

基于深度学习探讨线性代数教学案例设计及应用

朱 芳

安徽新华学院通识教育部，安徽 合肥

收稿日期：2025年11月17日；录用日期：2026年1月8日；发布日期：2026年1月20日

摘要

人工智能快速发展的大背景下，迫使作为深度学习理论基础之一的大学线性代数课程教学进行深入的思考。本文基于现有的教学模式进行总结和思考，探讨深度学习与线性代数课程知识点的衔接处，设计理论与实际紧密联系的教学案例，启发学生对知识的探索欲望，感受数学理论知识在当下人工智能发展过程中起到的不可替代的作用。本文主要以矩阵线性运算的教学案例设计为例，通过具体黑白图像和房屋价格预测，形象直观地展示了矩阵运算(特别是矩阵的乘法)在图像和神经网络中的应用，让学生切身感受线性代数的实际应用价值。

关键词

深度学习，线性代数，矩阵线性运算，卷积神经网络

Exploring the Design and Application of Linear Algebra Teaching Cases Based on Deep Learning

Fang Zhu

Department of General Education, Anhui Xinhua University, Hefei Anhui

Received: November 17, 2025; accepted: January 8, 2026; published: January 20, 2026

Abstract

Amid the rapid development of artificial intelligence, university linear algebra teaching, which serves as a fundamental theoretical component of deep learning, requires thorough re-examination.

This paper summarizes and reflects on existing teaching models, explores the connections between deep learning and linear algebra knowledge points, and designs teaching cases that closely integrate theory with practice. These cases aim to stimulate students' curiosity and help them recognize the indispensable role of mathematical theory in advancing artificial intelligence. Using the instructional design of matrix linear operations as an example, this paper vividly illustrates how matrix operations, particularly matrix multiplication, are applied in image processing and neural networks through concrete examples including grayscale images and house price prediction. This approach enables students to directly appreciate the practical value of linear algebra.

Keywords

Deep Learning, Linear Algebra, Matrix Linear Operations, Convolutional Neural Networks (CNN)

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

人工智能(Artificial Intelligence, 简称 AI)是一门研究、开发用于模拟、延伸和扩展人类智能的理论、方法、技术及应用系统的新兴科学技术。21 世纪以来，随着计算机技术的飞速发展和机器学习的出现，人工智能迎来了爆发式的增长，广泛应用于各个行业(医疗、交通、金融、教育、工业等) [1]。深度学习是人工智能的核心基础，在图像识别、无人驾驶、自然语言处理等领域取得了巨大成功。特别地，人工智能对教育教学起到翻天覆地的变化，网络资源的丰富性、细腻性、便利性已打破固有的传统认知，让我们看到科学技术的强大魅力[2]。

线性代数课程是很多专业课程的基础性学科，支撑学术专业的进一步发展。它是处理和解决现实问题中必不可少的工具之一，在工程技术，人工智能及大数据处理领域中占据极其重要的地位。它不仅能锻炼学生的逻辑推理、抽象思维、空间想象和直观感知的能力，更能培养学生的数学素养，为后期专业课程和考研打下坚实的基础，同时在培养和提高应用型人才优良的科学素养、人文精神和创新能力方面起到至关重要的作用[3]-[5]。随着近几年人工智能和机器学习的火爆，促使各行各业都在探究深度学习的潜力，其实人工智能的火速传播已让我们感受到科技的强大力量，这也促使我们重新思考大学数学课程的教学，为社会和国家的进一步发展打好基础。因为，在人工智能领域数学是其基础理论架构的核心，特别是线性代数课程是人工智能的基本工具之一[6]-[8]，更是深度学习的骨架，这也就促使作为高校教师的我们更加迫切的想要顺应时代的发展，让线性代数课程教学与实际接轨，与社会前沿相触碰，以发展的视角去改进线性代数课程的教学[9]-[12]。从目前现有的教学状况来看，线性代数的教学一直致力于服务应用型人才的培养，但也存在一些问题：

- 1) 教学内容上理论与应用失衡。首先，教学内容往往侧重于理论知识的讲解和推导，对数学知识的实际应用场景和案例分析不足。例如，在枯燥的线性代数课程中，大量时间用于讲解定理的证明、公式的推导，而对于如何将这些知识应用到工程、经济、计算机等领域的实例讲解较少，导致学生难以理解相关公式的实际应用价值，学习积极性不高。其次，内容衔接不顺畅，高中数学与线性代数在内容衔接上存在一定偏差问题，线性代数课程的开篇内容与以往学的线性方程组有一定重复，但在难度和深度上的提升又较为突然，使学生在过渡阶段感到不适应。最后，内容更新滞后，随着科技的迅猛发展，线性代数课程也在不断更新进步，新的理论、方法和应用途径不断涌现。一些前沿的数学研究成果和应用案

