

基于数学工具性认知的《计算方法》 教学创新探索

赵宏艳

上海工程技术大学数理与统计学院，上海

收稿日期：2025年11月10日；录用日期：2025年12月16日；发布日期：2025年12月25日

摘 要

针对传统大学数学教学模式存在定义生硬、学生难以内化认知的局限，本文基于“数学工具性认知”理念，以《计算方法》课程中的拉格朗日插值算法为研究载体，探索大学数学教学创新路径。研究以“手机图片放缩”这一贴近生活的问题为贯穿式案例，通过任务分解、启发式教学引导，将抽象的插值思想与实际应用场景深度结合，逐步引导学生掌握插值构造逻辑与核心方法。教学实践表明，该设计能提升学生对数学知识的理解深度与应用能力，为大学数学教学中突出数学工具性、回归数学本质提供了可借鉴的实践方案，对推动大学数学教学改革具有积极启示意义。

关键词

数学教学，课程设计

Exploration on Teaching Innovation of “Computational Methods” Based on the Instrumental Cognition of Mathematics

Hongyan Zhao

School of Mathematics, Physics and Statistics, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai

Received: November 10, 2025; accepted: December 16, 2025; published: December 25, 2025

Abstract

Aiming at the limitations of the traditional university mathematics teaching model, such as rigid presentation of definitions and difficulties for students in internalizing knowledge, this paper explores the innovative paths of university mathematics teaching based on the concept of “instrumental

cognition of mathematics”, with the Lagrange interpolation algorithm in the course “Computational Methods” as the research carrier. Taking the life-close problem of “mobile phone image scaling” as a throughout case, the study deeply combines abstract interpolation ideas with practical application scenarios through task decomposition and heuristic teaching guidance, and gradually guides students to master the interpolation construction logic and core methods. Teaching practice shows that this design can improve students’ depth of understanding of mathematical knowledge and application ability, provide a practical scheme for highlighting the instrumentality of mathematics and returning to the essence of mathematics in university mathematics teaching, and has positive enlightenment significance for promoting the reform of university mathematics teaching.

Keywords

Mathematics Teaching, Curriculum Design

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

袁亚湘院士曾言：“数学最富有吸引力、最迷人、最具有威力，也最本质的，便是她的思想。[1]”数学思想的认同，从来不是简单的被动服从，而是一场复杂的主动思维转化——唯有让接受者将其内化为自身认知体系的一部分，才能建立起稳固且深刻的理解关系。然而在大学数学教学中，那些承载着“高、精、尖”特质的数学思想，往往伴随着精巧却抽象的公式、美妙却难辨的结论，更交织着复杂的推导过程与高难度的证明逻辑。这些层层叠加的“门槛”，让许多学生对大学数学产生了陌生感与畏惧心理，最终在学习面前望而却步。

在大学数学教学的长期实践中，传统的教学设计思路遵循着“介绍引例 - 给出定义 - 推导性质 - 案例练习”的固定模式。这种模式具有其独特的优势，在形式上极为规范严谨，教师能够有条不紊地展开教学内容，确保知识传授的系统性与逻辑性。在有限的课堂时间内，它能够承载较大的教学密度，向学生传递丰富的信息，全面覆盖众多知识点，使学生在较短时间内接触到大量的数学知识，构建起较为完整的知识框架。

然而，这种教学设计并非完美无缺，其缺点也较为明显。在教学过程中，部分定义往往是直接生硬地给出，缺乏足够的引导与铺垫，这使得学生在接受时显得突兀，难以在脑海中迅速构建起与已有知识体系的联系，理解起来存在较大困难。例如，在讲解某些抽象的数学概念时，直接抛出定义，学生可能只是机械地记忆了定义的内容，却无法真正理解其背后的数学思想和实际意义，这种“知其然而不知其所以然”的状态，严重影响了学生将新知识转化为内在认识的过程，进而对后续的学习产生阻碍，导致学生在运用这些概念解决问题时，常常感到无从下手。

