

人教版初中数学七年级上册新旧教材数学史比较研究

冯海琪, 杨立英

南宁师范大学数学与统计学院, 广西 南宁

收稿日期: 2025年11月25日; 录用日期: 2026年1月8日; 发布日期: 2026年1月20日

摘 要

数学史作为数学学科的重要组成部分, 其蕴含着丰富的知识、人文精神、思想与方法, 不仅能帮助学生追溯数学知识的源头, 理解知识产生的逻辑, 更能让学生在感受数学家探索精神的过程中, 培养严谨的思维品质与文化认同感。本文选取初中数学七年级上册人教版(2012)和人教版(2024)两个版本进行比较研究, 通过对新旧教材两个版本中数学史的数量、呈现位置、知识领域主题和内容题材进行深入的分析, 发现新教材相较于旧教材呈现出显著变化: 数学史数量显著提升、拓展维度拓宽、知识领域主题分布合理和题材占比失衡等结论并提出教学建议。

关键词

初中数学, 数学史, 教材对比

A Comparative Study of the History of Mathematics in the New and Old Editions of the People's Education Press Junior High School Mathematics Textbook, Grade 7, Volume 1

Haiqi Feng, Liying Yang

School of Mathematics and Statistics, Nanning Normal University, Nanning Guangxi

Received: November 25, 2025; accepted: January 8, 2026; published: January 20, 2026

Abstract

The history of mathematics, as an integral component of the discipline, encompasses a wealth of knowledge, humanistic spirit, ideas, and methodologies. It not only enables students to trace the origins of mathematical knowledge and comprehend the logic behind its development, but also cultivates rigorous thinking and a sense of cultural identity as they engage with the spirit of mathematical exploration. This study compares the People's Education Press editions of Year 7 Mathematics textbooks (2012 and 2024 editions) for junior secondary education. Through in-depth analysis of the quantity, placement, thematic focus, and subject matter of historical mathematics content across both editions, significant changes emerge in the new textbook compared to its predecessor: The quantity of historical content has markedly increased, the scope of expansion has broadened, the distribution of thematic topics within knowledge domains is more balanced, while the proportion of content themes remains imbalanced. Teaching recommendations are proposed based on these findings.

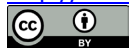
Keywords

Secondary School Mathematics, History of Mathematics, Textbook Comparison

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

数学史与数学教育研究(History and Pedagogy of Mathematics, 简称 HPM)是数学教育研究的重要领域之一, 历经四个历史阶段, 逐渐从“为历史而历史”走向“为教育而历史”[1]。李明振和庞坤提出初中数学教材数学史内容选取的五个原则[2]。郑毓信聚焦数学文化的理论与教育实践, 指导教师认识数学文化价值、落实教学[3]。数学史作为连接数学学科与人文素养的纽带, 其在初中教材中的合理融入, 既是对数学知识“来龙去脉”的补充, 也是对数学文化价值的传递。2022 年颁布的《义务教育数学课程标准(2022 年版)》(以下简称《课标》)明确提出将“关注数学文化, 继承和弘扬中华优秀传统文化”作为课程内容选择的要求之一, 强调教材编写需要打破固有模式, 展现数学发展史中伟大数学家及其成果的文明价值, 以发挥数学史的育人功能[4]。而在实际教学中, 存在教师对数学史使用不足的现象, 主要原因在于缺乏“直接能用的数学史”[5], 数学史作为数学文化的重要组成部分, 其在教材中的融入水平直接关系到《课标》文化育人目标的落地。因此, 本文以初中数学人教版(2012)(以下简称“旧教材”)和人教版(2024)(以下简称“新教材”)七年级上册为研究对象, 对教材中数学史出现的数量、呈现位置、知识领域主题及数学史题材进行分析比较, 得出研究结论提出教学建议, 以及选取“有理数及其运算”和“几何图形初步”两个单元中的数学史进行质性分析, 探究其教学效果差异。

2. 比较分析

2.1. 新旧教材中数学史数量分析

旧教材初中数学七年级上册章节数共 4 章, 新教材 6 章, 即把旧教材的第一章节有理数和第二章节整式的加减分别变为两个单元, 本节将根据新旧教材章节数对教材中数学史出现次数进行划分(如表 1 所示)。

Table 1. Occurrences of the history of mathematics in new and old textbooks
表 1. 新旧教材数学史出现次数

版本	章节	数量
旧教材	第一章 有理数	2
	第二章 整式的加减	1
	第三章 一元一次方程	7
	第四章 几何图形初步	2
	总计	12
新教材	第一章 有理数	3
	第二章 有理数的运算	5
	第三章 代数式	2
	第四章 整式的加减	1
	第五章 一元一次方程	7
	第六章 几何图形初步	5
	总计	23

