

CTI模式下培养高中生逻辑推理素养的课例实践

——以“基本不等式及其应用”专题复习课为例

宋青燕, 杨族桥*, 文 明

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2025年11月3日; 录用日期: 2026年1月4日; 发布日期: 2026年1月14日

摘 要

以高中数学“基本不等式及其应用”专题复习课为实践载体, 探索如何通过CTI教学模式发展学生的数学逻辑推理素养。以CTI教学理念为核心, 结合问题链设计, 引导学生主动建构知识、深化理解, 并实现知识的迁移与创新应用, 构建了指向核心素养发展的教学框架与教学设计。该模式有助于渗透培养学生的数学逻辑推理素养, 为落实新课标核心素养培养要求提供了可操作的教学路径与实践参考。

关键词

CTI教学模式, 基本不等式, 专题复习课

Practical Lesson Examples for Cultivating High School Students' Logical Reasoning Competencies in CTI Mode

—Taking the Thematic Review Lesson on “Fundamental Inequalities and Their Applications” as an Example

Qingyan Song, Zuqiao Yang*, Ming Wen

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: November 3, 2025; accepted: January 4, 2026; published: January 14, 2026

Abstract

Using a high school mathematics thematic review lesson on “Fundamental Inequalities and Their

*通讯作者。

文章引用: 宋青燕, 杨族桥, 文明. CTI 模式下培养高中生逻辑推理素养的课例实践[J]. 创新教育研究, 2026, 14(1): 29-36. DOI: 10.12677/ces.2026.141005

Applications” as a practical vehicle, this study explores how to develop students’ mathematical logical reasoning literacy through the CTI teaching model. Centered on CTI pedagogical principles and integrated with problem-based chain design, this approach guides students to actively construct knowledge, deepen understanding, and achieve knowledge transfer and innovative application. It establishes a teaching framework and instructional design oriented toward core competency development. This model facilitates the cultivation of mathematical logical reasoning competencies, providing an actionable teaching pathway and practical reference for implementing the core competency requirements outlined in the new curriculum standards.

Keywords

CTI Teaching Model, Fundamental Inequality, Thematic Review Class

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

基本不等式作为高中数学核心内容之一，不仅是代数推理的重要工具，更是培养学生逻辑严谨性与优化思维的关键载体。长期以来，基本不等式的教学多聚焦于公式记忆与套路化应用，导致学生虽能机械套用“一正二定三相等”口诀，却难以理解其成立条件、适用边界及内在逻辑结构[1]。这种“重结果、轻过程”的教学方式，严重制约了学生逻辑推理素养的发展。

近年来，随着《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》明确提出将“逻辑推理”列为六大核心素养之一，各教育工作者开始关注如何在具体知识教学中落实素养目标[2]。已有研究指出，逻辑推理素养的培养需依托真实问题情境、强调论证过程、注重错误辨析与反思[3]。喻平教授提出的 CTI 教学模式为素养导向的教学提供了新路径。该模式强调从知识建构到迁移应用再到创新生成的递进过程[4]。然而，目前 CTI 模式在高中数学具体内容中的实证研究仍较匮乏，尤其缺乏对其如何精准对接“逻辑推理”素养各水平表现的深入探讨。

因此将 CTI 模式系统应用于“基本不等式及其应用”专题复习课，结合其“条件敏感性强、逻辑链条严密、易错点集中”等特点，设计贯穿“建构 - 迁移 - 创新”三阶段的教学活动，并通过实证数据验证该模式对学生逻辑推理素养发展的促进作用。

2. CTI 模式

喻平教授融合建构主义、成功智力与情境认知理论，突破传统知识本位的教学范式，创建素养导向的 CTI 教学模式[4]。见图 1。该模式以“建构 - 迁移 - 创新”三阶段为轴心，引导学生主动建构知识、发展素养[5]。

