

高中数学教学中直观想象素养的培养策略探究

张 悅

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2025年11月25日; 录用日期: 2026年2月5日; 发布日期: 2026年2月14日

摘要

直观想象是实现数学抽象的思维基础, 直观想象素养的形成和发展是在教师的引导和启发下, 学生逐渐养成的一种思想方法和思维习惯。因此教师必须认识到直观想象素养的重要价值, 通过创新概念教学, 建立数与形的联系, 借助几何直观模型, 加强识图、画图训练, 利用现代化信息技术等以培养学生的直观想象素养。

关键词

直观想象, 数形结合, 几何直观, 信息技术

Exploration of Training Strategies for Intuitive Imagination Competence in High School Mathematics Teaching

Yue Zhang

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: November 25, 2025; accepted: February 5, 2026; published: February 14, 2026

Abstract

Intuitive imagination serves as the ideological foundation for achieving mathematical abstraction. The formation and development of intuitive imagination competence is a thinking method and habit gradually cultivated by students under the guidance and inspiration of teachers. Therefore, teachers must recognize the important value of intuitive imagination competence. To foster this competence in students, educators can adopt strategies such as innovating concept

teaching, establishing connections between numbers and shapes, utilizing geometric intuition models, strengthening graph recognition and drawing training, and leveraging modern information technology.

Keywords

Intuitive Imagination, Combination of Numbers and Shapes, Geometric Intuition, Information Technology

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

著名数学家华罗庚曾说：数学中的很多定义、定理都是在数与形的共同作用下，变得直观、可感的[1]。高中数学学习拔高了难度，大量的语言描述对数学知识进行讲解，不仅阻碍理解，更不利于学生发展四基四能，造成教学效率低、效果差的局面[2]，因此加强对学生直观想象素养的培养非常重要。直观想象素养的培养贯穿整个高中的数学学习，函数、立体几何、圆锥曲线、向量的教学中都渗透着直观想象素养的培养。本文以直观想象素养的内涵为基点，从创新概念教学，建立数与形的联系，借助几何直观模型，加强识图、画图训练，利用现代化信息技术等方面阐述了培养学生的直观想象素养的有效策略。

2. 直观想象素养的内涵

建构主义强调“学习是学习者主动建构知识的过程”，这与数学核心素养的培养高度契合。《普通高中数学课程标准(2017年版)》明确指出：直观想象是指借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化，利用空间形式特别是图形，理解和解决数学问题的素养。主要包括：借助空间形式认识事物的位置关系、形态变化与运动规律；利用图形描述、分析数学问题；建立形与数的联系，构建数学问题的直观模型，探索解决问题的思路[3]。

3. 在教学中培养直观想象素养的措施

直观想象素养的培养是一个关键且复杂的过程，教师必须要深挖概念本质，加强直观训练，利用多种教学工具，创新教学方法以培养学生的直观想象素养。

3.1. 深挖概念本质，创新概念教学

数学概念、定义、定理是组成数学知识的基本元素，对数学概念、定义、定理的正确理解是掌握数学知识，应用知识，发展直观想象素养的前提。高中数学概念中大多隐含着一定的几何意义，教师通过对数学概念几何意义的讲解，可以将抽象的数学概念通过直观的几何图形展示给学生，这样可以帮助学生突破思维障碍，更好地理解和掌握数学概念的含义和用法，为今后数学概念的应用打下坚实基础[4]。

例如，在学习导数概念时，教师可以通过画出函数图像，告诉学生函数的几何意义，让学生对陌生的导数概念有一个直观印象。利用导数的几何意义，不仅在教学时方便学生理解，而且在做一些导数的相关题目时，学生就会下意识地想到切线斜率，从数与形结合角度、利用图形分析问题角度培养学生的直观想象素养。