例未能及时纳入课堂教学，使学生所学知识与实际需求存在一定差距。

2) 教学手段和教学方式。首先，教学模式多样性不足，现在的大学线性代数教学模式已摒弃传统的被动接受式，将多元化的教学模式引入课堂教学中，但由于课程理论性较强，很多教学模式的改革都是纸上谈兵，没有取得实质性的改观。其次，教学手段有限，虽然现代信息技术在教学中得到了一定应用，但部分教师对教学手段的创新不足，仍然依赖于传统的板书和 PPT 讲解。数学软件、在线教学平台等工具的使用不够充分，无法满足学生多样化的学习需求，也不利于培养学生的实践能力和创新思维。最后，缺乏个性化教学，由于线性代数课程涉及的专业较多，覆盖的范围较广，教学过程中大多采用统一的教学模式，往往忽略了学生的专业特性和自身发展需求，导致知识的传授效果一般。

基于当下的教育和科技发展环境，基于深度学习的线性代数案例教学应抓住几个关键点：必须确保核心数学概念准确，不能为了有趣而简化过程；案例可视化，从主观视觉上引发学生的探索欲；鼓励学生运用编程工具(python, Matlab 等)，将枯燥的线性代数运算建立与实际生活之间的关系。下面我们以线性代数中矩阵线性运算的思想进行详细的阐述。

2. 基于深度学习的矩阵线性运算

在深度学习的基础理论框架中，大多都是建立在神经网络的传输和运算基础上，其中矩阵运算是贯穿整个网络的核心算法，因此，我们以简单直观的方式展示深度学习中所涉及的矩阵运算知识，并设计相应的教学案例，丰富传统的教学过程。

1) 知识点的讲解

矩阵的线性运算是线性代数课程的核心知识点之一，讲解矩阵加减、数乘以及乘法运算的基本规则，并给出具体的数值计算例题。先让学生对矩阵线性运算有个整体的了解，达到知识点的基本掌握，再逐步拓宽进行深入的探究，帮助学生更加形象地掌握知识点内在特征。

2) 矩阵运算的直观展示

为了更加直观地展示矩阵运算的本质以及与实际的联系，从计算机直观视觉的角度进行展示。假设现在有一张黑白的熊大照片，当我们把图片输给计算机，它所感知到的其实是一个矩阵，如图 1 所示：

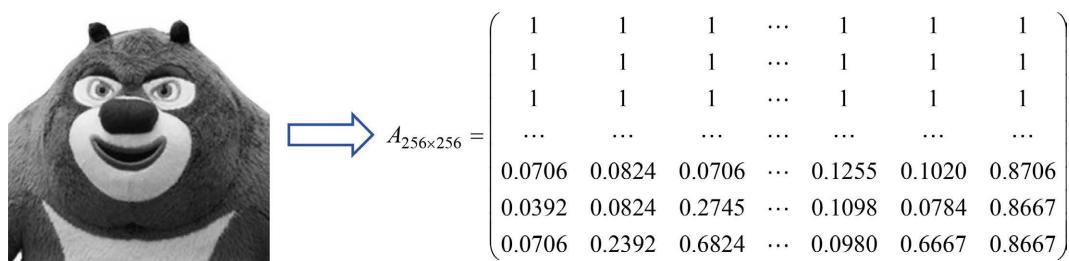


Figure 1. The relationship between black-and-white images and matrices

图 1. 黑白图像与矩阵之间的关系

从图 1 中可以看出我们平时所看到的图像其实在计算机视角就是一个高维数矩阵，0 表示黑色，1 表示白色，下面再看矩阵的减法。

从图 2 可以看出，矩阵减法的本质是相同位置元素相减，展示出来的图片是与原图像互补的另一种形式熊大图片。通过上面两个图的展示可以看出，矩阵并不是数值的简单运算，其中反应着更多的图像信息，让学生从直观视觉中感受矩阵的实际应用价值。

