Creative Education Studies 创新教育研究, 2026, 14(2), 26-31
Published Online February 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2026.142091

CTI模式下培养高中生逻辑推理素养的课例实践研究

——以“等差数列的前n项求和公式”为例

宋青燕，杨族桥*，文　明

黄冈师范学院数学与统计学院，湖北 黄冈

收稿日期：2025年12月8日；录用日期：2026年1月22日；发布日期：2026年2月2日

摘　要

随着教育数字化与社会信息化的快速发展，培养创新能力人才已成为教育改革的核心方向，强调核心素养的培育以适应新时代的需求。针对等差数列教学内容的探究存在内容难理解，操作易出错等问题，该部分需要反思的问题多，便于培养数学逻辑推理，采用CTI教学模式，以“等差数列的前n项求和公式”为例进行实践研究。研究表明，CTI模式能有效提升课堂参与度、增强学习氛围，突出学生的主体地位，加深对知识的理解和掌握，数学逻辑推理素养水平得到提升，情感得到发展，并有助于发展学生的逻辑推理和解决问题的能力。CTI教学模式为数学教育提供了一种全新的视角，对于教育创新具有一定的推动作用。

关键词

等差数列，逻辑推理素养，CTI教学模式

A Case Study on Cultivating High School Students’ Logical Reasoning Competence in CTI Mode

—Taking the “Formula for the Sum of the First *n* Terms of an Arithmetic Sequence” as an Example

Qingyan Song, Zuqiao Yang*, Ming Wen

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: December 8, 2025; accepted: January 22, 2026; published: February 2, 2026

*通讯作者。

文章引用: 宋青燕, 杨族桥, 文明. CTI 模式下培养高中生逻辑推理素养的课例实践研究[J]. 创新教育研究, 2026, 14(2): 26-31. DOI: 10.12677/ces.2026.142091

Abstract

With the rapid advancement of educational digitization and social informatization, cultivating innovative talent has become the core direction of educational reform, emphasizing the development of core competencies to meet the demands of the new era. Teaching content on arithmetic sequences often faces challenges such as conceptual complexity and operational errors, necessitating extensive reflection to foster mathematical logical reasoning. This study employs the CTI teaching model, using the "formula for the sum of the first *n* terms of an arithmetic sequence" as a practical case study. Research indicates that the CTI model effectively enhances classroom engagement, strengthens the learning atmosphere, emphasizes student agency, deepens knowledge comprehension and mastery, elevates mathematical logical reasoning proficiency, fosters emotional development, and contributes to the growth of students' logical reasoning and problem-solving abilities. The CTI teaching model offers a novel perspective for mathematics education and holds potential to advance educational innovation.

Keywords

Arithmetic Sequence, Logical Reasoning Literacy, CTI Teaching Model

1. 问题提出

教育的数字化，社会的信息化正在转型中，未来更需要创新人才，创新人才培养的需要我们更加注重对学生创造性和逻辑推理能力的培养与发展。《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》(下文称“高中数学课程标准”)强调教学目标的制定、情境创设和问题设计、教学内容的把握要分别能够突出、发展、促进数学学科核心素养，同时要重视教和学，让学生学会学习，要实现信息技术与数学课程的深度融合[1]。

高中数学课程标准强调要注重培养学生的数学核心素养，要转变以知识为本的教学向培养数学核心素养的教学。在实际教学中，教师往往忽视对数学逻辑推理素养的培养，应该在教学中提出质疑，询问学生抽象得到的数学问题是否合理，做题过程中是否还有其他的展示方式或者分析讲解方式，如果学生缺乏自主探究知识和解决问题的过程，学生的逻辑推理就得不到进一步的提高。

2. CTI 教学模式与逻辑推理素养

2.1. CTI 教学模式

喻平教授融合建构主义、成功智力与情境认知理论，突破传统知识本位的教学范式，创建素养导向的 CTI 教学模式[2]。该模式以“建构－迁移－创新”三阶段为轴心，构建包含问题情境创设、知识探究建构[3]、理解应用、迁移应用[4]和创新应用[5]五个递进环节的教学流程，形成螺旋上升的能力发展路径。框架结构呈现各环节与数学核心素养维度的映射关系，通过认知层级跃迁实现抽象思维、推理能力等素养水平的系统性提升，建立了从知识内化到实践创新的系统性培养模式，见图 1。