为了更好地帮助学生学习，涌现了一批教育理念和教学方法的研究。PBL 教学法核心在于构建“教师指导下、以学生为主体、以探究为驱动”的学习模式，强调激发学生的学习主动性与创新创造性，为当前教育教学改革实践提供了积极支持[2][3]。OBE 作为一种以“学生为中心、成果为导向、持续改进”为核心的教学理念，通过明确以学生能力培养为导向的教学目标，组建以基础理论教师与实践应用教师为主体的阶梯式实践教学团队，实施多元化的实践教学模式，使得教学更加聚焦于学生解决实际问题的能力提升[4][5]。BOPPPS 教学模型强调学生要全面参与课堂教学，以及教师在课后及时获得学生的反馈，

对后期教学积极内容进行调整,学习者可参与、教学者可及时得到教学反馈,从而解决教学过程中所碰到的难点问题[6][7]。

笛卡尔曾深刻指出:“数学是知识的工具。”数学的工具性认知内涵丰富,它意味着数学不仅仅是一门抽象的理论学科,更是一种能够帮助人们解决实际问题、理解世界本质的有力工具。数学不应仅仅被视为高高在上、难以触及的“高岭之花”,而应像日常生活中触手可及的尺规一样,具有实际的应用价值和可操作性。在课程设计中,我们应当努力摒弃那些繁杂冗余的形式,直击数学的核心,突出其工具性和实用性,让学生看到数学在实际生活中的广泛应用,感受到数学与现实世界的紧密联系,从而回归数学的本质。这种教学理念的转变,能够让学生更加深入地理解数学的价值,提高他们学习数学的积极性和主动性,使数学学习不再是枯燥乏味的公式推导和定理背诵,而是充满乐趣和挑战的实践探索。

《计算方法》作为一门重要的应用型数学课程,旨在培养学生运用数学方法解决实际计算问题的能力。其中,拉格朗日插值算法是该课程的核心内容之一[8],以其为例进行教学设计研究具有重要意义。通过对拉格朗日插值算法的深入剖析和精心设计教学环节,能够帮助学生更好地理解数学思想,掌握这一重要的数学工具。在教学过程中,将实际问题贯穿始终,引导学生逐步探索从简单的数学模型到复杂的拉格朗日插值多项式的构建过程,让学生在实践中体会数学的应用价值,熟悉插值构造,从而实现教学目标。这不仅有助于提高学生的数学素养和计算能力,还能培养他们的创新思维和解决实际问题的能力,为今后在相关领域的学习和工作打下坚实的基础。

2. 以图片放缩引入插值法的教学设计

2.1. 问题提出:手机图片放缩原理探究

在当今数字化时代,手机已成为人们日常生活中不可或缺的工具,而使用手机拍照并对图片进行各种操作更是频繁。图片放缩作为手机图片处理的基本功能之一,其应用场景极为广泛。当我们拍摄风景照片时,可能希望放大局部细节以突出美景;在浏览相册时,也常常需要缩小图片以便快速查看更多内容。这种在生活中高频出现的操作,对学生来说既熟悉又充满好奇,很容易激发他们探索其背后原理的兴趣。从学生的认知角度来看,手机是他们日常频繁接触的物品,对手机图片放缩有直观的体验,因此以这个问题作为教学的切入点,能够让学生迅速产生共鸣,使他们意识到数学知识与日常生活的紧密联系,从而积极主动地参与到后续的学习中,为深入探究插值法奠定良好的情感基础和认知基础。

2.2. 传统引例与后续教学脱节问题分析

在传统的教学设计中,虽然也会引入像手机图片放缩这样贴近生活的引例,但往往只是简单地在课程开头提及,以吸引学生的注意力,引发他们对课程内容的初步兴趣。一旦进入正式的知识讲解阶段,就会迅速脱离这个引例,陷入纯粹的数学理论推导和抽象概念讲解中。这种脱节现象使得引例仅仅成为了一个孤立的开场环节,无法真正发挥其应有的作用。从学生的学习过程来看,引例与后续教学的脱节会导致学生在理解知识时出现断层。他们在引例中所产生的兴趣和疑问无法在后续学习中得到进一步的解答和深化,难以将实际问题与抽象的数学知识建立起有效的联系。这不仅影响了学生对知识的深入理解,还阻碍了他们将所学数学知识应用到实际问题解决中的能力培养,使得学生在面对实际问题时,常常感到无从下手,无法灵活运用所学的数学工具。

