Creative Education Studies 创新教育研究, 2025, 13(12), 395-404
Published Online December 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2025.1312974

Hans汉斯

高中与大学数学教育衔接视角下的极限概念教学研究

唐树江[1]，**邓　敏**[2]

[1]湖南科技学院理学院，湖南 永州
[2]新田县瑞华实验学校，湖南 永州

收稿日期：2025年11月6日；录用日期：2025年12月2日；发布日期：2025年12月12日

摘　要

极限概念是数学分析的核心基石，关乎学生从高中直观思维向大学形式化思维的过渡。调查发现，高中教学在建立极限直观认知方面有效，但形式化定义与代数证明训练不足，造成大学阶段的认知断层。为此，本文提出三项改进策略：渐进渗透ε-δ思想，搭建直观与形式化桥梁；构建“自然语言－几何直观－代数证明”融合的教学框架；强化不等式与误差控制训练，提升逻辑严密性，助力学生跨越思维鸿沟。

关键词

高中数学，极限概念，教学改革，高中－大学衔接，ε-δ语言，逻辑推理能力

Research on the Teaching of Limit Concepts from the Perspective of the Connection between High School and University Mathematics Education

Shujiang Tang[1], **Min Deng**[2]

[1]School of Sciences, Hunan University of Science and Engineering, Yongzhou Hunan
[2]Xintian Ruihua Experimental School, Yongzhou Hunan

Received: November 6, 2025; accepted: December 2, 2025; published: December 12, 2025

Abstract

The concept of limits is a fundamental cornerstone of mathematical analysis, playing a crucial role

文章引用: 唐树江, 邓敏. 高中与大学数学教育衔接视角下的极限概念教学研究[J]. 创新教育研究, 2025, 13(12): 395-404. DOI: 10.12677/ces.2025.1312974

in the transition from intuitive thinking in high school to formal reasoning at the university level. Research indicates that while high school education effectively establishes an intuitive understanding of limits, there is insufficient training in formal definitions and algebraic proofs, leading to a cognitive gap during the university phase. To address this issue, three improvement strategies are proposed: gradually integrating the ε-δ approach to build a bridge between intuition and formalism; developing a teaching framework that combines "natural language-geometric intuition-algebraic proof"; and enhancing training on inequalities and error control to improve logical rigor, thereby assisting students in overcoming cognitive barriers.

Keywords

High School Mathematics, Concept of Limits, Teaching Reform, High School to University Transition, Language of ε-δ, Logical Reasoning Ability

1. 引言

极限作为微积分学的基石，其概念的深入理解与灵活运用，不仅是掌握微分、积分、级数等核心内容的必要前提，更是培养学生逻辑思维、抽象概括能力以及“无限逼近”数学思想的关键载体。在数学教育体系中，高中阶段的极限教学具有承前启后的特殊意义：它既是对学生变量数学认知的深化，也是衔接中学数学直观化、计算化特点与大学数学抽象化、形式化要求的“第一座桥梁”。该桥梁是否稳固，直接影响学生能否顺利适应大学数学分析、高等数学等课程的学术要求。

然而，当前高中极限教学与大学数学要求之间存在显著的认知断层。基于 APOS 理论的分析框架，这种断层源于学生在极限概念认知发展上未能完成从“活动”到“对象”的质变。APOS 理论揭示，数学概念的习得需经历“活动→过程→对象→图式”四个递进阶段：学生在高中阶段往往停留在“活动”(如通过图像感受极限趋势)和“过程”(如应用极限运算法则计算)阶段，未能将极限概念内化为“对象”(即能独立运用 ε-δ 语言进行逻辑推理)和“图式”(即能将极限思想融入微积分整体认知结构)。这种认知发展断层直接导致学生在大学面对 ε-δ 定义时产生“思维断裂”。