由表 1 得旧教材中数学史相关内容出现了 12 次, 新教材出现了 23 次, 显然可知, 新教材中数学史所占比重比旧教材多一倍。对比两个版本教材, 旧教材中数学史主要出现在一元一次方程章节, 其余章节数学史出现次数较少, 而新教材数学史出现的位置主要包含在第二章、第五章和第六章, 除了一元一次方程章, 新教材各章节数学史出现次数明显增加。从单元维度分析, “有理数及其运算” 部分, 新教材数学史数量是旧教材的 4 倍, 相差较大, 其余章节相差较小。此外, 新教材中数学史主要呈现在“有理数及其运算” “一元一次方程” 和“几何图形初步” 部分, “整式” 部分较少, 其中在“有理数” 相关章节和“一元一次方程” 章节所含数学史数量最多。

2.2. 新旧教材中数学史呈现位置分析

2.2.1. 名称类别界定

本文将教材中数学史出现的位置划分为三类, 即正文、习题和拓展。正文指数学史相关内容出现在教材知识点讲解过程中, 包括插图、溯源、旁白等; 习题指教科书中出现的例题、练习、复习题等; 拓展指除正文、习题外的阅读与实践部分, 包括图说数学史、阅读与思考、探究与发现、数学活动、综合与实践等部分。两版教材对于数学史的分布大致相同, 主要区别在拓展部分, 旧版在拓展部分数学史相关内容仅出现在“阅读与思考” 这一栏目, 而新版范围更大, 与《课标》相呼应, 打破旧版固有模式, 除了“阅读与思考”, 还出现在图说数学史、探究与发现等栏目, 新版提供了更为广阔的数学天地, 开阔学生视野。

2.2.2. 数学史在新旧教材中呈现位置比较分析

基于前文数学史呈现位置的划分, 本节聚焦于数学史在正文、习题、拓展三部分的研究分析。由图 1 可知, 两版教材中数学史相关内容主要出现在正文和拓展部分, 少数出现在习题部分, 新教材在正文、习题、拓展部分的数学史数量均多于旧教材。正文、习题中, 新教材数学史占比有提升, 其中拓展部分提升尤为显著, 反映出新教材更重视借数学史丰富教学、拓宽学生视野, 强化数学文化与素养培育, 体现教材编写对数学史教育价值的深化关注。

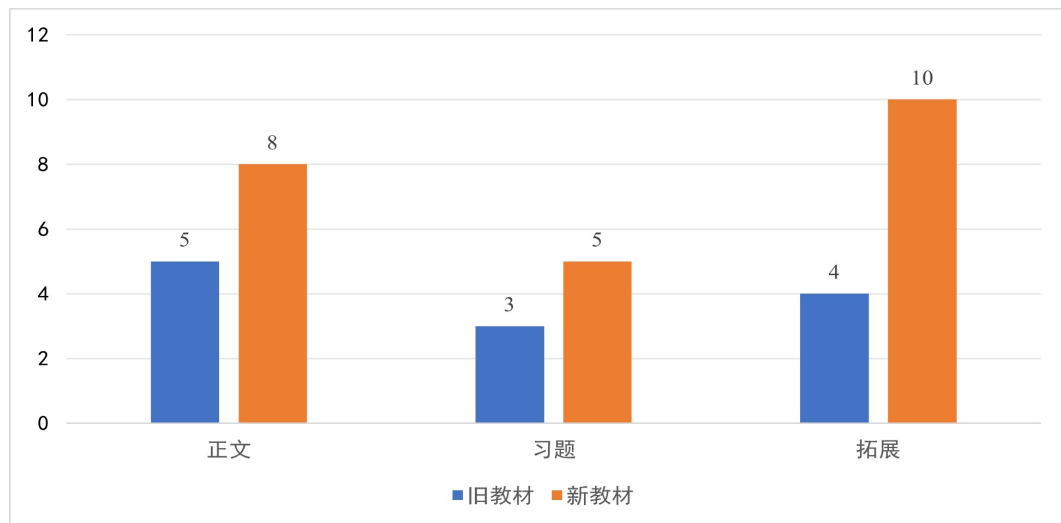


Figure 1. Distribution of the presentation of the history of mathematics in old and new textbooks
图 1. 新旧教材数学史呈现分布

数学史在旧教材呈现主要在正文(42%)，其次拓展(33%)，最后习题(25%)。正文数学史分布将近占全文一半。与旧教材数学史分布侧重不同，新教材主要出现在拓展部分，数学史出现次数从旧教材仅有 4 次增至 10 次，同时增加了“图说数学史”栏目等，结合图片按照历史脉络介绍数学知识在中西漫漫长河中的发展轨迹，便于学生理解，开阔数学视野，从数学的眼光观察世界，如新教材第一章“有理数”的“图说数学史”选学内容介绍了“漫漫长路识负数”，从 1 世纪我国《九章算术》提出“正负术”，3 世纪刘徽作注阐释正负数意义与区分，7 世纪印度婆罗摩笈多在运算中用负数，12~13 世纪斐波那契在《算盘书》特定运算用负数，16~17 世纪笛卡儿等欧洲数学家使用负数但理解存疑，直到 19 世纪随数学发展负数成为数字系统正式成员。该栏目的开设使学生跳出单一地域视角，从数学的思维思考现实世界，理解数学的逻辑性和发展性，培养学生的批判性思维[6]。对于习题中出现的数学史，旧版仅出现“一元一次方程”章，新版除此之外，“整式”单元增加了两个相关数学史内容，即华罗庚简介和《周髀算经》，新版比旧版更加注重将数学史融入习题，推动学生在知识习得与思维进阶间形成互促循环，实现数学素养的深度发展。

