中，两定点间的距离为 4，与$|PF_1|+|PF_2|$的值相等，符合第三种情况，所以点 P 的轨迹为一条线段。

在该授课环节中，学生处于进阶维度三，学生在经过动手操作，小组讨论，利用工具绘制椭圆、调整参数观察变化，直观感受椭圆形状随条件改变而变化的规律，这一过程体现了维果茨基的“最近发展

区”理论，教师通过搭建问题支架，引导学生从具体操作中抽象出数学定义，实现从感性认识到理性认识的飞跃。通过数学的语言表达椭圆的几何特征，发现几何特征之间的区别与联系，从系统的层面归纳得到椭圆的定义。

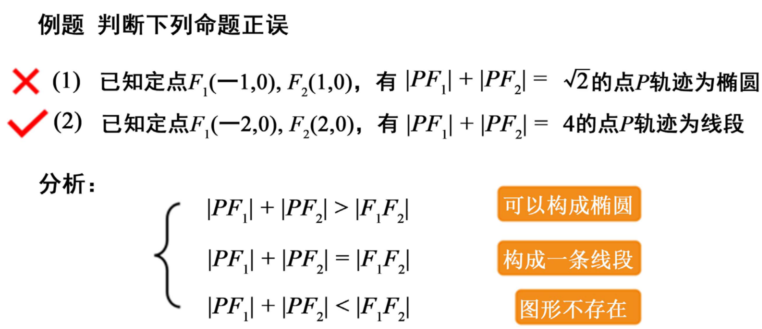

Figure 4. Example problem
图 4. 例题

为评估学生能否系统归纳椭圆定义并应用，设计了以下测评任务：

【测评任务 3——系统】：给出 4 个动点轨迹问题，要求学生判断哪些是椭圆并说明理由。

【测评任务 3——整合】：如图 4 所示的两个问题，要求学生运用椭圆定义进行判断分析。

【观测点】：能否准确表述椭圆定义中的三个要素(两个定点、距离和、常数大于焦距)；能否运用定义解决轨迹存在性问题；能否识别常见错误(如忽略“常数 > $|F_1F_2|$”的条件)。

3.5.4. 追寻本源处，构建知识体系

教师最后总结本节课所学知识以及学习思路，引导学生从椭圆的现实背景、探究过程、几何特征、定义等几方面进行回顾反思，如图 5。本节所学内容并不繁杂，教师在关注学生理解并掌握概念的同时，更要关注学生数形结合能力、数学抽象思维的培养，为后续圆锥曲线的学习起到奠基作用。

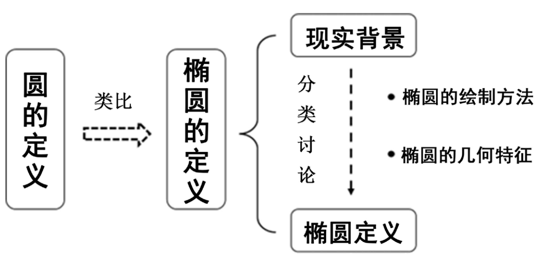

Figure 5. Mind map
图 5. 思维导图

圆锥曲线是椭圆的上位概念，通过圆锥曲线的角度，教师运用信息技术展示平面切割圆锥的过程，引入古希腊数学家阿波罗尼奥斯对椭圆的定义，这样做不仅可以引导学生感知丰富多彩的数学文化，从多角度认识椭圆、了解椭圆，还可以帮助学生梳理知识逻辑，形成知识体系，如图 6。