3. CTI 模式下“基本不等式及其应用”专题复习课的实践设计

通过设计并实践“基本不等式及其应用”的教学，探讨 CTI 教学模式在高一复习教学中应用，教学目标设定、教学过程实施、课后作业设计三部分[6]。

3.1. 教学目标

《新课标》指出，通过类比，理解等式和不等式的共性和差异，掌握基本不等式。结合课程标准与评价体系的要求，教学目标如下：

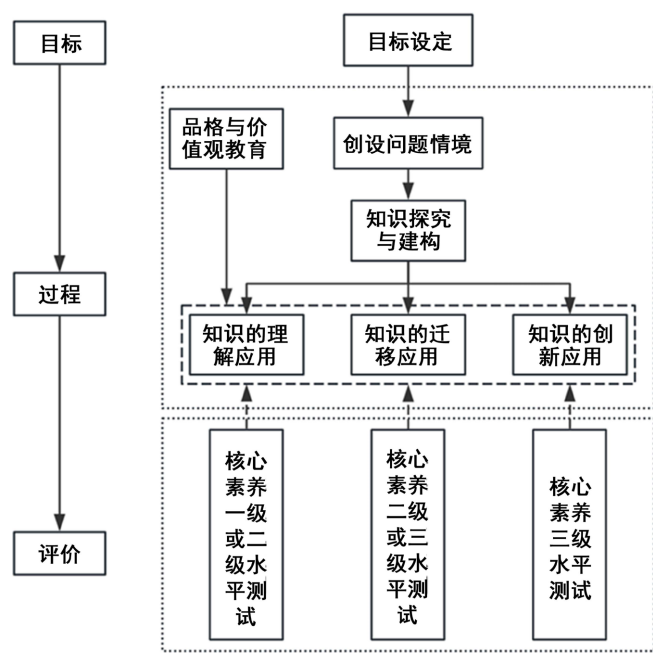


Figure 1. Basic framework of the CTI teaching model
图 1. CTI 教学模式的基本框架

在数学抽象方面，能够从情境中抽象出数学概念、命题、方法和体系，从而积累从具体到抽象的活动经验，能够运用数学抽象解决数学问题[7]。

在逻辑推理方面，能够掌握逻辑推理的基本形式，学会有逻辑地思考问题；能够在复杂的情境中把握事物之间的本质；形成合乎逻辑的思维品质[7]。

在数学运算和数学建模方面，能够用数学的语言表征世界，建构合适的数学模型解决问题；能够通过运算进一步发展数学思维，形成规范化思考问题的品质[7]。

3.2. 教学过程

3.2.1. 创设问题情境

学校计划制作一块矩形的校园数学文化节展板，周长固定为 20 米，如何设计长与宽，才能使展板面积最大？若展板面积固定为 25 平方米，如何设计长与宽，才能使周长最小？

设计意图：该环节旨在激发学生的已有经验与认知冲突，引导其在具体情境中主动调用前概念，为新知识的意义建构提供基础。根据建构主义理论，知识不是被动接受的，而是在与环境互动中主动建构的。因此，问题情境的设置是“建构”阶段的起点，帮助学生建立对核心概念的初步理解。通过生活中的“面积最值”与“周长最值”问题，激活学生对基本不等式的已有认知，学生可以迅速根据题意列出不等式，同时确定“积为定”或者“和为定”，符合“一正(变量为正)、二定(和或积为定值)、三相等(等号成立条件)”，同时明确本节课的核心任务——用基本不等式解决实际问题。

3.2.2. 知识的探究与建构

(1) 回顾推导

用赵爽弦图(几何方法)归纳基本不等式的形式或者用作差法(代数方法)证明基本不等式。

基本不等式表明，两个正数的算数平均数不小于它们的几何平均数。同时需要明确 a 、 b 可以代指代数式，可以是数，也可以是式子，只要式子 A 、 B 为正即可，如下表示。

$$\frac{A+B}{2} \geq \sqrt{A \times B} \quad (A, B \text{恒为正复杂式子})$$

(2) 条件辨析

以下说法是否都正确，并说明理由。

- 1) 若 $a < 0, b < 0$, 则 $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ (未符合 $a > 0, b > 0$ 条件);
- 2) 若 $a+b=5$, 则 ab 的最大值为 $\frac{25}{4}$ (未验证等号条件);
- 3) 求 $f(x)=x+\frac{1}{x}$ 的最小值为 2 (忽略 $x < 0$ 的情况)。

设计意图: 学生已经学习过基本不等式的概念, 通过对以上例题进行辨析, 进一步加深学生对基本不等式应用的理解, 对基本不等式成立的三个条件缺一不可, 培养学生对数学的严谨性和逻辑性, 养成良好的思考习惯。

(3) 简单应用

- 1) 已知 $a > 0, b > 0, a+b=4$, 求 ab 的最大值;
- 2) 已知 $x > 0$, 求 $f(x)=x+\frac{9}{x}$ 的最小值。

链接 1 (2025 年北京卷, 6) 已知 $a > 0, b > 0$, 则

$$\text{A. } a^2 + b^2 > 2ab \quad \text{B. } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{1}{ab} \quad \text{C. } a+b > \sqrt{ab} \quad \text{D. } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{2}{\sqrt{ab}}$$