2.3. 新旧教材数学史知识领域主题分析

2.3.1. 知识领域主题框架分析

根据《课标》对义务教育阶段数学课程内容各领域主题分类以及七年级上册教材的内容特点，对初中数学七年级上册教材内容分三类，即数与式、方程、图形的性质，具体框架与表现如下表 2 所示。

Table 2. Distribution of knowledge themes across old and new textbooks
表 2. 新旧教材知识主题分布

主题	表现
数与式	包括有理数、有理数的运算、代数式、整式的加减等内容
方程	包括一元一次方程
图形的性质	包括几何图形初步

2.3.2. 两版教材中数学史知识领域主题分布比较

1) 新旧教材主题占比分析

数与式、方程、图形的性质三个主题以《课标》要求为依据,按章节数进行划分,分析其在新旧教材全文知识承载量的占比,如下表3所示。

Table 3. Proportion of each theme

表 3. 各主题占比情况

主题	旧教材		新教材	
	章节数	占比	章节数	占比
数与式	2	50.0%	4	66.7%
方程	1	25.0%	1	16.7%
图形的性质	1	25.0%	1	16.7%
总计	4	100.0%	6	100.0%

新旧两版教材中数与式主题占比最高,占据全文知识承载量的一半以上,方程和图形的性质在两版教材中的比例相同。新教材数与式主题对比旧教材明显增长,其余主题占比下降。

2) 新旧教材主题数学史数量分析

根据上文数学史知识领域的划分,依据图2分析可知,在数与式、方程、图形的性质三个主题中,旧教材数学史出现次数分别为3、7、2;新教材数学史出现次数分别为11、7、5。两版教材对比,在数与式主题,新教材数学史出现次数是旧教材的近四倍。旧教材在有理数及运算部分,主要提及算筹和中国人最先使用负数。新教材不仅保留这些内容,还新增了漫漫长路识负数、幻方源于中国、ICME-14会标、从数系扩充看有理数乘法法则等内容对其进行扩写,如新教材“1.1 正数与负数”对插图部分的文字叙述增加三大文明古国(中国、古印度、古埃及)的名字等凸显数学文化多元性,展现不同文明对数学发展的贡献,让学生认识到数学是多文明智慧结晶,帮助学生明晰知识来龙去脉,培养文化认同感与国际视野,提升文化素养,贴合课程标准理念,落实数学文化渗透要求,助力学生全面发展。在图形的性质主题,新旧教材相差2倍,旧教材主要提及角度制、几何学的起源。新教材在此基础上,将“几何学的起源”改为“几何的起源”,新增了长度的测量等内容。几何学变几何,契合义务教育数学课程标准理念与学生认知规律。从课程标准看,“几何”表述更通俗,降低学生畏难心理,如古埃及丈量土地、中国古代测量工具、古巴比伦用泥板记录几何图形的认识与度量等内容,拉近几何与生活距离,激发学生探索兴趣,同时增加了大量插图(如汉代画像石、骨尺、古埃及底比斯古墓壁画等),提升学生审美且符合初中学生从具体到抽象的认知过渡,借直观图片,理解起源,逐步提升抽象思维,落实课标遵循认知规律的要求,让几何学习更贴近学生、更具活力。在方程主题,两版教材都出现7次与数学史相关内容,但新教材中数学史内容安排更加符合学生学习习惯,将数学史和数学知识联系起来。在一元一次方程章节,旧教材涉及未知数的表示、莱茵德纸草书中的数学问题、方程史话、《算学启蒙》、古代买衣服问题等;而新教材将旧教材“阅读与思考”中的方程史话内容进行拆分,作为知识点讲解补充并且删减了习题中的古代情景买衣服问题。这样的调整使得新教材数学史内容在融入知识点讲解环节中成为知识的补充,让数学史从“课外阅读”走进“知识主线”,强化数学史与知识学习的关联性。

总的来说,除了方程主题,其他主题数学史数量有所增加,其中数与式主题较为明显。新教材数学史知识安排符合学生知识拓展需求和《课标》要求,拓宽学生知识面,激发学习兴趣。