为评估学生知识体系的构建情况，设计了以下测评任务：

【测评任务 4】：要求学生完成椭圆知识思维导图，并解释椭圆在圆锥曲线体系中的位置。

【观测点】：思维导图的完整性和逻辑性；能否建立椭圆与圆、双曲线、抛物线之间的联系；了解圆锥曲线截影定义与轨迹定义之间的关系。

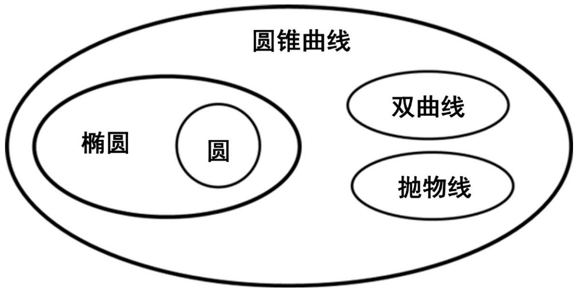

Figure 6. The knowledge system of “Conic Sections”
图 6. “圆锥曲线”知识体系

3.5.5. 跨学科理解，感悟模型本质

在实际应用中，椭圆的两个焦点与光学有着密切的联系。在教学时，教师可以介绍椭圆在物理学中的应用，沟通数学与其他学科的联系，培养学生跨学科应用意识。教学片段举例如下：

【问题】提到“焦点”“焦距”“半焦距”中的“焦”字，你能够联想到什么？

【师生活动】教师介绍椭圆的光学性质，引导学生构建椭圆与物理学的联系。

【追问 1】光线为何会从椭圆的一个焦点出发，汇聚到另一个焦点上？

【师生活动】教师提出疑问，激发学生思考，为后续椭圆的标准方程、椭圆的几何性质的教学奠定基础。

在最后两个环节中，学生达到了“整合”的进阶水平。这一过程符合布鲁纳的“螺旋式课程”理念，学生通过多角度、跨学科的学习，将椭圆概念纳入更广阔的知识网络中，实现认知结构的重组与整合。学生从知识的“学习者”上升到知识体系的“建构者”，从对椭圆的学习中体会研究圆锥曲线的过程与方法，运用从特殊到一般的数学思想，梳理圆锥曲线的认知逻辑，构成知识体系，从整体的角度再次认识椭圆。教师展示一个光线从椭圆一焦点出发，经过椭圆内部折射，汇聚到椭圆另一焦点的视频，学生感悟椭圆与物理学的联系，发现椭圆的光学性质。

为评估学生的跨学科整合能力，设计了以下测评任务：

【测评任务 5】：解释椭圆声学性质(如 whispering gallery 现象)或光学性质的应用。

【观测点】：能否建立数学与物理学科的有效连接；能否用椭圆定义解释实际现象；能否提出椭圆性质的其他潜在应用场景。

4. 实证研究设计与实施

为进一步验证构建的学习进阶教学模型的有效性，设计并实施了一项准实验研究。研究选取黄冈市某高中二年级两个平行班作为研究对象，其中高二(7)班($n = 58$)作为实验班，采用基于学习进阶的教学模型进行“椭圆的定义”教学；高二(11)班($n = 60$)作为对照班，采用常规教学方式。两班由同一位教师授课，确保教学经验一致。

研究通过课前测试、课后即时测试及延迟测试(两周后)评估学生对椭圆定义的理解水平。测试卷满分 100 分，基于数学概念学习四水平框架，涵盖概念辨识(了解水平)、特征分析(理解水平)、定义应用(掌握水平)及问题迁移(综合运用水平)四个维度。测试卷经专家效度检验，Cronbach’s α 系数为 0.876，具有良好的信度。

除量化测试外，研究还结合课堂观察和随机抽样访谈(每班 12 名学生)，全面收集学生在学习过程中的表现与反馈，以多维度验证教学模型的有效性，见表 6。

Table 6. Key findings of the study
表 6. 研究主要结果

测评项目	实验班(M ± SD)	对照班(M ± SD)	统计值	p 值	效应量(Cohen's d)
课前测试	62.4 ± 8.7	61.8 ± 9.2	t = 0.342	0.733	0.06 (可忽略)
课后即时测试	85.6 ± 6.3	73.2 ± 10.1	t = 7.893	<0.001	1.42 (大效应量)
延迟测试(两周后)	82.3 ± 7.5	69.8 ± 11.4	t = 6.974	<0.001	1.31 (大效应量)