3) 矩阵乘法与神经网络之间的关系

$$\begin{aligned}
 B - A &= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 & 1 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0.0706 & 0.0824 & 0.0706 & \cdots & 0.1255 & 0.1020 & 0.8706 \\ 0.0392 & 0.0824 & 0.2745 & \cdots & 0.1098 & 0.0784 & 0.8667 \\ 0.0706 & 0.2392 & 0.6824 & \cdots & 0.0980 & 0.6667 & 0.8667 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0.9294 & 0.9176 & 0.9294 & \cdots & 0.8745 & 0.8980 & 0.1294 \\ 0.9608 & 0.9176 & 0.7255 & \cdots & 0.8902 & 0.9216 & 0.1333 \\ 0.9294 & 0.7608 & 0.3176 & \cdots & 0.9020 & 0.9333 & 0.1333 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Image of a cartoon character}
 \end{aligned}$$

Figure 2. Matrix subtraction and the conversion to images**图 2.** 矩阵减法与图像之间的转化

为了更加直观地展示矩阵运算与神经网络之间的关系，假设有一副及其简单的 2×2 图像只有 4 个像素点依次为： x_1, x_2, x_3, x_4 ，让它们作为神经网络的输入层。

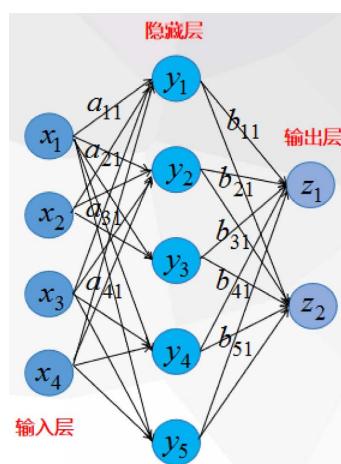
**Figure 3.** The transmission process of a simple neural network**图 3.** 简单神经网络的传输过程

图 3 展示的是一个简单神经网络的传输过程，输入层是 4 个元素，隐藏层 5 个元素，输出层 2 个结果。为了更加清晰地展示神经网络传输过程中的矩阵运算原理，选择这种单向传播的网络结构，下面是具体的网络传输过程。

$$(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) = (x_1, x_2, x_3, x_4) \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} + a_{1 \times 5}, \quad (1)$$

$$(z_1, z_2) = (y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \\ b_{41} & b_{42} \\ b_{51} & b_{52} \end{pmatrix} + b_{1\times 2}. \quad (2)$$

结合公式说明可以看出，隐藏层的 5 个元素都是通过矩阵乘法和加法运算来实现的，与元素 (x_1, x_2, x_3, x_4) 相乘的 4×5 矩阵在卷积神经网络中称为权重，正是需要不断学习和改进的参数矩阵，促使整个网络逐步达到稳定状态。输出层 (z_1, z_2) 这两个元素在实际操作过程中可以根据需要适当调整，隐藏层的个数以及每个隐藏层中所包含的元素都是可以设置的。通过公式(1)和(2)可以告知学生矩阵线性运算就是当下流行的神经网络的基本理论支撑。公式(1)和(2)中的 $a_{1\times 5}, b_{1\times 2}$ 称为偏置项，是为了防止网络传输过于线性化而设定的，也是可学习的参数。

4) 具体实例

为了进一步说明矩阵运算在神经网络中的实际应用价值，给出一个简单的实例进行说明。现有一个案例需要预测房屋的价格，即一个简化的回归问题，给出了 3 个信息：房屋面积 x_1 (平方米)、卧室数量 x_2 、房龄 x_3 (年)，我们设计一个简单的神经网络来进行房价的预测。如图 4 所示，网络输入层有三个元素，两个隐藏层依次进行信息传输最终传给输出层。

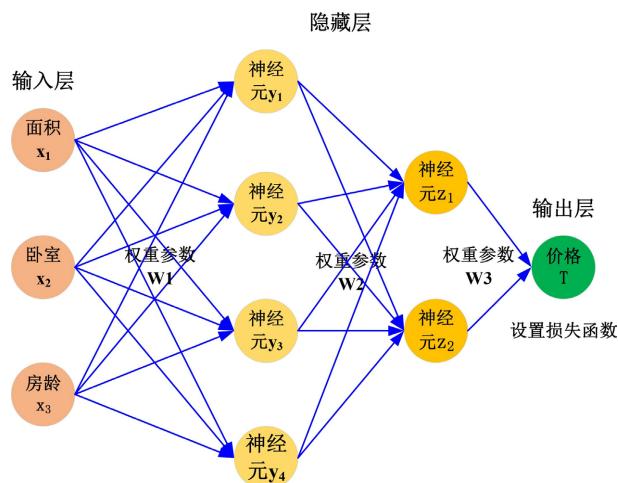


Figure 4. A simplified training process for house prices

图 4. 房屋价格的简化版训练过程

图 4 展示的是一个“已经训练好”的前向传播网络模型如何使用矩阵运算进行实际问题预测，其中模型参数(权重 W)本身是通过微积分中的优化算法得到的，这部分内容将在后续课程中学习。