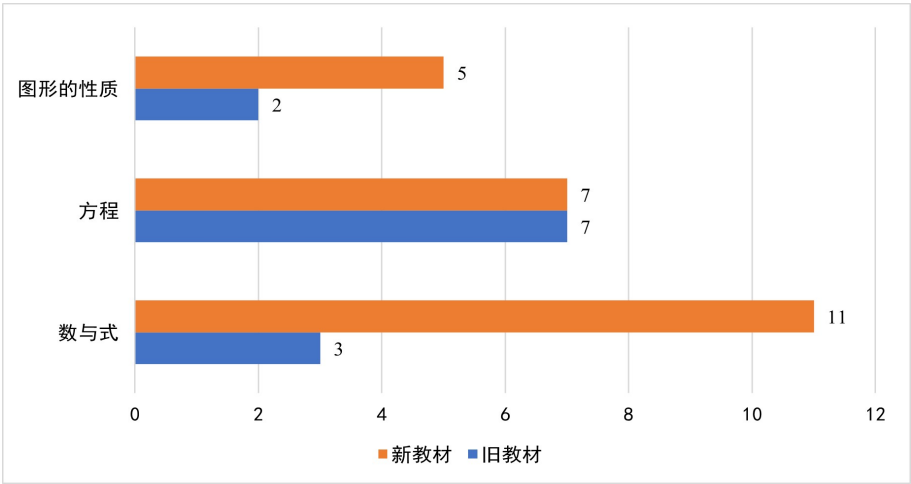


Figure 2. Distribution of history of mathematics themes in old and new textbooks
图 2. 新旧教材数学史主题分布

2.4. 新旧教材数学史内容题材分类

2.4.1. 数学史内容题材编码

首先对教材版本进行编码, “N”表示新教材, “O”表示旧教材; 其次, 参考汪晓勤对于“知识源流”的认识[7]和谢颖对初中教材数学史内容题材的分类界定[8], 对两版教材数学史内容进行整理分析, 以A、B、C、D作为数学史四类内容题材的编码。“A”表示数学概念形成史, “B”表示数学家生平事迹史, “C”表示数学成就史, “D”表示数学问题解决史。如下表4所示。

Table 4. Codification of thematic content in the history of mathematics
表 4. 数学史内容题材编码界定

内容题材	编码	具体描述
数学概念形成史	A	数学概念的起源、演变等过程及其数学符号的产生
数学家生平事迹史	B	介绍数学家的生平经历、数学家画像等数学史内容
数学成就史	C	在解决数学问题过程中产生的数学方法、数学思想、原理, 数学工具的产生与使用、数学著作等数学史内容
数学问题解决史	D	利用数学知识解决理论性和应用性问题的数学史内容

2.4.2. 数学史内容题材比较

基于前文数学史划分的四类内容题材编码标准, 由表5分析可知: 旧教材和新教材数学史内容题材总数分别为21和39, 两版教材中各类数学史内容题材占比从高到低排名一致, 分别是数学成就史、数学概念形成史、数学问题解决史、数学家生平事迹史, 其中新教材各类数学史内容题材占比分别为44%、33%、13%、10%, 旧教材各类数学史内容题材占比分别为38%、24%、24%、14%。数学概念形成史和数学成就史的数量与占比均有提升, 数学家生平事迹史数量略有增加但比重下降, 数学问题解决史数量不变但占比收缩。

新教材的数学史内容题材总量大幅度增加, 重点强化了数学概念形成史和数学成就史题材, 从历史发生原理相似性来说, 数学概念的历史发展脉络与学生对其的理解习得过程存在相似性, 历史上数学家在概念探索中面临的难题, 也是学生在概念学习中需要突破的关键障碍[9]。由此, 增加数学概念形成史有助于学生理解概念的“来龙去脉”, 从而突破学习中遇到的认知障碍, 更自然地建构知识体系。而强

化数学成就史, 则能让学生了解中外数学的智慧结晶, 学习前人在探索数学奥秘时的思维活动, 感悟数学方法、原理的普适性, 提高自身数学素养水平。

Table 5. Number and proportion of topics in the history of mathematics

表 5. 数学史内容题材数量和占比

内容题材	旧教材	新教材
数学概念形成史	5 (24%)	13 (33%)
数学家生平事迹史	3 (14%)	4 (10%)
数学成就史	8 (38%)	17 (44%)
数学问题解决史	5 (24%)	5 (13%)
总计	21 (100%)	39 (100%)

3. 案例分析

本节基于前文的比较分析, 选取“有理数及其运算”和“几何图形初步”两个单元中的数学史分别从史料选择、叙事逻辑、呈现形式、思考题设计等进行研究分析其教学效果差异。

3.1. 有理数及其运算

“有理数及其运算”属于教材中《课标》规定的数与式主题, 该单元数学史内容主要介绍了对负数的认识发展, 新旧教材相关数学史主要以“拓展”的形式呈现。



在史料选择上, 旧教材局限于中国古代著作《九章算术》和红黑算筹表示正负数等, 新教材相关史料选择更为丰富, 涉及古今中外, 除《九章算术》, 还有印度数学家婆罗摩笈多、斐波那契的《算盘书》等, 开阔学生数学视野, 从数学的眼光观察世界, 明白数学的发展源自各国共同努力。

在叙事逻辑上, 旧教材对负数数学史的叙事以碎片化知识点为核心, 聚焦算筹表示和《九章算术》中正负术的讲解, 未深入历史背景与思想内涵。新教材则采用时间轴式的完整历史脉络, 以中、印、欧的负数发展时间线为框架, 结合认知冲突的递进叙事, 串联起关键人物、著作与核心贡献, 解释了负数的起源与发展逻辑, 剖析不同文明的认知差异, 实现了历史、思想与应用的融合, 更贴合学生的认知规律。建构主义强调学生是信息加工的主体, 是意义的主动建构者, 时间轴式的发展脉络, 有助于学生感受数学家对负数知识的建构过程, 加深学生对知识的理解, 同时促进学生主动构建相关数学概念[10]。