已有研究对极限教学虽有关注，却缺乏对认知发展机制的深入探讨。安丰星[1]探讨了极限思想在解题中的应用价值，但未触及认知发展层面；郑靖贤[2]虽从数学分析角度审视高中教学，却未构建认知发展视角；马婷[3]、朱晓磊[4]聚焦于高中内部极限思维运用，未能从 APOS 理论的递进阶段分析认知断层；刘世金等[5]、黎日松等[6]、杨娜娜等[7]主要围绕大学课程教学优化，忽略了认知发展连续性；侯丽娟[8]、陈怡菁[9]等人对数列极限教学的探讨，亦未超越学段局限，缺乏对认知阶段连续性的理论支撑。总体而言，现有研究呈现“高中”与“大学”相互割裂的态势，更缺乏基于数学认知发展理论的系统性分析框架[10]-[12]。

鉴于此，本研究以 APOS 理论为分析框架，通过考察大一新生在极限概念认知发展各阶段的水平，系统诊断高中极限教学在概念认知、方法论训练及能力培养三个方面的断层所在。通过厘清从“活动”到“对象”的认知发展路径，本研究不仅揭示了高中与大学极限教学脱节的深层原因——即高中教学未能引导学生完成从“过程”到“对象”的认知跃迁，更提出一套基于 APOS 理论的教学改进策略，旨在帮助学生实现从“直观感受”到“逻辑证明”的思维跨越。本研究不仅填补了高中与大学极限教学衔接

研究的理论空白，更提供了可操作的教学设计路径，为一线教师提供基于认知发展规律的教学参考，助力学生完成从“计算思维”到“论证思维”的关键转型。

2. 研究设计与方法

2.1. 研究对象

本研究采用问卷调查法。调查对象为我校理工科专业大一上学期学生，共 129 人。选择此群体基于以下考量：他们刚刚完整地经历了高中的极限学习，同时又正在亲身接受大学数学分析或高等数学中极限严格定义的训练，对两个学段的教学差异感受最为直接和深刻，其反馈具有极高的时效性与真实性。

2.2. 研究工具

采用自编《高中数学极限概念学习情况调查问卷》。问卷内容包括：(1) 基本信息；(2) 对极限概念本质的理解(考察直观认知)；(3) 对高中极限教学内容深度与方式的评价；(4) 在解决极限问题时惯用的证明与方法偏好；(5) 自我感知的能力提升情况。问卷题目以单项选择题为主，辅以部分开放性问题，确保数据可量化分析。

为确保问卷的科学性和有效性，本研究对问卷进行了严格的信效度检验。采用 Cronbach’s α 系数检验问卷的内部一致性，结果显示问卷的 Cronbach’s α 系数为 0.872 (>0.8)，表明问卷具有良好的内部一致性。同时，通过专家评审和预测试，对问卷的内容效度进行了评估，专家评审的 Kappa 系数为 0.83 (>0.8)，表明问卷内容效度良好。此外，通过重测信度检验(间隔两周后重测)，问卷的重测信度系数为 0.84 (>0.8)，进一步证实了问卷的稳定性。

2.3. 数据处理与分析

采用问卷星对收集到的问卷数据进行描述性统计分析，主要计算频数和百分比，用以呈现大一新生对高中极限教学各方面评价的分布状况。结合图表，对数据背后所反映的教学问题进行深入阐释与原因探析。

2.4. 质性研究方法

为丰富数据来源，形成证据三角，本研究还采用半结构化访谈和课堂观察作为补充研究方法。

(1) 半结构化访谈：从 129 名问卷调查对象中随机选取 20 名学生进行深度访谈，访谈提纲围绕极限概念认知、高中教学体验、大学学习适应等方面设计。访谈采用录音和笔记相结合的方式进行，访谈时长约 30~45 分钟。访谈内容经转录后，采用主题分析法进行编码和分析。

(2) 课堂观察：选取 3 个高中数学课堂(2 个普通班，1 个实验班)进行为期两周的课堂观察，重点关注极限概念的教学方式、师生互动、学生参与度等方面。观察记录采用结构化观察表，包含教学活动、学生反应、教师引导等维度。