$$(y_1, y_2, y_3, y_4) = (x_1, x_2, x_3) \cdot W1_{3\times 4} + a_{1\times 3}, \quad (3)$$

$$(z_1, z_2) = (y_1, y_2, y_3, y_4) \cdot W2_{4\times 2} + b_{1\times 2}, \quad T = (z_1, z_2) \cdot W3_{2\times 1} + c_{1\times 1}. \quad (4)$$

图 4 和公式(3)~(4)展示的简单神经网络的学习过程，通过收集一段时间内不同户型的房屋价格情况，收集的数据尽可能多。比如，面积 99 m^2 ，3 个卧室，10 年房龄的成交价格是 120 万。我们将收集到的数据集依次输入图 4 的网络中，根据输出价格和实际价格设置相应的损失函数，经过多次循环学习和损失函数的约束，使得网络达到稳定状态，进而保存网络的参数，供后期的测试使用。假如本案例收集了本

地区近期 10,000 个房屋价格信息，经过 1000 次循环学习后损失函数基本趋于稳定并保持在相对较低的水平时，记录此时的参数：

$$W1_{3 \times 4} = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 & 0.3 & 0.1 \\ 3.2 & 4.1 & 3.7 & 2.4 \\ 2.5 & 3.0 & 2.4 & 2.2 \end{pmatrix}, \quad a_{1 \times 4} = (-0.1 \quad 0.7 \quad -0.1 \quad -0.2), \quad (5)$$

$$W2_{4 \times 2} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 \\ 0.3 & 0.2 \\ 0.4 & 0.3 \\ 0.6 & 0.5 \end{pmatrix}, \quad b_{1 \times 2} = (0.4 \quad -0.2), \quad W3_{2 \times 1} = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 1.1 \end{pmatrix}, \quad c_{1 \times 1} = 0.1,$$

在参数保存的基础上，便可以进行预测。假设面积 120 平米，卧室数量 3 间，房龄 5 年，则可以快速预测出合理的价格：

$$(y_1, y_2, y_3, y_4) = (120, 3, 5) \cdot W1_{3 \times 4} + a_{1 \times 4} = (46, 76, 62, 30), \quad (6)$$

$$(z_1, z_2) = (46, 76, 62, 30) \cdot W2_{4 \times 2} + b_{1 \times 2} = (89, 67), \quad T = (89, 67) \cdot W3_{2 \times 1} + c_{1 \times 1} = 145 \text{ 万}. \quad (7)$$

此处的参数选取主要是为了清晰展示神经网络的传输及测试过程，在实际操作时，需要借助 GPU 的超强算力，在防止梯度爆炸等各种现实因素的限制下学习出最优的参数。通过实例的简单展示，让学生对深度学习有初步的了解和认识，并结合可视化结果的展示吸引学生的注意力，激发学习的兴趣。

在实际应用中，输入元素远不止 3 个，隐藏层的结构会更加复杂，涉及到的矩阵维度也会很高，这就会出现大量高维度的矩阵运算，需要强有力的计算机硬件支撑，帮助计算并进行存储，因此，深度学习的实现离不开计算机内部的矩阵运算。

3. 知识的应用拓展

授课过程中尽可能做到直观易懂，从当下流行的热点出发，逐步促进学生对线性代数的求知探索欲望。下面将知识点进行拓展，从深度学习中的经典分类问题进行阐述。



Figure 5. Computer simulating the human brain to learn
图 5. 计算机模拟人脑学习

图 5 展示的是深度学习中经典的分类问题——猫和狗，首先收集大量的图片(这里展示部分图片)，图

像中要么是猫要么是狗，依次输送给计算机，让计算机模拟人脑进行大量的循环学习和调优。这么做的目的是让计算机拥有人脑一样的记忆，后期任意输入一张猫或狗的照片，计算机会快速准确地做出判断。