在呈现形式上, 旧教材简单叙述加单一图片表述, 新教材则增设“溯源”和“图说数学史”专属栏目。在旧教材原有的基础上“溯源”栏目开设紧贴教学内容“1.1 正数和负数”, 强调我国是历史最先认识和使用负数的国家的历史源头, 如表 6 所示。同时在“图说数学史”栏目中以图文并茂结合负数发展历史的形式进一步强调这一认识。

Table 6. Comparison of positive and negative numbers in the history of mathematics between old and new textbooks

表 6. 新旧教材正负数数学史比较

旧教材	新教材
	<div> <div>溯源</div> <div> <p>我国是历史上最早认识和使用负数的国家, 至迟成书于东汉早期 (约 1 世纪) 的我国古代数学著作《九章算术》, 在“方程”一章中提出了正数、负数的概念及其加减运算法则, 如关于家畜买卖的第八题, 使用“正与负”来表示“卖出与买入”, 将卖出家畜获得的钱数记为正, 买入家畜付出的钱数记为负。魏晋时期的数学家刘徽在为《九章算术》作注时, 用不同颜色的算筹分别表示正数和负数, 红色为正, 黑色为负。</p> </div> <div>  </div> </div>

在思考题设计上, 两版均选择“阅读与思考”栏目的“正负术”为例。首先, 二者都给出“正负术”的减法法则, 不同在于新教材增加了加法法则, 弥补了旧教材的不足。其次, 旧教材的思考题以被动解释性设问为主, 拆解“正负术”并对应现代算式逐一解读, 缺少自主思考空间, 仅引导学生浅层理解法则, 无开放性探究点。新教材的思考题则采用分层探究式设计, 将“正负术”对应分为有理数加减法则, 通过留白式提问让学生自主推导“同名相除”的现代算式, 强化知识迁移, 同时将法则理解与数学史价值结合, 建构学生理解有理数加减法则的完整框架。

结合史料选择、叙事逻辑、呈现形式及思考题设计的差异, 两版教材教学效果差异显著: 旧教材在“有理数及其运算”单元中呈现的“负数”的相关数学史较少, 叙事仅聚焦实用应用、图文单调且思考题以被动解读为主, 在教学上仅能让学生机械掌握负数的基础用法, 无法触及知识的历史根源与逻辑本质, 数学文化的渗透有限; 新教材通过补充完整“正负术”史料、构建“漫漫长路识负数”历史溯源逻辑、直观图文呈现和探究式思考题, 在教学上深化学生对“负数”的理解, 实现了知识掌握、思维提升和文化认同的多维度提升。

3.2. 几何图形初步

几何起源于生活实践, 从无意识几何的起源到经验几何的产生, 每个阶段都蕴含着大量的数学史料, 为数学史融入几何教学提供了可能性^[11]。“几何图形初步”作为初中数学几何教学的起始单元, 属于图形的性质主题, 相关数学史以探索几何的起源为主, 在新旧教材均主要作为阅读材料出现。

在史料选择上, 旧教材中“几何的起源”相关数学史内容集中在“阅读与思考”栏目, 以西方史料为主, 较为零碎, 提及古埃及测量活动、欧几里得《几何原本》以及意大利利玛窦与徐光启翻译该著作的史实。新教材对此进行显著优化, 将“阅读与思考”变为“图说数学史”, 选取三大文明古国(古代中国、古埃及和古巴比伦)几何史料, 实现中西几何史料的融合, 但主要以中国古代几何史料为主, 如汉代画像石上的规矩图、魏晋时期的骨尺、圭表等。

在叙事逻辑上, 旧教材以线性递进为叙事逻辑, 先界定几何学定义, 再叙述测量活动的需求是几何学形成的直接原因, 工具的制作促进几何学的产生, 最后简单梳理几何学的标志性成果, 是围绕“几何学起源与发展”的逻辑线性叙事。新教材采用环形向外辐射的结构, 以“几何的起源”为核心, 围绕古代中国、古埃及和古巴比伦三大模块展开, 整合各个文明的实物与史料素材, 从测量、器物造型等多元视角呈现几何起源的诱因, 侧重实践的多样性与关联性。

在呈现形式上, 新旧教材均采用“文字 + 图片”的形式。对表 7 进行分析, 旧教材在图片的选择上仅选取三幅简单插图, 即古埃及金字塔、斜方格纹彩陶罐和欧几里得画像, 图文关联性弱, 难以辅助学生理解几何起源的完整历程。相比旧教材, 新教材增加了大量图片, 语言表述精炼, 视觉上以“几何的起源”为中心, 环形展开, 逻辑结构层次分明。