设计意图: 在此环节, 学生通过复习回顾、小组讨论、动手操作、知识分析等方式, 在社会性互动中共同构建对知识的理解。这体现了情境认知理论中“学习是社会实践”的观点, 也契合建构主义强调的社会协商过程。此阶段聚焦于深度理解概念内涵与结构关系, 属于知识的内化与整合, 故归入“建构”阶段。引导学生对基本不等式的应用进行思考和辨析, 通过简单应用, 培养学生的数学运算和逻辑推理素养, 为进一步明确基本不等式应用需要满足的条件和对基本不等式的变形的理解和应用作铺垫。

3.2.3. 知识的迁移应用

- 1) 若 $-6 < x < 6$, 求 $(6-x)(x-6)$ 的最大值;
- 2) 若 $-3 < x < 3$, 求 $(3-x)(2x+6)$ 的最大值;

通过观察可知, 第一问可以直接用基本不等式公式, 而题 2 和 3 没有给定值和为多少, 这时需要用整体法, 判断此时 A, B 代指的式子为多少, 计算和是否为定值; 题 3 中 $3-x+2x+6=x+9$ 不是定值, 需要考虑是否需要扩大倍数或者提取公因数, 此时 A, B 的值又为多少。通过解决以上问题, 可以将其归纳为和定求积的最大值。

- 3) 已知 $x > 1$, 则 $x+\frac{9}{x-1}$ 的最小值;

通过观察得, 要求和的最小值, 即和为定值, 此时题 4 中 $A=x, B=\frac{16}{x}, AB=x \cdot \frac{16}{x}=16$ 为定值;

这时题 5 中积不为定值, 这就需要对该求和式子进行变形, 配凑出隐藏在题目中的积为定值的条件。可以将其归纳为积定求和的最小值。

- 4) 已知 $a+3b=1(a > 0, b > 0)$, 求 $\frac{4}{a}+\frac{6}{b}$ 的最小值;

要求和的最小值, 考虑要配凑积为定值, 遇到已知整式和为正数, 求分式和时, 需要将 $(\frac{4}{a}+\frac{6}{b})$ 看成

$(\frac{4}{a}+\frac{6}{b}) \times 1$, 1 可代换成 $(a+3b)$ 。之后继续配凑积为定值, 确定此时 A, B 的式子和取等条件。此题还可

以理解为齐次化，要求和的两个分式其分子分母变量的次数不一致，也可以等量代换分子，将次数化为一，再进行计算。可以将该部分归纳为齐次化问题，先用齐次化对式子进行变形，再求积为定值，转化为积定求和的最小值。

师：通过计算以上例题，同学们能否对题型进行归纳整理呢？

生：可以。和为定值求积的最大值的类型，需要通过配凑就可确定和的值。积为定值求和的最小值的类型比较多，见表 1 归纳如下：

Table 1. Minimum sum type table for summation when the product or sum is constant
表 1. 利用积或和为定值时求和的最小值类型表

A、B 的结合形式	求 A + B 的形式	基本方法	例题
整式 × 整式 = 定值	整式 + 整式	直接公式法	已知 $ab = 4$ ，求 $2a + 3b$ 的最小值
整式 + 整式 = 定值	分式 + 分式	齐次化思想	已知 $a + 2b = 2$ ，求 $\frac{3}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值
和，积待定或未说明	整式 + 分式	配凑法	已知 $x > 1$ ，求 $\frac{1}{x-1} + 2x$ 的最小值

链接 2 (2025 年上海卷，8) 设 $a > 0, b > 0, a + \frac{1}{b} = 1$ ，则 $b + \frac{1}{a}$ 的最小值为()。

设计意图：当学生对核心概念形成初步理解后，教师提供不同背景但结构相似的问题任务，促使学生将所学知识应用于新情境。这一过程呼应成功智力理论中的“实践性智力”——即将知识灵活运用于实际问题解决。迁移不仅检验理解深度，也促进知识的泛化能力，因此明确属于“迁移”阶段。设计层层递进的习题，学生在练习变形中得到启发，进一步总结解题步骤，对基本不等式成立的条件，“一正(变量为正)、二定(和或积为定值)、三相等(等号成立条件)”，有深入体会，明白要利用基本不等式求最值的前提的存在积为定值或者和为定值，无法直接找到积为定值或者和为定值，需要通过变形和配凑得出，这就需要学生善于发现和推理，从而培养学生的逻辑推理素养。