例：已知函数 $f(x)$ 在 R 上有导函数， $f(x)$ 图像如图 1 所示，则从左至右 a 、 b 、 c 三点处的导数关系是？

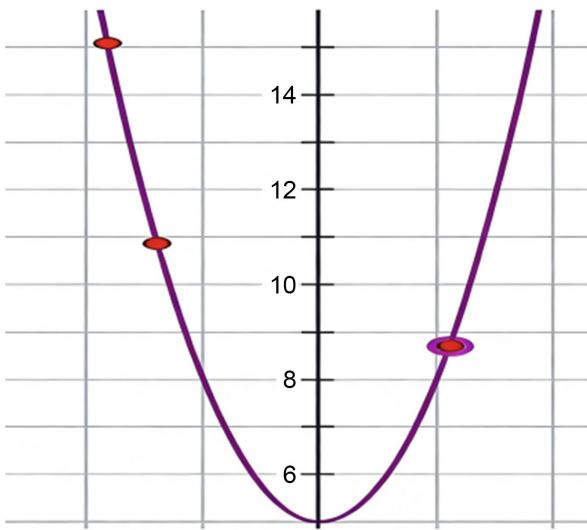


Figure 1. Graph of function $f(x)$

图 1. 函数 $f(x)$ 图象

解：导数的几何意义是该函数曲线在这一点上的切线斜率。

本题需要比较三点的导数，就可以利用导数的几何意义，即比较三点处的斜率，而斜率表示三点处的切线与 x 轴的夹角的正切值，即同侧可以直接看倾斜程度，进而比较出导数的大小关系。

从这个问题我们就可以看出，一些概念、定理都具有几何意义，我们可以通过图像，将其直观表示出来，便于学生的理解。在这个过程中培养学生用图形将概念描述清楚的意识，就使概念变得直观简单，也推动直观想象素养的发展。

再如，方程、代数式、函数等都具有其几何意义。 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，表示的是焦点在 x 轴的椭圆； $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ，表示的是焦点在 x 轴的双曲线。

通过代数式，函数的几何意义，便于学生直观理解它所表示的意义，将抽象的代数式、函数直观化，当遇到函数问题时，将数学问题与直观形象快速结合，可以更快找到解决问题的思路。

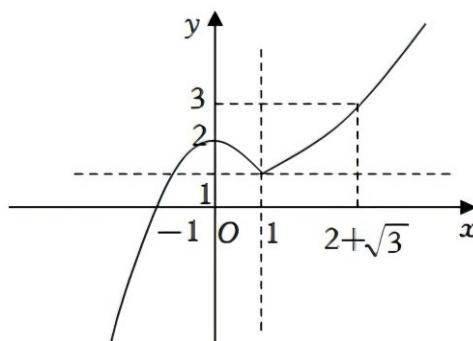
3.2. 以形释数，建立数与形的联系

高中数学的所有内容都离不开数和形这两个元素。数与形并不是完全独立的两部分，它们之间有着千丝万缕的联系。数学是研究数量关系和空间形式的科学，如果只注重数，就缺少了直观，只注重形，则缺少了数感。因此在数学问题的解答时，建立数与形的结合是非常必要的。直观想象素养的内容之一就是建立形与数的联系，利用形可以将抽象的逻辑知识，思维过程用图形或图像表示出来，直接得到所要的数学结果，简单明了，轻松易懂，并且用图形辅助理解知识，可以使学生对知识的理解更加深刻。因此，建立数与形的联系对于直观想象素养的培养具有积极作用。

例：已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 2, & x \leq 1 \\ x + \frac{1}{x} - 1, & x > 1 \end{cases}$ ，若当 $x \in [a, b]$ 时， $1 \leq f(x) \leq 3$ ，则 $b - a$ 的最大值是？