在思考题设计上, 选取旧教材“阅读与思考”栏目——“几何学的起源”和新教材“阅读与思考”栏目——“长度的测量”进行分析。旧教材在“阅读与思考”栏目以阅读为主, 无针对性思考题, 学生被动接受知识。相比之下, 新教材契合栏目, 阅读与思考结合。该栏目先介绍长度的单位的起源与发展, 再联系我们日常生活中常使用的手机, 提出问题“你知道 6.7 英寸与 6.1 英寸的手机屏幕对角线长度相差多少厘米吗? 将数学史学习从被动变主动, 实现“史”与“思”的融合。

综上所述, 旧教材中“几何学的起源”数学史更偏向于知识普及, 文字占比大, 侧重让学生了解几何学发展和经典史实, 但在教学效果方面, 对于七年级的学生, 大量的文字介绍, 降低学生的学习数学史的兴趣, 导致数学史的作用难以发挥; 新教材则基于七年级学生发展的认知心理, 将数学史作为“教学工具”, 通过丰富的图文结合模式、简单明了的排版和阅读思考题设计联系生活, 极大地吸引了学生

的兴趣,更契合七年级学生的认知特点与数学核心素养的培养要求。

Table 7. Comparison of origins of geometry in the history of mathematics between old and new textbooks

表 7. 新旧教材几何起源数学史对比

旧教材	新教材
<p>图说数学史</p> <p>几何学的起源</p> <p>我们生活的世界处处存在着关于数量和空间的问题,数学中以空间形式(简称形)为研究对象的分门,叫做几何学。它有着悠久的历史。</p> <p>远古时代,由于尼罗河经常泛滥而需要重新修筑土地,由此测量土地的方法引起人们的重视。几何学的英文单词 geometry 就是由 geo(土地)和 metry(测量)组成的。我国古代对几何的研究与测量关系密切,夏商周时期就已经有规、矩、准、绳等测量工具。约公元前 11 世纪的西周初期,人们已经知道了直角三角形的“勾三、股四、弦五”(即如果直角三角形的两条直角边的长分别是 3 和 4,那么斜边的长是 5)的知识。大量事实说明,测量活动是几何学形成的直接原因。</p> <p>人类从开始制作和使用工具起,就开始研究工具的构造、使用、修整等,这也对几何学的产生起了促进作用。从观察的日常生活中的一些工具,可以看出当时的人们已经懂得具有数量关系的几何图形的工具。在旧教材的附录上,已出现过:三角形、正方形等基本图形,以及更复杂的对称几何图形、等分圆规花边等。</p> <p>随着时间的流逝,人们在大量的实践中不断扩大和加深对图形的认识,得到了许多关于图形的知识和研究的方法。约公元前 300 年,古希腊数学家欧几里得(Euclid)广泛收集和整理前人的成果,将已知的关于图形和数量的知识作了系统编排,写成了《原本》一书。这是数学发展史上的一个里程碑。1607 年,意大利传教士利玛窦和我国学者徐光启把此书的一部分翻译成中文,以《几何原本》为书名,这对于介绍西方数学和科学起了积极的推动作用,在中国数学发展史上具有重要意义。</p> <p>欧几里得</p>	<p>图说数学史</p> <p>几何的起源</p> <p>古代画像石上的几何图形(新月)伏羲(右)李叔同,女娲(左)李叔同。</p> <p>新石器时代的土器,特别是陶器,为几何学奠定了基础。</p> <p>在旧教材中,人们通过观察和实验获得了有关物体形状、大小和位置关系的知识。将知识用于制作圭表、量天尺、测日晷、测地等,并用于测量土地的面积。在测量土地的过程中,人们已经知道了直角三角形的“勾三、股四、弦五”(即如果直角三角形的两条直角边的长分别是 3 和 4,那么斜边的长是 5)的知识。大量事实说明,测量活动是几何学形成的直接原因。</p> <p>人类从开始制作和使用工具起,就开始研究工具的构造、使用、修整等,这也对几何学的产生起了促进作用。从观察的日常生活中的一些工具,可以看出当时的人们已经懂得具有数量关系的几何图形的工具。在旧教材的附录上,已出现过:三角形、正方形等基本图形,以及更复杂的对称几何图形、等分圆规花边等。</p> <p>随着时间的流逝,人们在大量的实践中不断扩大和加深对图形的认识,得到了许多关于图形的知识和研究的方法。约公元前 300 年,古希腊数学家欧几里得(Euclid)广泛收集和整理前人的成果,将已知的关于图形和数量的知识作了系统编排,写成了《原本》一书。这是数学发展史上的一个里程碑。1607 年,意大利传教士利玛窦和我国学者徐光启把此书的一部分翻译成中文,以《几何原本》为书名,这对于介绍西方数学和科学起了积极的推动作用,在中国数学发展史上具有重要意义。</p> <p>欧几里得</p>

4. 结论

通过对人教版七年级上册两版教材中数学史在数量、呈现位置、知识领域主题和内容题材的分析比较以及基于《课标》对教材编写和学生发展的要求,对新教材中数学史分布和内容有如下发现。