3.2.4. 知识的创新应用

问题 1 已知 $a > 0, b > 0$ ，且 $a + b = 1$ ，则 $\frac{1}{2a+b} + \frac{6}{b+3}$ 的最小值。

问题 2 已知 $a > 0, b > 0$ 为正数，且 $a + 3b = 1$ ，则 $\frac{(2a+1)(b+1)}{ab}$ 的最小值。

问题 3 已知 $0 < x < 1$ ，则 $\frac{9}{x} + \frac{15}{1-x}$ 的最小值。

设计意图：此环节要求学生超越既有知识框架，根据题目条件生成新颖且有价值的方案或解决问题的方法。这直接体现成功智力中的“创造性智力”，也是素养导向教育的高阶目标。创新阶段强调突破常规、自主建构新意义，因此独立划分为“创新”阶段。通过对问题进行变式，提高学生的逻辑推理能力，对基本不等式的应用中需要变形和变式的总结进行练习，提升学生的综合能力，进一步培养学生的创新能力。

3.3. 课后作业设计

作业 1 “最佳原创题”评选：你觉得这道题哪里最容易出错？(比如忽略正数条件)你在出题时怎么设置‘陷阱’让别人注意这一点？或者你能把这道纯代数题变成一个有实际背景的应用题吗？请你设计

合理的原创题，需要满足以下要求：

- 1) 题目必须能用基本不等式(或其简单变式)求解。
- 2) 鼓励创新：可以是纯代数题，也可以是生活、几何、经济等情境的应用题。
- 3) 可以设计一个“陷阱”，考查对“一正二定三相等”的理解。

设计意图：作业 1 是创新问题。通过让学生设计“最佳原创题”，鼓励学生在掌握基本不等式核心概念的基础上，发挥创造力，设计出既有挑战性又具趣味性的题目。这不仅要求学生能够灵活运用所学知识，逻辑推理能力能得到发展，还要求他们具备一定的批判性思维 and 创新能力。

由于作业 1 的核心是学生自己出题并且给出答案，评价重点应放在题目设计的合理性与所体现的逻辑推理素养水平上。表 2 是结合课程标准中“逻辑推理”核心素养三个水平的细化评价标准。这样不仅能选出“好题”，更能通过题目设计反推学生的数学思维深度，真正实现“以评促学、以评促教”。

Table 2. Evaluation dimensions and specifications for students' mathematical logical reasoning competency in assignment 1
表 2. 学生完成作业 1 其数学逻辑推理素养评价维度与细则

评价维度	具体指标	水平 1 (1~3 分)	水平 2 (4~7 分)	水平 3 (8~10 分)
题目科学性	可转化为和或者积为定值，约束条件合理，变量为正数	题目可用基本不等式，但条件模糊或缺少正数说明	条件清晰，变量范围明确，能正确应用基本不等式	题目结构精巧，能通过变形(乘 1 法、换元)自然引出基本不等式
陷阱设计有效	设置典型误区(忽略正数、误用等号、无定值)；追问或提示引导反思	有陷阱但较生硬(强行加负数)	陷阱自然融入情境，能引发常见错误	陷阱具有迷惑性但逻辑严密，能精准检测对“三要素”的理解
解答严谨性	明确写出“一正二定三相等”；验证等号成立条件是否满足	给出答案但未验证等号或正数	能完整验证三个条件	不仅验证，还能对比错误解法，说明为何不成立
情境创新性(加分项)	纯代数或者应用背景(几何/经济/生活)	纯代数题，无背景	有简单应用背景(围栏、成本)	背景真实、数据合理，模型抽象准确，体现数学建模意识

4. 教学实施与效果分析

将该教学模式与设计在实际课堂中进行实施，其中参与本次研究的是 H 高中一年级的两个班级，实验班和对照班，共 110 名学生。实验班所有学生均参与了基于 CTI 模式的“基本不等式及其应用”专题复习课程。

对课堂实施效果采用前测与后测进行分析，前测是两个班均未采用 CTI 教学模式使用相同的测试卷进行前测，后测是仅实验班实施该教学模式使用相同的测试卷进行后测，评估学生对基本不等式的理解程度及逻辑推理能力的变化，见表 3。

从实验班和对照班的成绩变化规律可知：CTI 教学模式显著优于传统教学，尤其在提升学生数学成绩、增强逻辑推理能力方面效果突出；实验班在知识掌握的深度、广度和持久性上均优于对照班，符合“建构 - 迁移 - 创新”三阶段递进规律；后测 2 的成绩差异扩大，说明 CTI 模式不仅能提高短期成绩，更能促进学生形成可持续的数学思维习惯；实验班标准差的变化趋势暗示 CTI 模式允许并鼓励学生在“创新”阶段进行个性化探索，从而实现差异化成长。