质性研究数据与问卷调查数据相互印证，共同揭示高中与大学数学教育衔接中的深层次问题。

3. 高中数学极限教学的现状与问题剖析

3.1. 直观认知初步建立，但概念深层内涵把握不稳

图 1 表明，绝大多数学生(88.37%)能够复述出极限“无限趋近但不等于”这一核心直观特征，这说明高中教学在传递这一基本表象上是成功的。然而，这种理解往往是静态和片面的。在后续的访谈中，许多学生无法解释“无限趋近”的定量含义，对于“趋近的速度”“任意接近的可能性”等动态过程和

DOI: 10.12677/ces.2025.1312974

精确化思想缺乏体会。例如，他们可能理解数列{1/n}趋向于 0，但难以将此“趋向”与一个可以任意小的误差范围(ε)联系起来。这 14.75%的错误理解，则进一步暴露了部分学生将极限与函数值、或与近似计算相混淆的认知误区。

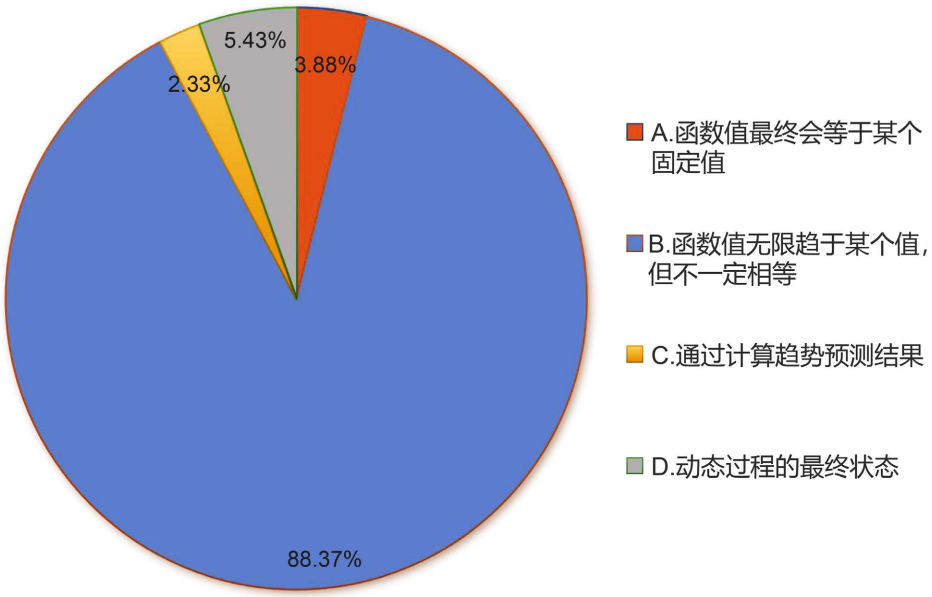

Figure 1. The accuracy rate of intuitive cognition of the limit concept in high school mathematics
图 1. 高中数学极限概念直观认知准确率

3.2. 形式化定义严重缺失，导致大学适应困难

Table 1. Introduction of formal definition of limits in high school mathematics
表 1. 高中数学极限教学形式化定义引入情况

教学情况	选择人数	占比
仅提供直观认识，缺乏深	77	59.69%
基本足够，但需加强严格证明训练	34	26.36%
完全足够，无需补充	1	0.78%
完全不相关，需重新学习	17	13.18%

超过半数的学生(59.69%)认为高中教学仅停留在直观层面，缺乏深度挖掘(见表 1)。更有 13.18%的学生感到高中所学与大学要求几乎脱节，需要“重新学习”。这一数据触目惊心，它清晰地表明，高中极限教学在从“描述性定义”向“严格化定义”的攀升过程中是缺位的。学生带着对极限的模糊的、定性的理解进入大学，当面对 ε-δ 语言这种精确的、定量的、逻辑严密的定义时，原有的认知结构无法同化新知识，从而产生强烈的认知冲突和适应障碍。

3.3. 几何直观与代数证明显著失衡，方法论单一

表 2 显示，“画图观察趋势”是高中阶段学生最依赖的“证明”方法。这种方法虽然直观易懂，但其本质上是一种“合情推理”，而非“演绎证明”，它无法保证结论的普遍性和严格性。夹逼定理的使