第一,数学史数量显著提升。新教材数学史出现次数从旧教材的 12 增至 23,数量翻倍,且覆盖范围更为广泛,直观体现对数学史教育价值的重视;从单元维度看,“有理数”部分数学史增加量最多且数量达到旧教材的 4 倍,“一元一次方程”章保持不变,其余章节有所增加;知识领域主题分布契合教学需求,数与式主题数学史出现次数从 3 次增至 11 次,图形的性质主题从 2 次增至 5 次,仅方程主题保持 7 次不变,整体分布更贴合各主题的知识容量与教学重点。

第二,拓展维度拓宽,与课标要求呼应。新旧教材数学史均以正文和拓展作为主要呈现载体,但新教材在呈现位置上相比旧教材实现多维度突破,大幅调整分布结构,不仅拓展部分新增“图说数学史”“探究与发现”等栏目,打破旧教材仅依赖“阅读与思考”的固有模式,更在正文、习题、拓展三部分全面提升数学史数量,其中拓展部分数学史出现次数从 4 次增至 10 次,成为教材中数学史呈现的核心板块;同时,新教材将更多资源投入拓展阅读部分,使其成为辅助学生学习数学的重要载体,如负数发展史、“洛书”与“幻方”、几何的由来等丰富素材,为学生搭建了了解数学发展脉络的桥梁,有效拓宽数学视野。此外,新教材新增大量插图与历史脉络式讲解,以直观形式助力学生理解知识起源与发展,既呼应《课标》中教材编写“拓宽视野”及数学课程发展性的要求,又贴合初中生认知特点,强化了视野拓展与文化渗透功能。

第三,知识领域主题分布合理,题材占比失衡。通过统计学方法,由图表可知,数学史在旧教材中占比最高的是方程主题部分,其次是数与式,最后是图形的性质。从全文知识承载量来看,数与式主题内容占全文 50%,方程和图形的性质主题各占 25%,可见旧教材数学史内容在主题上是分布不均匀的,新教材则是根据各主题所占全文章节数分配数学史数量,总体分布均匀。但存在题材占比失衡的问题,新教材过度集中于数学概念形成史和数学成就史,数学家生平事迹史和数学问题解决史占比较小,分别

为 10%、13%，二者相加远小于总体的一半，有待增加比重。

5. 教学建议

5.1. 关注整式单元数学史数量

新教材中整式单元相较其余单元，数学史相关内容较少，仅出现 3 次，教师在教学过程中可以针对该单元进行相关数学史的额外补充，贴合《课标》创设历史情境，帮助学生理解知识，发展学生的应用意识，用数学的语言表达现实世界，体会数学的魅力与符号的简洁性。如设计“代数符号演变史”活动，通过介绍“文字代数”“简写代数”和“符号代数”三个阶段，让学生尝试用文字描述 $3x+2y$ 等整式运算，亲身感受文字表达的繁琐，再通过对比用符号简化运算，体会数学符号表示的简便，契合《课标》对整式部分的教学要求，用字母表述代数式及其运算。

5.2. 利用拓展性史料搭建“视野拓展 + 文化渗透”的桥梁

新教材数学史主要集中在拓展部分且多为课后选学内容，依赖教师引导与学生主动探究，所以教师在备课时需树立融合意识，明确数学史与知识点的关联目标，整合加工史料，避免碎片化呈现。同时《课标》强调教师在教学中应注重信息技术与数学教学的融合，丰富教学场景。因此教师可结合具体教学内容制作数学史微课视频，如点、线、面与《几何原本》等，让史料服务于知识理解，实现数学史与核心知识的深度融合，助力初中生从历史角度理解知识形成、感受数学家探索精神，在提升兴趣的同时，实现从知识传授到素养培育的转变，从中培养学生的数学文化素养、拓宽数学视野。

5.3. 结合各主题特点灵活运用数学史

数与式主题注重运算和推理，方程主题侧重事物间的数量关系和问题的解决，图形的性质主题强调直观感知，结合《课标》在“教学建议”中明确提出“每一个特定的学习内容都具有培养相关素养的作用”。所以根据不同主题的特点，教师在实际教学中匹配相应的数学史，强化其与知识的关联性。如对于数与式主题，可依托数系从自然数到有理数的扩张史，感知数的概念是具体情境中抽象而来，培养学生数学抽象能力。

5.4. 巧妙应用各类数学史内容题材

新教材中数学概念形成史和数学成就史占比大，数学家生平事迹史和数学问题解决史占比小，这一结构既体现了教材对知识生成逻辑与学科核心成果的侧重，也反映教师需要在教学中主动补全题材短板，让数学史成为灵活多变的教学资源。以“解一元一次方程”教学为例，教材在“溯源”栏目提及我国古代数学著作《九章算术》。所以教师在介绍这部分数学史时，可以加入相关数学史习题，如《九章算术》中的“今有人持金出五关，前关二而税一，次关三而税一，次关四而税一，关五而税一，次关六而税一。并五关所税，适重一斤。问本持金几何？”^[12]体会古人的智慧，在知识关联中感知本土数学成就，化数学成就史为数学问题解决史，丰富了数学史与习题的结合，助力学生更全面地理解数学的学科价值。

参考文献

- [1] 余庆纯, 汪晓勤. 中国 HPM 研究内容与方法[J]. 数学教育学报, 2022, 31(4): 49-55.
- [2] 李明振, 庞坤. 数学史融入中学数学教材的原则方式与问题[J]. 数学通报, 2006(3): 23-25.
- [3] 郑毓信. 数学文化的理论与教育实践[J]. 中学数学杂志, 2025(9): 1-5.
- [4] 中华人民共和国教育部制定. 义务教育数学课程标准[M]. 2022 年版. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.