2.3. 贯穿式案例教学的设计思路

为了克服传统教学设计的弊端,本文提出将图片放缩案例贯穿整个教学过程的设计思路。在教学开始时,通过展示手机图片放缩的实际操作场景,提出如何实现图片放缩的问题,激发学生的好奇心和探

索欲。然后,将这个大问题分解为一系列具有递进关系的小任务,例如先引导学生思考如何通过简单的数学模型实现直线插值来初步调整图片大小,再逐步深入到拉格朗日插值多项式的构建。在教学过程中,采用启发式教学方法,不断提问引导学生自主思考,让他们在解决问题的过程中主动探索和发现数学知识。同时,充分利用图片或视频演示,直观地展示不同插值方法对图片放缩效果的影响,帮助学生更好地理解抽象的数学概念和算法。通过这样的设计,让学生在逐步完成低阶、高阶目标的过程中,不仅掌握插值思想和熟悉插值构造,还能深刻体会到数学作为解决实际问题工具的强大作用,从而实现教学目标,提高学生的数学素养和应用能力。

3. 分解任务与启发式教学的实施

3.1. 任务分解步骤与目标设定

在《计算方法》课程中,将图片放缩这一复杂任务进行逐步分解,是引导学生深入理解拉格朗日插值算法的关键步骤。首先,从最基础的直线插值开始,设定低阶目标为让学生初步理解通过简单函数实现图像局部初步调整的原理。在这一阶段,学生需要掌握直线函数的基本形式及其在描述图像像素变化中的应用,例如理解如何通过直线函数来调整相邻像素点之间的关系,从而实现图像在简单层面上的放大或缩小。这为后续更复杂的插值算法学习奠定了直观的认知基础。

随着学习的深入,引入拉格朗日插值多项式,此时的目标设定为让学生能够构建简单的拉格朗日插值模型,实现对图像更精确的局部调整。学生需要掌握拉格朗日插值多项式的构造方法,理解其如何通过已知的离散数据点来拟合出一个连续的函数,从而对图像中的像素进行更合理的估计和调整。

接着,进入二次双向插值阶段,目标是使学生能够运用二次双向插值算法对图像进行二维方向上的初步优化调整,掌握该算法在处理图像二维信息时的基本原理和操作步骤。

最后,挑战三次双向插值这一高阶任务,目标是让学生熟练运用三次双向插值算法,实现对图像的高质量放缩,全面理解并掌握该算法在提升图像放缩质量、减少图像失真方面的优势和具体实现方式。通过这样由浅入深、层层递进的任务分解和目标设定,学生能够逐步攻克插值算法的难点,系统地掌握知识和技能。

3.2. 启发式教学引导学生思维

在每个任务环节,启发式教学发挥着至关重要的作用,通过巧妙设计引导性问题,激发学生的思考,培养他们的自主探索能力。在直线插值环节,提出问题:“如何用简单函数近似描述图片像素变化?”这一问题引导学生从熟悉的函数概念出发,思考如何将数学函数与图像像素的实际变化联系起来。学生在思考过程中,会尝试运用已有的直线函数知识,去分析图像中像素点的位置和灰度值的变化规律,从而初步建立起数学模型与实际问题之间的桥梁。

当引入拉格朗日插值多项式时,提问:“如何通过已知的像素点构建更精确的插值函数?”这个问题促使学生深入思考拉格朗日插值多项式的构造原理和优势。他们会主动探索如何利用已知的离散像素点信息,通过特定的数学方法构建出一个能够更准确描述图像像素变化的函数,在这个过程中,学生不仅掌握了拉格朗日插值多项式的具体形式,更理解了其背后的数学思想和实际应用价值。