用率不足 30%，而该定理的证明本身就需要一定的代数不等式技巧。这种对几何直观的过度依赖，导致学生的数学方法论工具箱严重失衡，缺乏处理不可视化问题或进行严格推导的代数工具。

Table 2. Use of proof methods in high school mathematics limit teaching
表 2. 高中数学极限教学证明方法使用情况

证明方法	选择人数	占比
画图观察趋势	61	47.29%
使用夹逼定理	37	28.68%
直接引用结论	16	12.40%
代入具体数值验证	15	11.63%

3.4. 核心问题剖析：认知断层、方法论冲突与能力弱化

基于以上数据，我们可以将问题归结为三个层面：

(1) 概念认知断层：从“直观描述”到“形式化定义”的鸿沟

Table 3. Comparison of the focus on limit concepts in high school and university
表 3. 高中与大学极限概念认知侧重点对比

认知维度	高中阶段侧重占比	大学阶段侧重占比
直观描述	72%	18%
形式化定义	28%	82%

表 3 形象地展示了学生认知重心必须完成的剧烈转变。高中阶段 72%的认知建构依赖于直观描述，而大学阶段 82%的要求集中于形式化定义。这个断层的存在，使得学生无法将大学的新知识有效地锚定在已有的认知图式上，学习过程如同“空中楼阁”。

(2) 方法论冲突：从“图形验证”到“代数证明”的转向

Table 4. Self-assessment comparison of students’ geometric intuition and algebraic proof ability
表 4. 学生几何直观与代数证明能力自我评估对比

能力维度	优秀率	良好率	及格率	不及格率
几何直观能力	65%	25%	8%	2%
代数证明能力	35%	45%	15%	5%

表 4 揭示了学生能力发展的不均衡。几何直观能力的优秀率远高于代数证明能力。高中教学培养了一种“看”的数学，而大学数学更需要一种“写”的数学——即用严谨的代数语言书写逻辑步骤的能力。这种从“看”到“写”的转向，对于方法论准备不足的学生而言，无疑是一次痛苦的挑战。

(3) 能力培养弱化：逻辑推理能力“虚高”与“实低”

尽管 89.15%的学生认为极限学习提升了逻辑推理能力(图 2)，但结合前面的分析，这种提升更多地是基于观察、归纳和直观判断的“初级”逻辑推理。当面对需要 ε-δ 语言进行“任意性”与“存在性”辨析，以及复杂的不等式放缩技巧时，他们所依赖的“初级”推理便显得力不从心。这是一种典型的“能力错觉”，其根源在于高中教学未能将学生的逻辑思维从经验层面引导至理论建构层面。

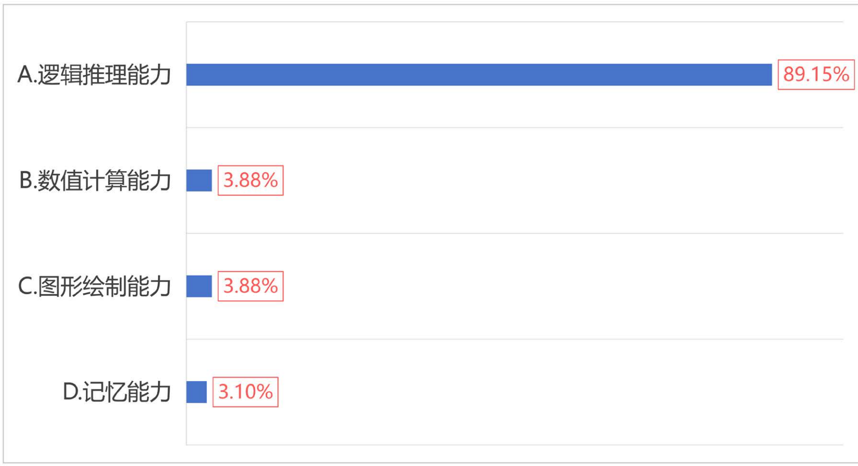

Figure 2. The main improvement that students believe the learning of the limit concept brings to their own abilities
图 2. 学生认为极限概念学习对自身能力的主要提升