研究结果显示，课前测试中，实验班与对照班的成绩无显著差异($t = 0.342, p = 0.733$)，且效应量极小(Cohen's $d = 0.06$)，这表明两组学生在实验干预前具有同质的数学基础，满足准实验研究的基本前提，保证了后续比较的可靠性；课后即时测试显示，实验班成绩显著优于对照班($t = 7.893, p < 0.001$)效应量 Cohen's $d = 1.42$，远超过 0.8 的“大效应量”标准，$d = 1.42$ 意味着实验班的平均成绩超过了对照班 92%的学生，表明基于学习进阶的教学模型产生了显著的即时效果；延迟测试(两周后)中，实验班仍保持显著优势($t = 6.974, p < 0.001$)，效应量 Cohen's $d = 1.31$，仍属大效应量范围。

虽然两组成绩均有所下降(正常的遗忘曲线)，但实验班的下降幅度(3.3 分)小于对照班(3.4 分)，且效应量保持高位，证明学习进阶模型促进了知识的长期保持。量化数据从组间可比性、即时效果和持续效果等多个维度，一致证明了学习进阶教学模型在“椭圆的定义”教学中的有效性。效应量指标进一步证实了该模型不仅具有统计显著性，更具有重要的实践意义。

从本质上看，学习进阶模型聚焦于学生认知能力的逐步发展，这一过程具有动态性，会依据实际情况进行不断地调整与优化[12]。本文运用学习进阶理论，聚焦“椭圆的定义”这一课时内容，构建了该节的学习进阶教学模型，明确了进阶终点、进阶维度，预期了各阶段的学业表现，也提出了对椭圆的定义这一概念学习在各教学阶段应该达到的水平。通过实证研究的验证与反馈，进一步佐证了教学路径与策略，增强了模型的可操作性与适用性，也能为学生在学习过程中明确学习的重点，但在实际教学过程中，如何持续培养学生的数学抽象、直观想象和应用意识、创新意识，实现思维层面的深度进阶，仍需在更大范围的教学实践中不断探索与完善。此外，本研究主要聚焦于“椭圆的定义”这一特定概念，其进阶路径是否适用于其他数学主题，仍需进一步验证。

基金项目

湖北省黄冈市教育科学规划课题(2024JB52)，黄冈师范学院 2025 年校级教学研究项目(2025CE32)，2025 年黄冈师范学院研究生工作站课题(5032025017)。

参考文献

[1] 刘芳瑶，吴缘缘，储亚伟. 多元表征与学习进阶整合的高中数学概念教学研究——以函数为例[J]. 中学数学研究(华南师范大学版), 2022(22): 10-13.

[2] 吴华，周鸣. GeoGebra 环境下基于 APOS 理论的数学概念教学研究——以导数概念为例[J]. 数学教育学报, 2013, 22(2): 87-90.

[3] 刘思璐，汪晓勤. 基于国际视角的数学史与数学教育研究现状分析——ICME-14 之 HPM 专题综述[J]. 数学教育学报, 2022, 31(4): 98-102.

[4] 沈阳，张晋宇，鲍建生. 表征在数学教育中的研究现状[J]. 数学教育学报, 2022, 31(2): 82-89.

[5] 黄玟倩，钟非. 2014-2024 年学习进阶的国际研究述评——基于 Web of Science 核心数据库的文献计量与内容分析[J]. 上海教育科研, 2025(10): 7-17.

[6] 蒋逸卿，郑蓉蓉，唐恒钧. 学习进阶视域下的数学作业链式设计[J]. 课程·教材·教法, 2024, 44(7): 110-117.

[7] 王思凯，黄兴丰，徐斌艳. 学习进阶与跨学科融合：素养导向的丹麦义务教育数学课程[J]. 比较教育学报,

2024(2): 151-162.

[8] 郭立军, 刘凤伟, 李美娟. 小学数学概念的学习进阶: 以小数概念为例[J]. 课程·教材·教法, 2021, 41(10): 79-85.

[9] 郝瑞亚. 学习进阶视域下单元作业设计探索——以“正比例和反比例”单元作业设计为例[J]. 小学数学教育, 2024(6): 25-26.

[10] 程仕然. 基于学科素养的高中数学概念教学实践研究[J]. 数学通报, 2023, 62(8): 11-15.

[11] 张婕. 数学概念教学的内涵初探[J]. 中国教育学刊, 2024(2): 107.

[12] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.