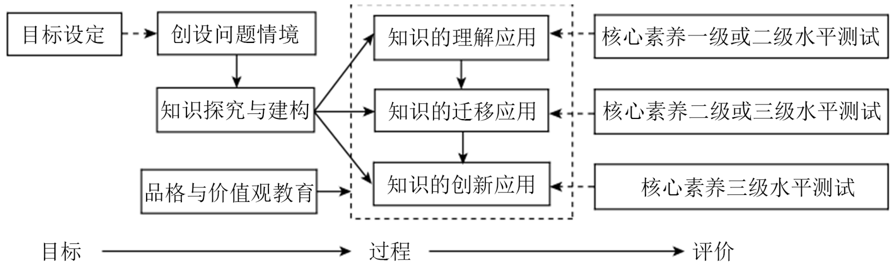

Figure 1. The basic framework of the CTI teaching model
图 1. CTI 教学模式的基本框架

赵文平等以“正态分布”教学为例，融入 CTI 教学模式，其中知识的迁移和创新应用为重点，设计层层递进的问题，便于学生自主探究，通过对照实验和访谈教师学生，得出 CTI 教学模式对于培养学生数学核心素养是切实可行的[6]。

2.2. 逻辑推理素养

逻辑推理素养作为高中数学课程标准六大核心素养之一，是培养学生思维严谨性和创新性的关键。逻辑推理是指从一些事实和命题出发，依据规则推出其他命题的素养[7]。史宁中教授认为，高中阶段的数学核心素养中最为重要的就是“抽象、推理和模型”[8]。逻辑推理素养不仅要求具备基本的逻辑知识，如理解命题逻辑、谓词逻辑等基础概念，还需要掌握各种推理方法和技术，并能在不同情境下灵活应用这些知识和技能。

2.3. CTI 教学模式与逻辑推理素养

CTI 教学模式包括“建构－迁移－创新”，数学逻辑推理素养是数学六大核心素养之一，学生主动对数学问题进行思考质疑，二者互相融合，以 CTI 教学模式推动学生数学逻辑推理的进一步发展。首先学生对问题情境进行分析，确定已知条件，再对已知条件进行分析；经过推理分析确定下一步应该做，对知识进行迁移，验证猜想；结合问题情境，联系实际，对结果进行反思，对于一些开放性问题，要积极讨论，进行创新应用。

3. 教学案例设计

以人教版 A 版选择性必修第二册教材作为参考，教材以高斯计算 1~100 的和为例，探究如何对等差数列进行求和，引导学生体会等差数列的求和方法——倒序相加法。学生在明白等差数列的概念和性质的基础上，通过动手操作理解等差数列求和的倒序相加法之后，对等差数列的通项公式进行运算推理，总结出等差数列的求和公式，加深对公式的理解，从而更好地对等差数列的进行综合应用，学生在深度理解该概念的过程中，不断地深化，内化，对知识进行迁移和创新，其批判性思维也得到了提高，数学核心素养也得到了发展。

3.1. 创设问题情境

某城市为了增加绿化，改善环境，启动了一项长期的绿化植树计划。第一日种植了 10 棵树，之后每日比前一日多植 10 棵树。请问植树 100 天后，一共种植了多少棵树？

设计意图：通过创设“植树计划”的实际情境，旨在培养学生的归纳推理能力。学生需从每日植树数量的规律中，归纳出等差数列的通项特征，并进一步推导求和公式。由具体数据(前几日植树量)观察规律，进而抽象出一般性数学模型，体现“特殊到一般”的思维过程，实现从生活情境到数学建模的自然

过渡，符合 CTI 模式对情境真实性和问题性的要求。

3.2. 知识的探究与建构

问题 1：同学们都算的怎么样呢？

预设学生回答：直接算不是很好算，计算量很大，从 10 加到 1000。

$$10+20+30+40+\cdots+1000=?$$

问题 2：有没有什么方法将其数值进行简便计算呢？

学生回答：首先观察算数式发现其是等差数列，并且都是 10 的倍数，可以提取公因数 10，如果将各数字倒过来，然后将其对应进行相加，这样得到的每一组和的相等，然后一共有 100 对和，我们只是求 1~100 的和，取相加后的和的一半。