Table 3. Comparison of pre-test and post-test scores between experimental and control classes (Full Score: 150)
表 3. 实验班与对照班前测、后测成绩对比(满分 150)

班级类型	人数	前测 1 班 级平均分	前测 1 班 级标准差	后测 1 班级 平均分	后测 1 班 级标准差	后测 2 班 级平均分	后测 2 班级 标准差
实验班	56	82.24	15.53	89.87	15.53	95.46	20.13
对照班	54	79.32	20.4	83.87	19.27	89.12	24.04

同时对学生进行问卷调查或者访谈，设计了一份包含封闭式和开放式问题的问卷，了解学生对 CTI 模式的看法以及该模式对他们学习态度的影响。其中，小淇同学表示在前测中对于基本不等式的理解和应用较为薄弱，但在 CTI 模式下的小组合作学习过程中，他逐渐掌握了如何将数学知识应用于解决实际问题。最终，在后测中她的成绩提升了近 20 分，并且能够独立完成复杂的证明题。

5. 研究反思与讨论

CTI 教学模式是最近提出的新教学模式，在初中的教学实施效果很好，在高中课堂的实施过程中，即有良好的反馈，也遇到了一些问题，这些问题在教学过程中是一直存在的，需要教师不断学习，去完善课堂教学。

1) 学生基础存在差异性

在“基本不等式”的教学中，不同学生的数学基础差异可能导致部分学生难以跟上教学进度。一些学生可能对基本不等式的概念理解不足，而另一些学生则可能已经掌握了基本应用技巧。这就需要教师采用分层教学法，根据学生的能力水平提供不同的学习材料和支持；鼓励小组合作学习，让能力较强的学生帮助其他同学。

2) 课堂时间具有有限性

CTI 模式强调深入探究建构和创造性地应用知识，这需要较多的时间来完成每个阶段的任务。然而，在实际教学中，由于课程安排紧凑，发现很难在规定时间内完成所有预定的教学活动。因此，教师在课前应优化教学内容，确保核心知识点得到充分讲解；提前布置预习任务，让学生对即将学习的内容有初步了解；利用课外时间开展延伸活动或项目作业。

3) 学生主动参与度不高

部分学生可能缺乏主动参与课堂活动的积极性，特别是在涉及较难的数学概念，较难的基本不等式的证明和应用时。这时教师得通过设置有趣且具有挑战性的任务吸引学生兴趣；及时给予正面反馈，增强学生的自信心和成就感。

同时，在教学中虽然情境教学能够提高学生的兴趣和参与度，但如果情境过于复杂或者与学生的生活经验脱节，则可能适得其反。选择贴近学生生活实际的情境案例，简化不必要的背景信息，突出数学本质。

实施 CTI 模式要求教师不仅要具备扎实的专业知识，还需要掌握先进的教育理念和技术手段，这对教师的专业成长提出了更高的要求。在实际操作过程中，教师需要根据学生的实际情况灵活调整教学计划，这对教师的教学组织能力和应变能力是一个考验。因此，教师要积极参与研讨活动，提升教学经验，根据课堂的实际效果和学生反馈，及时调整教学策略。

6. 结语

CTI 教学模式作为复习课教学设计的框架，不仅有助于对学生逻辑推理素养的培养和提升，还进一

步促进学生关键能力的提高,学生的信息获取与加工能力和逻辑推理与论证能力都得到了提升。通过“建构-迁移-创新”这三个主要阶段,一步步引导学生对信息进行获取和加工,设计不同的题型,学生可以对信息进行筛选、分类、概括,从而归纳相关知识,建立知识框架体系,在应用知识的过程中建立关键信息之间到逻辑关系,与已学知识进行联结整合,最终解决复杂问题。

基金项目

2025 年黄冈师范学院研究生工作站课题(5032025016)。

参考文献

- [1] 郝娜娜. 应用基本不等式求最值错因分析及对策研究[J]. 数理天地(高中版), 2025(15): 22-23.
- [2] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2022 年版) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2022: 8-10.
- [3] 张奠宙, 宋乃庆. 数学教育概论[M]. 第 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2016: 124-126.
- [4] 喻平. 发展学生数学核心素养的一个教学模式建构[J]. 数学通报, 2023, 62(9): 1-6+11.
- [5] 喻平. CTI 模式: “知识探究与建构”环节的教学策略[J]. 数学通报, 2023, 62(10): 1-7.
- [6] 刘炜. CTI 教学模式在复习教学中的应用——以“一轮复习: 空间中的垂直关系”为例[J]. 数学通报, 2025, 64(1): 13-16+49.
- [7] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2022 年版) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2022: 4-7.