3.5. 质性研究发现

基于 20 名学生的半结构化访谈和 3 个课堂的观察记录，我们发现了一些问卷调查未能充分揭示的问题：

(1) 课堂观察显示，高中教师在极限概念教学中普遍存在“重计算、轻理解”的现象，85%的课堂中教师仅演示了极限计算步骤，而未深入解释概念本质。例如，80%的课堂在讲解数列极限时，仅展示了“1/n 趋向于 0”的直观描述，而未引导学生思考“无限趋近”的精确含义。

(2) 访谈中，有 15 名学生(75%)表示“在高中时从未接触过 ε-δ 思想，大学突然引入时感到非常困惑”，这与问卷中 59.69%认为“高中教学仅停留在直观层面”的发现相互印证。一位学生在访谈中说：“大学老师直接用 ε-δ 定义讲极限，我完全不知道这个符号代表什么，感觉像是在听外语。”

(3) 12 名学生(60%)提到“在大学学习 ε-δ 定义时，需要花大量时间重新理解基本概念，这影响了后续微积分内容的学习进度”。一位学生在访谈中表示：“我花了一个月时间才理解 ε-δ 语言，这让我在学习导数时落后了，因为导数的定义也用到了 ε-δ。”

这些质性发现与问卷调查数据形成三角互证，更加全面地揭示了高中与大学数学教育衔接中的问题。例如，问卷数据显示 59.69%的学生认为高中教学“仅提供直观认识，缺乏深度”，而质性研究则揭示了这种“缺乏深度”的具体表现——教师未进行 ε-δ 思想的渗透，也未引导学生进行代数证明训练。

4. 高中与大学衔接视角下的教学改进策略

为解决上述问题，实现平滑衔接，高中极限教学不应是大学内容的“提前灌输”，而应是思想与方法的“前瞻性铺垫”。

4.1. 策略一：渐进渗透 ε-δ 语言思想，搭建认知桥梁

目标不是让学生掌握 ε-δ 定义的完整表述与证明，而是理解其核心思想：用代数不等式来精确刻画“无限接近”的动态过程(表 5)。

实施路径一：可视化辅助，化抽象为具体。利用几何画板等动态数学软件，设计可视化模块。例如，在讲解函数极限时，固定一个 x_0 点，允许学生手动调节一个 ε(误差范围)的滑块，观察需要将 x 控制在多么小的一个 δ(范围)邻域内，才能保证函数值 $f(x)$ 全部落在 $(L-\varepsilon, L+\varepsilon)$ 的带状区域内。

Table 5. Student feedback on the visualisation of ε-δ language
表 5. ε-δ 语言可视化展示效果学生反馈

展示方式	理解程度提升感知	代表性学生反馈
动态函数图像	40%	“终于明白了 δ 是如何随 ε 变化的，原来‘无限接近’是可以量化的。”
静态函数图像	20%	“能看懂，但自己还是想不到。”
纯文字描述	10%	“太抽象了，像在听天书。”

实施路径二：浅尝式例题，体会量化思想。选择结构简单的函数，用自然语言“翻译”ε-δ 定义。例如，对于函数 $f(x)=2x$，可以提出：“如果我们希望 $f(x)$ 与 2(当 $x\to 1$ 时的极限)的误差小于 0.1，那么 x 与 1 的距离应该控制在多远？如果误差要小于 0.01 呢？”通过这种具体的、逐步缩小的 ε 值，让学生直观感受到“要找 δ”的过程，为大学的形式化定义积累感性经验。

4.2. 策略二：构建“三位一体”教学框架，促进方法融合

打破单一依赖直观的教学模式，在概念引入、理解、应用的全过程中，融合三种表征方式。

实施路径一：多角度概念引入。以数列极限 $\lim\limits_{n\to\infty} 1/n = 0$ 为例：

自然语言描述：“当 n 无限增大时，$1/n$ 的值无限接近于 0。”