对于彩色图像来说，计算机读取的是 RGB 三个通道，也就是三张大小相同的矩阵叠在一起，将像素值当成是元素点依次输入网络，经过隐藏层的多次传输学习得出最终的输出判定，这其中涉及各种激活函数(relu, sigmoid 等)促使整个网络趋于稳定。近些年涌现出一些经典的卷积神经网络结构(VGG, Inception, ResNet, DenseNet, MobileNet 等)，这些网络都可以实现高精确度的猫和狗的分类问题。

4. 结论和展望

随着人工智能的火速发展，作为教育工作者的我们更应紧跟时代步伐，快速学习各种智能工具(deepseek、kimi、豆包等)，让这些新型的 AI 工具实现教学和科研的辅助作用，并教会学生如何合理应用工具帮助他们进一步地学习和探索科学知识。线性代数课程是人工智能的核心理论工具，在当下的科学技术发展中起着至关重要的作用，因此，更应摒弃传统的机械教学模式，不能课堂上只是简单的知识传授 + 计算练习，应从实际应用出发，多角度多方面展示知识点的特征及应用。本文基于神经网络传输展示的矩阵线性运算只是冰山一角，更多的应用可以采用跨学科、跨领域等方式来帮助多样化的教学。实证分析表明，基于深度学习设计线性代数教学案例不仅提高教学质量，更促进师生的共同成长，为国家培养科技人才打下基础。

当下我们必须接受时代的快速发展和更新迭代，应时刻具备学习和探索的能力，将人工智能的核心理念带入大学线性代数课堂，设计更多更新颖的教学案例，促进学科之间的跨界交流。

基金项目

安徽新华学院教育教学研究与实践重点项目：人工智能时代基于应用型人才培养视角下公共数学课程的教学探究，编号：2024jy011；基于 OBE 理念的物流管理体系构建与教学改革研究，编号：2024jy016。安徽新华学院质量工程(线上线下混合式一流课程)项目：概率论与数理统计 A，编号：2024hhkcx01。安徽省质量工程重点教研项目：新工科背景下基于 STEM 理念的公共数学课程混合式教学的探究，编号：2022jyxm658。安徽新华学院 2025 校级科研重点项目：基于感知信任与风险的用户评价三维度对购买意愿的链式传导机制实证研究，编号：2025rwzdi17。

参考文献

- [1] 郝江. 人工智能在计算机网络技术中的应用探究[J]. 品牌与标准化, 2024(6): 215-217.
- [2] 杨宁霞, 唐爱民. 人工智能赋能高等教育治理: 国际经验与中国选择[J]. 电化教育研究, 2024(11): 38-44.
- [3] 陈立军, 潘正军, 陈孝如. 基于人工智能的高校学生表现预测模型[J]. 计算机系统应用, 2023, 32(6): 212-220.
- [4] 李微, 邱晓丽, 刘宝静. 智能时代人机协同学习模式创新研究[J]. 传媒与艺术研究, 2024(2): 162-170.
- [5] 黄全振, 窦永江, 卢金燕, 张洋, 刘京城. 新质生产力背景下人工智能专业人才培养体系探究[J]. 高等学刊, 2024, 10(32): 5-8.
- [6] 夏梦萱, 吴春阳, 林爱琴. 人工智能赋能高校思政教育研究综述及展望——CiteSpace 知识图谱数据分析[J]. 漯河职业技术学院, 2023, 22(3): 97-101.
- [7] 付琦, 闫宝英. 新工科背景下高等数学“层次 + 模块”教学改革探究——以山东农业工程学院为例[J]. 山东农业工程学院学报, 2020, 37(11): 189-192.
- [8] 贺超波. 基于学分体质的高校教学数据仓库与决策支持系统设计关键技术研究[J]. 华南师范大学, 2007(6): 79.
- [9] 吕伏, 关美玲, 吴珊珊. 普通高等学校数学类公共基础课智慧教学实践——以高等数学课程为例[J]. 科技风,

- 2024(17): 116.
- [10] 杨波, 梁晟. 浅谈地方高校的人工智能人才培养[J]. 贵阳学院学报, 2022, 17(1): 99-103.
 - [11] 武伟伟, 康淑菊. 基于人工智能的高等数学混合式教学探究[J]. 教育信息化论坛, 2021(6): 43-44.
 - [12] 张了了, 王家豪. 新机遇与新挑战: 生成式人工智能赋能高校财务[J]. 大众投资指南, 2024(18): 126-128.