$$10+20+30+40+\cdots+1000=10(1+2+3+\cdots+100)=10\times\frac{100(1+100)}{2}$$

思考 1：思考在等差数列求和时用了数列的什么性质？

学生回答：将求和计算式各数由小到大排列成数列，一共有一百项，满足的等差数列的性质是

$$当1+n=2+(n-1)时，a_1+a_n=a_2+a_{n-2}$$

问题 3：根据对等差数列求和所用到的性质和特点，对数列 $\{a_n\}$， $a_n=n$，进行求和。

学生回答：学生对偶数个和奇数个求和进行讨论，后面通过用高斯一样的倒序相加法得出，无论是偶数还是奇数个数进行求和，其结果是一样的。

问题 4：将以上方法推广到等差数列 $\{a_n\}$，求其前 n 项和。

学生回答：经过动手操作，得出等差数列的前 n 项和公式为：

$S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$，又将 $a_n=a_1+(n-1)d$ 代入公式得到 $S=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$ 。

思考 2：不从公式 $S_n=\dfrac{n(a_1+a_n)}{2}$ 出发，能用其他的方法得到求和公式 $S=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$ 吗？

学生回答：可以。拆分为两部分的和，一共有 n 项 a_1 相加则得 na_1，然后有 $(1+2+3+4+\cdots+n-1)$ 个 d 相加，则得 $\dfrac{n(n-1)}{2}d$，将部分相加即得 $S=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d$ 。

思考 3：对等差数列的求和公式进行思考，其求和的结果与哪些值有关，并且还有没有其他的发现？

学生回答：其求和结果与首项、最后一项、公差有关；知道首项、公差、总和三者中的两个就可以求出未知的那一项的值；其求和公式可以看做是关于 n 的二次函数，等差数列存在最大值或最小值。

设计意图：学生通过观察数列规律(首尾配对求和)，归纳出等差数列求和的通用方法；再通过提取公因数、公式推导等步骤，运用演绎推理验证其普遍适用性。从具体算例中归纳出一般模式，再以逻辑推理加以证明，实现“从特殊到一般，再由一般指导特殊”的思维循环。

3.3. 知识的理解应用

该部分主要是设计“等差数列前 n 项和公式”相关的习题巩固对新知的理解和应用，发展学生的“四基”和提高学生的“四能”，培养学生的解决问题的能力。

例 1：已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列：

1) 若 $a_1=7，a_{50}=101，求S_{50}$；

2) $a_1=100，d=-2，求S_{50}$。

例 2：在等差数列$\{a_n\}$中，若$S_{15}=5(a_2+a_6+a_k)$，求k。

设计意图：通过例 1、例 2 的递进式习题，学生运用等差数列求和公式进行推导计算，体现从已知条件到结论的演绎过程；由公式应用到综合分析，再到跨情境迁移，形成“建构－理解－迁移”的思维链条。

3.4. 知识的迁移应用

该部分主要是设计相似问题情境和设计知识综合应用题提高学生对知识在学科内的迁移，通过设计数学建模问题促进学生实现知识在数学学科外部的迁移应用[6]，学生的数学逻辑推理得到了更好的锻炼，数学核心素养水平也得到了提升。

例 3：南北朝时，张丘建在《张丘建算经》中提出了如下问题：

今有女子善织布，逐日所织的布以同数递增，初日织五尺，计织三十日，共织九匹三丈，问日增几何？

译文：某女子善于织布，一天比一天织得快，而且每天增加的数量相同。已知第一天织布 5 尺，30 天共织布 390 尺，问该女子织布每天增加多少尺？(注：一匹等于四丈，一丈等于十尺)

例 4：数列，$\{b_n\}$都是等差数列，且

$a_1=5$，$b_1=15$，$a_{50}+b_{50}=100$。求数列$\{a_n+b_n\}$的前 50 项和。

例 5：已知等差数列−9，−7.5，−6，⋯的前 n 项和为S_n，S_n是否存在最大(小)值？如果存在，求出取得最值时 n 的值。

设计意图：例 3 通过历史情境将实际问题抽象为等差数列模型，体现从具体到抽象的思维过程；例 4、例 5 则融合多个知识点，要求学生在复杂条件下灵活运用公式进行推导与最值分析，强化演绎推理与综合判断能力。由单一情境向多维应用拓展，实现知识的横向迁移与纵向深化。促进知识在学科内外的双向迁移，提升学生解决真实问题的能力，推动数学核心素养从理解走向迁移应用。

3.5. 知识的创新应用

知识的创新应用是在原知识和知识迁移的基础上进行的知识“再创造”，其过程中知识是内隐的，需要学生主动发现，并将其展现出来，是对已有知识的深入挖掘，在该部分设计创新拔高问题和推广性问题，让学生实现知识的创新应用和思维得到拓展[6]。