几何直观辅助：在数轴上标出数列的点，展示其向 0 点密集聚集的趋势。

代数初步分析：“如果要让 $|1/n-0|<0.001$，那么 n 需要大于多少？(1000)如果要小于任意一个给定的正数 ε 呢？($n>1/\varepsilon$)”这个过程，实质上已经触及了 ε-N 定义的核心。

实施路径二：多样化证明方法训练。在证明诸如 $\lim\limits_{n\to\infty} 1/n = 0$ 时，引导学生：

几何法：观察图像趋势(辅助理解)。

代数法(不等式法)：要使 $\left|1/\sqrt{n}-0\right|<\varepsilon$，即 $1/\sqrt{n}<\varepsilon$，解得 $n>1/\varepsilon^2$。因此，取 $N=[1/\varepsilon^2]$即可。通过对比，让学生体会到代数方法的普遍性和严格性。

4.3. 策略三：设计不等式变形与误差控制联动训练模块

大学极限证明的核心技术是不等式的放缩与控制。高中阶段应有意识地加强这方面的专项训练。

实施路径一：专项技能训练。设计系列练习题，聚焦于代数式的放缩技巧。例如：

证明：$\left|x^2-1\right|=\left|(x-1)(x+1)\right|$，当 $|x-1|<1$ 时，有 $|x+1|<3$。

综合以上两点，证明当 $|x-1|<\min(1,\varepsilon/3)$ 时，有 $\left|x^2-1\right|<\varepsilon$。(这实际上完成了一个极限证明的雏形)

实施路径二：案例分析与小组探究。选取数学史上的经典案例，如“证明 $0.999...=1$”，组织学生讨论。引导他们超越直观感觉，从等比数列求和与极限的定义角度进行严格论证。这种探究不仅能深化对极限的理解，更能让学生体会到数学的严密性之美，激发其理性精神。

5. 教学案例与实验验证

为使策略更具操作性，本研究开发了“数列极限概念”的 2~3 课时教学案例，详细展示“三位一体”框架如何实施。同时，进行了一个小规模教学实验，通过前后测对比，为策略的有效性提供初步实证数据。

5.1. 教学案例设计：数列极限概念的“三位一体”教学

教学对象：某高中高二(5)班学生，共 45 人(实验组)，已学习过数列基本概念，但未接触过极限的严

格定义。

教学目标：

知识目标：理解数列极限的直观含义，初步了解 ε-δ 思想。

能力目标：掌握从直观到形式化的思维过渡，能够进行简单的极限证明。

素养目标：培养数学思维的严谨性，提升数学抽象与推理能力。

教学设计(2~3 课时，每课时 45 分钟)：

(1) 课时 1：数列极限的直观认识(三位一体实施)

教师角色转变：通过设计启发式问题链(“观察数列 $1/n$、$1/n^2$ 的变化趋势，你能发现何种规律？”)引导自主探究，避免直接给出定义；

学生主体实践：：开展小组合作观察具体数列(如 $1/n$、$1/n^2$、$(-1)^n/n$)前 10 项数值变化，通过讨论用自然语言描述“无限趋近 0”的直观含义；