在二次双向插值和三次双向插值环节,分别提出“如何在二维方向上优化图像的插值效果?”和“怎样利用三次函数提升图像放缩的质量?”等问题。这些问题引导学生从二维空间和高阶函数的角度,进一步深化对插值算法的理解和应用。学生需要综合考虑图像在水平和垂直方向上的像素变化,以及三次函数的特性,去探索如何优化插值算法,以实现更高质量的图像放缩效果。通过这些引导性问题,学生在不断思考和探索中,逐渐掌握插值算法的核心知识,培养了独立思考和解决问题的能力。

在传统教学模式下, 数学往往被学生视为一门抽象、枯燥的学科, 学习兴趣不高。而通过将实际问题引入教学, 并贯穿始终, 让学生看到数学在解决实际问题中的强大作用, 让学生对数学学习产生兴趣。

4. 讨论

该教学模式适用于概念抽象、具工具性属性的大学数学课程, 需满足教学内容可关联生活或专业场景、教师具备场景挖掘与任务拆解能力、学生适配启发式学习且支持简单实践操作的条件。其潜在挑战集中在场景选取易失衡、大班教学难以兼顾个体启发、部分抽象概念与场景融合度低、学生实践能力差异可能扩大认知差距。该模式推广至线性代数、概率论等课程可行性较高, 这类课程同样具备工具性特质, 可通过生活化场景落地: 线性代数可围绕“校园导航路径规划”拆解向量运算、矩阵变换任务, 概率论以“校园快递丢失率估算”关联概率定义、期望计算。推广时可强化教师场景设计培训, 编制“概念-场景”对应手册, 采用“基础场景+进阶拓展”分层引导, 平衡具象化教学与数学严谨性。

5. 结论

在《计算方法》课程的教学实践中, 基于数学工具性认知的教学设计取得了显著成效。通过将手机图片放缩这一实际问题贯穿整个教学过程, 成功地将抽象的数学知识与生活实际紧密相连, 使学生能够真切地感受到数学的实用性。这种贯穿式案例教学方法, 不仅为学生理解复杂的插值算法提供了清晰的脉络, 还极大地激发了学生的学习兴趣 and 主动性。在教学过程中, 学生始终保持着较高的参与度, 积极思考教师提出的问题, 主动探索解决问题的方法。

基金项目

本文受上海工程技术大学课程思政建设项目“《计算方法》课程思政建设”(编号: c202521001)的资助。

参考文献

- [1] 袁亚湘. 大学数学重在介绍思想[J]. 高等数学研究, 2002, 5(3): 4-5.
- [2] 邓样琴. PBL 教学法在“线性代数”教学中的应用——以“矩阵的运算”为例[J]. 科技风, 2025(28): 16-18.
- [3] 安宏伟, 彭丽, 张国强, 郑莉芳. PBL 教学方法在大学数学教学中的应用研究[J]. 中国多媒体与网络教学学报(上旬刊), 2025(9): 182-185.
- [4] 尹秀玲, 赵春宇, 李秋萍, 孔淑霞. OBE 理念下的数值分析课程实践教学改革[J]. 高师理科学刊, 2025, 45(10): 57-63.
- [5] 张德燕, 宋与林, 吴天佳, 卓泽朋. 基于 OBE 理念的微分几何课程的教学设计和实践[J]. 陇东学院学报, 2025, 36(5): 128-131.
- [6] 吕家鑫, 何欢营, 赵世芳. 基于 BOPPPS 模型的数值分析课堂教学设计——以拉格朗日插值法为例[J]. 山西青年, 2024(15): 163-165.
- [7] 吴小涛, 郭欣, 江芹. 基于 BOPPPS 的《数值分析》课程思政教学研究与实践[J]. 黄冈师范学院学报, 2025, 45(5): 82-88.
- [8] 陈奎, 张天云. 数值分析课程中拉格朗日插值法的理论教学设计[J]. 中国教育技术装备, 2024(22): 50-52, 56.