-
- [5] 蒲淑萍, 汪晓勤. 数学史怎样融入数学教材: 以中、法初中数学教材为例[J]. 课程·教材·教法, 2012, 32(8): 63-68.
 - [6] 杜建明. 初中数学教学中数学史融入现状及措施探讨[J]. 数理天地(初中版), 2025(21): 83-85.
 - [7] 余庆纯, 汪晓勤. 基于数学史的数学文化内涵实证研究[J]. 数学教育学报, 2020, 29(3): 68-74.
 - [8] 谢颖. 新教材中数学史内容的设置研究及教学建议——以“人教版”为例[J]. 初中数学教与学, 2015(23): 6-9.
 - [9] 汪晓勤. HPM 的若干研究与展望[J]. 中学数学月刊, 2012(2): 1-5.
 - [10] 郑锦霞. 数学史融入一元二次方程的教学研究[D]: [硕士学位论文]. 南昌: 江西科技师范大学, 2025.
 - [11] 李臣香. 历史视野与人文浸润: 数学史融入初中几何教学的研究[J]. 青海教育, 2025(Z2): 63-64.
 - [12] 汪晓勤. HPM: 数学史与数学教育[M]. 北京: 科学出版社, 2017: 239.

附录

1. 编码规则

对比两版教材，按教材版本可分为旧教材和新教材；按数学史内容题材分类可分为数学概念形成史、数学家生平事迹史、数学成就史、数学问题解决史。对于数学史内容题材分类，某个数学史在题材划分上涉及多个方面，则对该数学史进行多个题材编码。

首先，笔者根据教材版本，对人教版初中数学七年级上册新旧两本教材进行编码：“*N*”表示新教材，“*O*”表示旧教材，如下表 S1 所示。

其次，对数学史题材进行编码：“*A*”表示数学概念形成史，“*B*”表示数学家生平事迹史，“*C*”表示数学成就史，“*D*”表示数学问题解决史。

Table S1. Textbook codes
表 S1. 教材编码

编码	版本	具体说明
<i>O</i>	旧教材	人教版(2012)初中数学七年级上册
<i>N</i>	新教材	人教版(2024)初中数学七年级上册

2. 案例说明

2.1. 单一题材

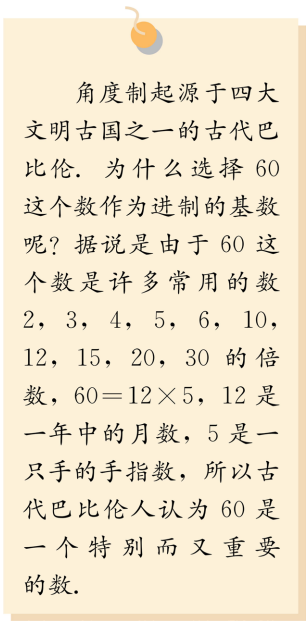


Figure S1. Old textbook, Year 7, Volume 1, Page 133
图 S1. 旧教材七年级上册 P133

如图 S1，该数学史内容选自人教版旧教材七年级上册第四章“几何图形初步”，属旧教材的范畴。对其内容进行分析，介绍了角度制起源于古代巴比伦和选择 60 作为进制的基数的原因，属于数学概念形成史，该数学史内容编码为 *OA*。

2.2. 多个题材

2. 伦敦的不列颠博物馆保存着一件极其珍贵的文物——莱茵德纸草书。这是古埃及人用象形文字写在一种用纸莎草压制成的草片上的著作。书中记载了许多数学问题，其中有一道著名的问题：一个数，它的三分之二，它的一半，它的七分之一，它的全部，加起来总共是 33。这个数是多少？请你用方程解决这个问题。

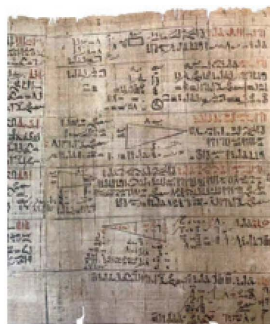


Figure S2. New textbook, Year 7, Volume 1, Page 129, Exercise 2

图 S2. 新教材七年级上册 P129 练习 2

如图 S2，该案列选自人教版新教材七年级上册第五章“一元一次方程”，属于新教材范畴；分析问题中数学史的成分：1) 古埃及数学著作《莱茵德纸草书》，属于数学成就史题材；2) 通过方程解决纸草书中的数学问题，属于数学问题解决史。综上，该数学史内容编码为：NC、ND。