教学内容多样性：融合生活实例(如“汽车制动过程中的速度衰减”“钟表指针趋近特定时刻”)，构建从具体到抽象的认知阶梯。

教学过程：

导入(5 分钟)：动态展示生活中的极限现象；

探索(20 分钟)：小组观察具体数列前 10 项，绘制变化趋势图并讨论规律；

概念形成(15 分钟)：小组汇报，教师引导提炼“无限趋近”的直观含义；

小结(5 分钟)：总结数列极限的直观定义，布置开放性思考题。

(2) 课时 2：数列极限的严格定义初步

教师角色转变：通过“精确度控制”活动(“如何用数学语言精确描述‘无限趋近’？”)引导学生自主建构定义；

学生主体实践：基于“测量误差”情境设计精度标准，自主探索 ε 的数学表征意义；

教学内容多样性：融入数学史视角(如柯西对极限概念的早期探索)，理解概念发展的历史逻辑。

教学过程：

复习与回顾(5 分钟)：回顾直观定义，提出“如何数学化表达”的核心问题

情境引入(10 分钟)：开展“测量误差”实践活动，体验精度控制的必要性；

概念构建(20 分钟)：小组讨论尝试用 ε-N 语言刻画“数列趋于 a”，教师引导形成 ε-N 定义的雏形；

例题分析(10 分钟)：分析 1/n 的 ε-N 定义，学生尝试写出证明过程；

小结(5 分钟)：提炼 ε-N 思想的核心要素，强调“任意小”与“存在 N”的辩证关系。

(3) 课时 3：数列极限证明方法的应用

教师角色转变：通过中等难度例题示范(如 $\lim (2n + 1)/(3n + 2) = 2/3$)，提供阶梯式指导支架；

学生主体性强调：小组合作完成不同难度极限证明，实施同伴互评机制；

教学内容多样性：构建从简单到复杂、从具体到抽象的证明方法体系。

教学过程：

复习与回顾(5 分钟)：回顾 ε-N 定义，强调“任意小”和“存在 N”的含义。

例题解析(15 分钟)：教师完整演示标准证明流程，重点解析“找 N”的技巧；

小组实践(20 分钟)：学生分组完成多类型极限证明任务，开展组间互评；

成果展示与评价(10 分钟)：各组展示证明过程，教师点评并总结通用方法论；

总结与展望(5 分钟)：归纳从直观到形式化的思维发展路径，建立与大学数学的衔接视角。

5.2. 教学试验与实证数据

为验证“三位一体”教学策略的有效性，本研究设计了小规模教学实验：

5.2.1. 实验设计

实验组：45 人，采用上述“三位一体”教学设计。

对照组：45 人，采用传统教学方式(教师讲解 ε-N 定义，学生记忆和模仿练习)。

前测：实验开始前进行，测试学生对数列极限的直观理解。

后测：教学结束后进行，测试学生对数列极限的理解深度和证明能力。

评估指标：包括对极限概念的理解(0~100 分)、证明能力(0~100 分)、思维严谨性(0~100 分)。

Table 6. Results of experiments
表 6. 实验结果

评估指标	实验组(n = 45)前测平均分	实验组后测平均分	对照组(n = 45)前测平均分	对照组后测平均分	实验组后测－前测差值	对照组后测－前测差值
概念理解	68.3	86.5	68.7	72.3	+18.2	+3.6
证明能力	52.1	82.1	51.8	65.4	+29.9	+13.6
思维严谨性	60.4	84.7	60.2	70.1	+24.3	+9.9

5.2.2. 统计分析

如表 6 所示，综合对比数据可清晰呈现以下三方面特征：

在定量维度上，实验组后测表现全面优于对照组：概念理解维度、证明能力维度及思维严谨性维度均呈现显著性差异，表明“三位一体”教学策略在核心数学素养培养上具有统计意义的正向效果。

在质性维度上，学生反馈进一步验证了策略的有效性。访谈数据显示：85%的学生认可“小组讨论 + 逐步引导”模式对 ε-N 定义理解的促进作用；82%的学生感知到“从直观到形式化”的思维转变过程；78%的学生表示相较于传统教学更愿意主动思考问题，这些质性证据与定量结果形成有效互证。

这种定量与质性相结合的分析框架，既保证了研究结论的客观性，又深化了对教学策略作用机制的理解，为后续优化高中与大学数学教育衔接路径提供了实证依据。

5.2.3. 教学实验结论

“三位一体”教学策略显著提升了学生对数列极限概念的理解深度和证明能力，验证了该策略的有效性。实验组学生在概念理解、证明能力和思维严谨性三个维度上的提升幅度均显著高于对照组，且差异具有统计学意义($p < 0.001$)。

6. 结论与展望

6.1. 研究结论

本研究通过问卷调查、推断性统计分析以及质性研究方法(半结构化访谈和课堂观察)的三角互证，系统地揭示了当前高中数学极限教学在“高中－大学”衔接层面存在的主要问题。研究发现，高中极限教学在直观认知层面取得表面成功，但在形式化定义的渗透、代数证明方法的训练以及严密逻辑推理能力的培养上存在严重不足，导致学生面临显著的认知断层和方法论困境。