推广性问题是指学生在已有知识经验的基础上，推广现有知识，引入新的数学对象、探讨新的数学方法，提高学生探究数学问题的兴趣，培养学生的创造性思维和提升数学问题的解决能力[6]。

作业 1：本次课学习了“等差数列的前 n 项和公式”的相关内容，我们根据倒序相加法得到了等差数列的前 n 项和公式S_n。如果数列$\{a_n\}$是等差数列，那么S_n可以构成新的等差数列吗？需要满足什么条件才能构成等差数列呢？数列S_n，$S_{2n}-S_n$，$S_{3n}-S_{2n}$是等差数列吗，为什么？同学们以学习小组为单位，通过阅读书籍，充分运用教学资源，将探究思路和探究结果，以小组为单位进行汇报，汇报时小组之间互相给予评价，并且每个人要写 300 字关于此次探究活动的心得体会。

设计意图：通过探究“前 n 项和数列是否构成等差数列”等问题，学生需从具体案例出发归纳规律，再用代数推导进行演绎验证，实现由特殊到一般、由已知到未知的思维跃迁，培养学生的归纳推理、演绎推理与创造性思维。其内在联系在于：在已有知识基础上进行逻辑延伸与创新建构，体现数学思维的深化过程。引导学生自主探究、合作交流，在发现新关系、提出新命题中发展批判性思维与创新能力，推动核心素养向高阶水平发展。

4. 研究反思与讨论

该教学模式融合归纳推理、演绎推理与迁移应用，强调从情境出发、经历建构、建模、推导、迁移到

创新的全过程。在实施过程中，教师面临多重实际困难与挑战。

首先，时间控制难度大：探究活动易因学生讨论深入或思维卡点而超时，影响教学进度。教师需精准预设问题梯度，灵活调整节奏，必要时采用“主干先行、细节延后”的策略保障核心目标达成。

其次，学生基础差异显著：基础薄弱学生在抽象建模或公式推演中易产生畏难情绪，难以跟上高阶思维任务。对此，教师应提供差异化支持，设置递进式问题、分层任务或小组协作机制，让不同层次学生都能参与并有所收获。

再次，对教师专业素养要求高：教师不仅需深谙数学逻辑结构，还需具备敏锐的课堂洞察力，能即时捕捉生成性资源，引导学生从错误或模糊认知走向清晰推理。

此外，还需设计高质量的问题链与真实情境，平衡开放性与目标导向。因此，该模式要求教师兼具课程理解力、教学设计力与动态调控力，在尊重学生主体性的同时，有效引领思维进阶，真正实现“以学定教、以思促学”的教学理念。

5. 结语

本研究以“等差数列前 n 项和公式”为例，验证了 CTI 教学模式在发展学生逻辑推理与数学核心素养方面的有效性。通过真实情境驱动、自主探究与知识迁移，该模式有效激发学习主动性，深化理解并提升问题解决能力。研究表明，CTI 模式不仅适用于公式推导类内容，亦可拓展至概念建构或思想方法类知识，只需根据知识特性调整情境复杂度与探究路径。一般以真实问题为起点，以思维进阶为主线，以迁移创新为目标。未来应优化问题梯度、关注情感体验，推动 CTI 模式在更广数学教学领域的深度应用与迭代完善。

基金项目

2025 年黄冈师范学院研究生工作站课题(5032025016)。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 4.
[2] 喻平. 发展学生数学核心素养的一个教学模式建构[J]. 数学通报, 2023, 62(9): 1-6+11.
[3] 喻平. CTI 模式: “知识探究与建构”环节的教学策略[J]. 数学通报, 2023, 62(10): 1-7.
[4] 喻平, 胡晋宾. TI 模式: 知识迁移应用的教学策略[J]. 数学通报, 2023, 62(11): 1-6+28.
[5] 喻平, 谢圣英. CTI 模式: 知识创新应用的教学策略[J]. 数学通报, 2023, 62(12): 1-5+18.
[6] 赵文平, 王文超, 郭雪莹, 等. 基于 CTI 教学模式的课例实践研究——以“正态分布”的教学为例[J]. 数学通报, 2024, 63(9): 13-18.
[7] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 5.
[8] 赵思林, 黄成世. 基本事实与公理[J]. 中学数学, 2019(2): 89-91.