解：

作出函数图像如图 2 所示：

Figure 2. Graph of function $f(x)$ 图 2. 函数 $f(x)$ 图像

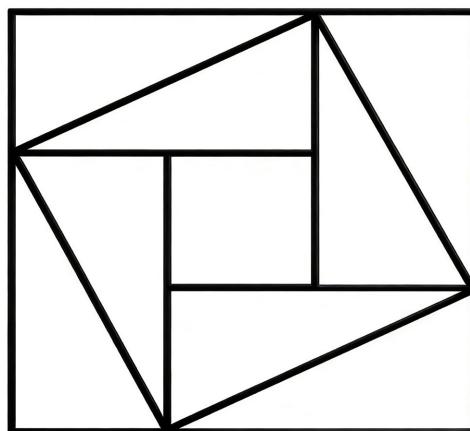
由图 2 可知, 当 $1 \leq f(x) \leq 3$, 则 $b-a$ 的最大值是 $3+\sqrt{3}$ 。

由题目可以先画出函数图像, 再根据题中所给的值域条件, 确定出值域所对应的定义域, 进而确定出 $b-a$ 的最大值。通过画出函数图像, 就可以轻松解答本题, 如果只进行计算, 就没有画出图像这么直观, 很容易计算错误。因此, 在求解高中的数学问题时, 往往需要数形结合, 将抽象的问题直观化, 不仅方便学生理解, 培养学生数学学习的兴趣, 增强数学学习自信心, 并且也有助于培养直观想象素养。

3.3. 简化抽象思维, 构建直观模型

在高中的数学学习中, 数学知识点又多又杂, 且具有抽象性, 难以理解。这就需要教师在教学中帮助学生构建几何直观模型, 简化学生思维负担, 帮助学生理解。

例如, 教师在教学“基本不等式”时, 利用如图 3 所示的几何直观模型中的“弦图模型”, 引导学生得出基本不等式 $a^2 + b^2 \geq 2ab$ (小长方形的长为 a , 宽为 b , 当且仅当 $a=b$ 时取等号)。

Figure 3. Chord diagram model
图 3. 弦图模型

学生可以直接利用图中的面积关系, 直观得出中间正方形的面积大于等于构成它的四个小三角形的面积, 进而得到基本不等式 $a^2 + b^2 \geq 2ab$ 。

接着呈现“半圆模型”, 如图 4: 引导学生探究 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ ($a, b \in R^+$) (设 AC 的长度为 a , BC 的长度为 b)。

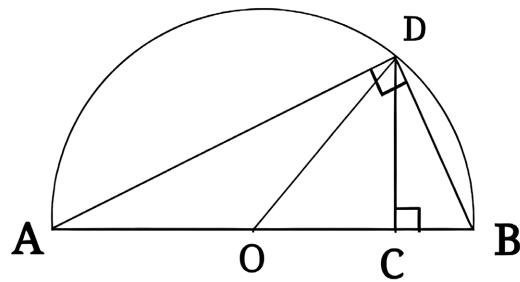
**Figure 4.** The semicircle model

图 4. 半圆模型

学生利用半圆模型，可以得到其半径为 $\frac{a+b}{2}$ ，再利用相似模型，得到 DC 的长度为 \sqrt{ab} ，再利用半径 \geq 半弦长，就可以得到基本不等式。

在进一步学习向量知识时，通过老师的适当引导，学生就可以类比学习不等式的方法和思想，利用简单的直观模型进行分析向量加法运算的运算法则，在进行向量的加法运算时，联想力的分解以及学习基本不等式时的直观经验，构造三角形，平行四边形模型。如图 5、图 6 所示：最终通过直观模型，可以直观得到向量加法的三角形法则，和平行四边形法则。