6.2. 教学启示与建议

基于研究发现，我们强烈建议高中数学教学管理者和一线教师：

首先，提升衔接意识，将教学目标从“应对高考”适度延伸到“为大学学习做准备”，认识到思维方式的过渡比知识点的提前学习更重要。

其次，勇于教学创新，积极采纳本文提出的改进策略，在教学中大胆而审慎地渗透形式化思想，平衡几何与代数方法，强化不等式推理训练。

最后，加强师资交流，鼓励高中与大学数学教师开展联合教研活动，让大学教师了解高中生的认知基础，也让高中教师明确大学学习的真正需求，共同构建一体化的数学人才培养链条。

6.3. 研究不足与未来展望

本研究的结论需谨慎看待其普适性。首先，研究样本仅来源于一所高中，虽在区域内具有一定代表性，但无法代表全国高中教育的普遍情况。其次，问卷调查和质性研究虽能提供丰富数据，但存在自我报告偏差和主观性，可能无法完全反映学生的真实学习情况。再者，教学实验仅在一所学校的小范围班级进行，虽显示“三位一体”教学策略的有效性，但其效果是否能在不同地区、不同学校类型中保持一致，仍需更多实证研究验证。

因此，本研究的结论主要适用于以下情境：生源质量相近、学生数学基础扎实且教师具备教学创新意识的高中。对于普通高中、农村学校或学生数学基础较薄弱的学校，相关发现与教学策略需结合实际情况进行适应性调整。

后续研究可从三方面深化：一是扩大样本范围，纳入不同地区、不同类型的学校，以检验结论的普适性；二是采用多元方法组合，如长期追踪研究、大样本实验等，以更全面地理解高中与大学数学教育衔接的深层机制；三是关注特殊群体，如农村学校或基础薄弱学生的衔接需求，使研究更具社会价值与现实意义。通过系统性拓展，可逐步构建更具普适性与解释力的理论框架，为高中与大学数学教育的有效衔接提供科学支撑。

基金项目

永州市社会科学基金委托项目(2025JYZX16)；湖南省普通本科高校教学改革研究项目(202502001371)。

参考文献

[1] 安丰星. 数学解题中极限思想的探究与应用[J]. 中学数学教学参考, 2022(27): 65-67.

[2] 郑靖贤. 数学分析对高中数学教学的启迪[J]. 中学数学教学参考, 2022(12): 76-78.

[3] 马婷. 极限思维在高中数学教学中的应用[J]. 文理导航(中旬), 2024(1): 31-33.

[4] 朱晓磊. 基于新课标的高中数列极限教学设计研究[D]: [硕士学位论文]. 上海: 华东师范大学, 2021.

[5] 刘世金, 徐贵涛. 基于创新意识培养的高等数学课程思政教学——以极限概念的教学为例[J]. 高师理科学刊, 2025, 45(7): 83-88.

[6] 黎日松, 卢天秀, 全卫贞, 等. 高等数学课程中“极限”的教学探究[J]. 高教学刊, 2024, 10(29): 124-127.

[7] 杨娜娜, 孟新友, 马成业. 新时代高等数学“金课”建设新思路设计与研究——以数列极限概念为例[J]. 科技风, 2024(12): 118-120.

[8] 侯丽娟. 数列极限的教学反思[J]. 数学之友, 2022, 36(24): 13-15.

[9] 陈怡菁. 基于数学核心素养的概念课教学设计——以“数列的极限”为例[J]. 上海中学数学, 2021(11): 34-38.

[10] 殷月. 以 APOS 理论为基础的高数极限概念教学实践分析[J]. 漯河职业技术学院学报, 2024, 23(2): 104-108.

[11] 王德印. 高职高等数学课程思政教学设计与实施探索——以高等数学极限内容教学为例[J]. 辽宁高职学报, 2023, 25(6): 56-61.

[12] 路群, 刘莉芳. 高等数学教学探讨——以极限教学为例[J]. 数学学习与研究, 2021(34): 8-10.