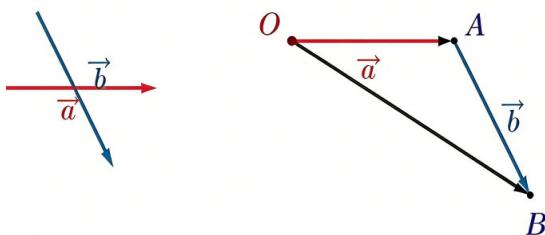
**Figure 5.** Triangle model

图 5. 三角形模型

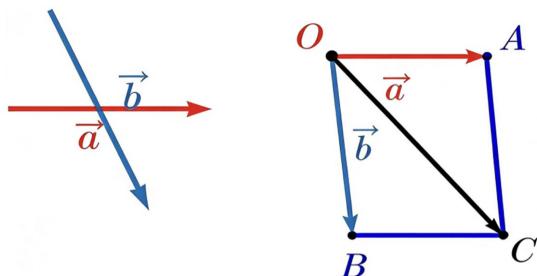
**Figure 6.** Parallelogram model

图 6. 平行四边形模型

借助几何直观模型解释基本不等式，先使用弦图模型，使学生直观感受，接着使用变式，半圆模型，培养学生的直观想象能力，增强学生的自我效能感。在学习向量的加法法则时，学生能够建立三角形，平行四边形模型，学生的直观想象素养从知识迁移水平发展到知识创新水平。

通过几何直观模型，可以直观展示抽象的思维过程，将复杂的思维逻辑用图形语言直接展示出来。利用几何直观模型是数学教师常用的帮助学生解决数学问题的有效途径，借助几何直观理解问题也是直观想象素养的重要组成部分，有利于直观想象素养的提高。

3.4. 聚焦图形训练，培育空间思维

直观图是发展学生直观想象素养的关键，对于刚开始学习立体几何的学生而言，最难的一个问题就是如何将他们想象中的图形在平面上进行可视化。因此，在立体几何的早期阶段，教师应该引导学生使用线、面和实体模型，对直观图多观察、比较、识别和想象，直到他们能够快速理解图，根据图快速想象出几何体，分析出几何体各部分关系，发展学生的直观想象素养。

(1) 识图。直观是进行想象的基础，发展想象能力要从观察，识图开始。通过“识图”，学生的表象储备就更加丰富，学生脑海中储存的图形信息越多，脑中的立体图形越清晰，学生可提取的立体形象也就越多，学生空间想象能力就更容易培养，直观想象素养便也得到了发展。

(2) 画图。能够准确画出几何体，尤其是立体感很强的几何体，对于直观想象素养的发展帮助极大。能够画出立体感强的几何体，就表明学生的脑海中对于几何体理解深刻。教师应该重视斜二测画法的教学，学生画几何体的过程，就是直观想象素养的发展过程。

(3) 分解、组合图形。对于一些复杂的图形，它是由基本图形拆解、组合、叠加而成的。对复杂的几何体进行分解、组合，是锻炼思维逻辑，在识图、认图的基础上培养直观想象素养的有效方法。

例：几何体的三视图如图 7 所示，则这个几何体的体积为？

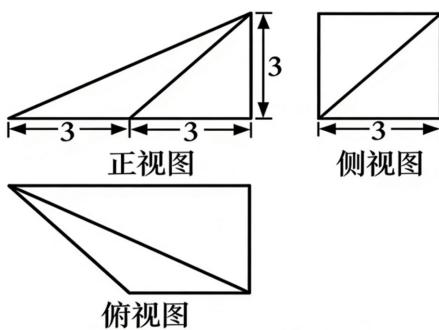


Figure 7. Three views of geometric solids
图 7. 几何体三视图

解：可以根据三视图，借助长方体还原出几何体，如图 8 所示可知这个几何体的体积可以看作为一个三棱柱的体积减去一个三棱锥的体积。

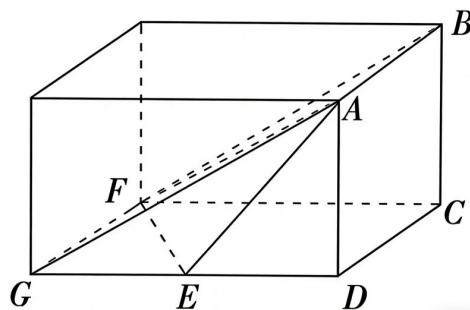


Figure 8. Restored view of geometric solids
图 8. 几何体还原图

通过“分解、组合”这一环节的教学，这使学生对空间中复杂几何体的理解有了质的飞跃，从而培养了学生的思维及想象能力，促进直观想象素养的发展。

3.5. 融合现代技术，创新教学模式

传统的数学教学多依靠教师的语言进行讲解，而一些复杂的抽象思维过程利用语言就缺少了直观性。随着现代信息技术的发展，就可以利用几何画板、希沃白板进行辅助教学，促进学生直观想象素养的发展。

(1) 利用几何画板动态教学

几何画板简易操作，交互性强，日益成为教师首选的教学辅助工具。通过简单的练习和操作，教师就可以用图形、图像来展示自己想要表达的知识，也可以展示抽象的原理。

其次几何画板立体教学，形式多样。过去，大多数教师使用 PPT 进行教学，但需要花费大量时间提前准备，而且不灵活。如果教师使用几何画板进行教学，就可以根据教学需要随时画出不同的图形并动态呈现。此外，几何画板还具有画图等多种功能，教师可以利用几何画板将所教知识立体、直观地展示给学生，使数学课堂丰富多彩。

例：已知椭圆 E 的中心为坐标原点，对称轴为 X 轴，Y 轴，且过点 A (0, -2), B ($\frac{3}{2}$, -1) 两点。

(1) 求 E 的方程。

(2) 设过点 P (1, -2) 的直线交 E 与 M, N 两点，过 M 且平行于 X 轴的直线与线段 AB 交于点 T，点 H 满足 $\overrightarrow{MT} = \overrightarrow{TH}$ 。证明：直线 HN 过定点。

解：本题就可以利用几何画板进行作图进行直观研究。第一步：先画椭圆，利用椭圆参数方程画出椭圆。

操作过程：点击[数据]，选择[新建函数]，点击[函数]，输入参数，选中两个函数表达式，点击[绘图]，选择[绘制参数曲线]，修改定义域为 0 到 360，点击[绘制]，椭圆就画出如图 9 所示：

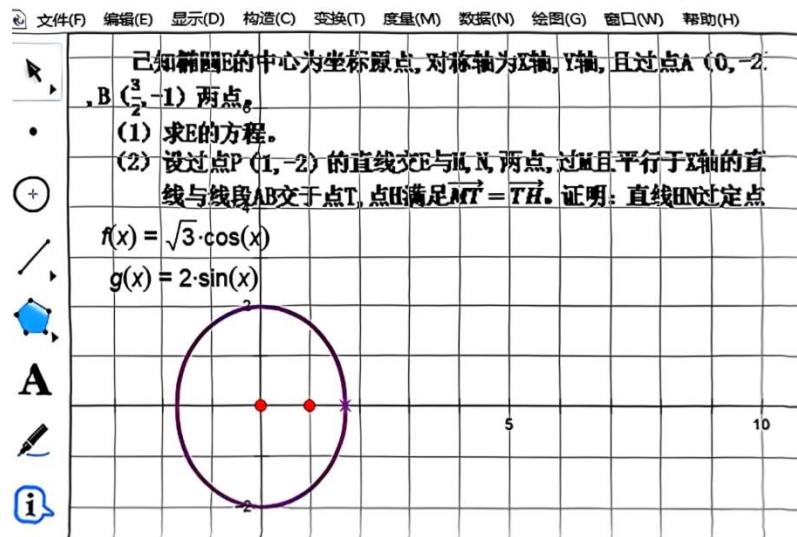


Figure 9. Ellipse schematic diagram (geometer's sketchpad)

图 9. 几何画板所绘制的椭圆示意图

在求解第二问时可以通过几何画板动态展示直线 HN 在动态运动过程中恒过定点，如图 10 所示。

在高中数学教育中，许多数学问题往往是相对抽象的，这对于直观想象素养水平较低的学生来说，在课堂上很难接受和有效理解。几何画板是最直观的数学教学方式，可以根据题目数据创建出许多精确的函数图像或者几何图形，使学生直观看出动态变化过程，有利于学生直观想象素养的培养。

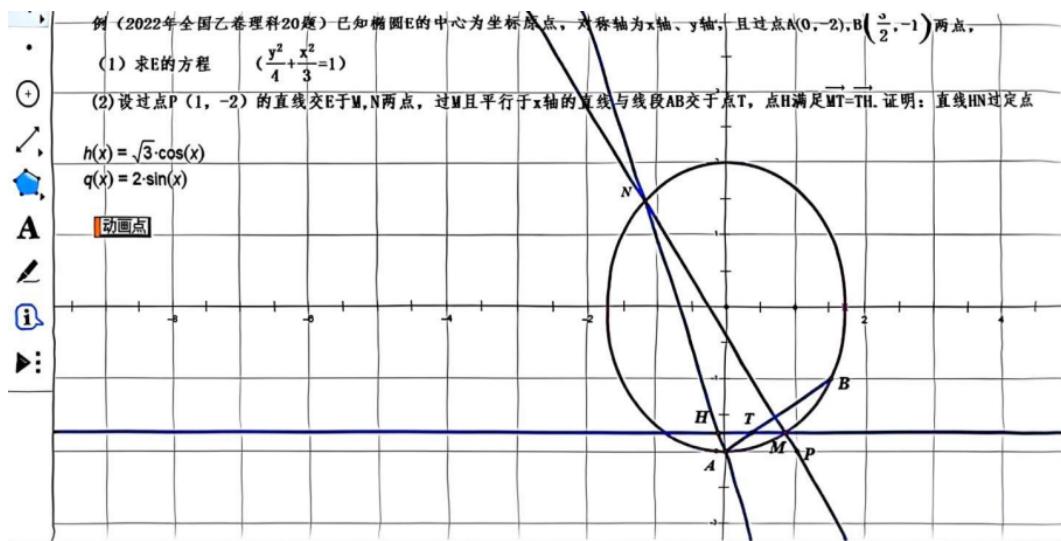


Figure 10. Schematic diagram of HN passing through a fixed point
 图 10. HN 恒过定点示意图

(2) 利用希沃白板互动教学

希沃白板依托信息技术为载体, 是一种集文字、图片、视频、音频等为一体的辅助教学工具, 它的操作界面简洁、清晰。实现了传统教学与现代技术的深度融合, 服务于高中数学教学活动, 构建智慧课堂, 推动教育发展, 其应用价值不容小觑。

在函数教学中, 只要输入函数公式就可以快速呈现出函数图象, 不仅节约了教学时间, 还操作便捷, 能够直观准确展示出各函数变量所导致的函数图象的变化, 加深直观印象, 便于学生理解。在立体几何教学中, 可以利用希沃白板的工具绘制点面距离, 制作线面角, 分析判断异面直线, 快速构建空间立体图形, 不仅直观, 还可以调动学生的空间思维, 是实现数学课堂高效教学的有益选择。

通过希沃白板, 可以使抽象的过程简单直观, 便于学生的理解, 减轻学生的思维负担, 将抽象的知识动态化, 直观化, 有利于直观想象素养的培养。

4. 小结

在高中数学教学中, 教师需要加深学生对数形结合思想的领悟, 发展几何直观和空间想象能力, 增强利用直观想象分析、解决问题的能力, 养成用数学的眼光认识世界的习惯。这就需要教师积极转变教学观念, 发挥教师的引领作用, 增强对学生直观想象素养培养的重视程度, 积极探索科学有效的教学策略, 创新高中数学教学方法, 不断提升学生的直观想象素养。

参考文献

- [1] 陈耀. 信息技术助力高中生直观想象核心素养提升的策略[J]. 高考, 2023(17): 15-17.
- [2] 浦丽俐. 新课标下高中生数学直观想象核心素养提升的实践研究[J]. 中学数学, 2021(13): 96-97.
- [3] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2018: 6.
- [4] 史志枫. 高中数学教学中直观想象素养的培养措施[J]. 高考, 2021(33): 85-86.