Creative Education Studies 创新教育研究, 2026, 14(1), 621-627
Published Online January 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2026.141077

Hans汉斯

基于“BOPPPS”教学模式下的概率论与数理统计教学设计

——以“贝叶斯公式”为例

王世杰，方晓峰，王　恒

火箭军工程大学基础部数学教研室，陕西　西安

收稿日期：2025年12月18日；录用日期：2026年1月16日；发布日期：2026年1月27日

摘　要

概率论与数理统计课程兼具抽象理论性与实践应用性，这一特性对传统教学模式提出了新的挑战。BOPPPS教学模式构建了“导入－目标－前测－参与式学习－后测－总结”的完整闭环，解决了传统教学的照本宣科、针对性弱以及学用脱节等问题。本文以“贝叶斯公式”这一核心知识点为研究对象，构建一套针对性突出、可直接落地的教学方案，旨在破解学生对抽象统计概念的理解难题，切实提升其知识迁移与应用能力。

关键词

贝叶斯公式，传统教学，参与式学习

Teaching Design of Probability Theory and Mathematical Statistics Based on “BOPPPS” Teaching Mode

—Taking “Bayesian Formula” as an Example

Shijie Wang, Xiaofeng Fang, Heng Wang

Department of Mathematics, Foundation Department, Rocket Force University of Engineering, Xi’an Shaanxi

Received: December 18, 2025; accepted: January 16, 2026; published: January 27, 2026

Abstract

The courses of probability theory and mathematical statistics have both abstract theory and

文章引用: 王世杰, 方晓峰, 王恒. 基于“BOPPPS”教学模式下的概率论与数理统计教学设计[J]. 创新教育研究, 2026, 14(1): 621-627. DOI: 10.12677/ces.2026.141077

practical application, which poses a new challenge to the traditional teaching mode. BOPPPS teaching mode has built a complete closed loop of "introduction-goal-pre-test-participatory learning-post-test-summary", which has solved the problems of traditional teaching, such as scripted, weak pertinence and disjointed learning and application. In this paper, the core knowledge point "Bayesian formula" is taken as the research object, and a set of targeted and directly applicable teaching scheme is constructed, aiming at solving the problem of students' understanding of abstract statistical concepts and effectively improving their knowledge transfer and application ability.

Keywords

Bayesian Formula, Traditional Teaching, Participatory Learning

1. 引言

《概率论与数理统计》是大学理工科的一门基础课程，它以“不确定现象”为研究对象，为进一步从数据中发现规律提供了科学依据，进而实现从理论基础到实践应用的转变，为现代各领域的研究奠定了基础。比如在经济学中通常使用概率模型对股票的价格波动进行预测；在社会学中通过抽样分布对人口进行抽样调查；在工业制造领域，通过概率计算确定汽车部件的保修期限；在信息技术领域通过最大似然估计可以对神经网络的参数进行优化等等，这充分体现了该门课程的重要性。然而因《概率论与数理统计》内容比较抽象、理论性较强、同时对前期所学的课程要求高，造成学生理解难度大、知识衔接不畅，容易出现概念混淆、逻辑断层的问题，进而导致课堂吸收效率低[1]。

传统的《概率论与数理统计》课堂，老师常采用板书和 PPT 的方式进行，学生常被动接受知识，缺乏主动探索的精神，难以形成系统的认知；同时老师在授课的过程中通常采用一刀切的方式，默认所有的学生基础和接受能力一样，并不能满足学生的个性化需求；课堂练习侧重知识的系统性，与现实生活相脱节，通常学生可能会做一些题，但处理具体的问题可能会无从下手等。

BOPPPS 教学模式最初是加拿大广泛推行的教师技能培训体系的理论基础[2]。最初用于职业教育课程设计，后因其结构化、互动性强的特点，被广泛应用于高等教育。同时 BOPPPS 教学模式为课程建设提供了高效实施路径，其结构化环节与互动设计可精准提升知识传递效率。BOPPPS 教学模式将复杂的教学过程拆解为 6 个可操作、可量化的模块，每个环节都有明确的功能定位和实施标准，解决了传统教学中“目标模糊、环节脱节”的问题。从“激发兴趣－明确目标－诊断基础－主动学习－检验效果－总结升华”形成完整闭环，确保教学活动围绕核心目标展开，减少无效教学环节。本文以“贝叶斯公式”为例，探讨基于 BOPPPS 教学模式下的概率论与数理统计教学设计，同时在一些环节创新性地融入思政元素。

2. 理论基础

传统的授课模式一般以“教师主讲，学生被动接收”为主。而建构主义学习理论的核心观点强调学习是学习者在原有知识经验的基础上，通过主动探索、意义建构的方式获得新知识的过程，而非被动的接受。BOPPPS 模式作为一种典型的结构化教学模型，与建构主义学习理论的核心观点存在深度契合。例如建构主义学习理论强调学习情境的重要性，认为真实、生动的学习情境能够激发学习者的学习兴趣，

帮助学习者将新知识与原有经验建立联系，而 BOPPPS 模型的“导入”环节恰好呼应了这一要求。建构主义强调学习者的主动参与，而 BOPPPS 模型的“参与式学习”环节通过小组讨论、案例分析、实践操作等多种互动形式，为学生提供了主动探索、积极思考的平台，使学生从知识的被动接受者转变为主动建构者。贝叶斯公式是概率统计教学中的重点和难点内容，其学习难点主要体现在三个方面：一是公式形式抽象，学生难以理解其核心逻辑与本质内涵；二是推理过程复杂，需要综合运用条件概率、全概率公式等前置知识，对学生的逻辑推理能力要求较高；三是应用场景灵活，学生难以将公式与实际问题有效结合，缺乏解决实际问题的能力。BOPPPS 模型通过“导入”环节的情境创设，将抽象的贝叶斯公式与军事情境相结合，让学生直观感受贝叶斯公式的应用价值；BOPPPS 模型的“前测”环节能够精准定位学生的知识薄弱点，针对学生在前置知识上的不足，教师可通过简短的补充讲解、针对性练习等方式进行查漏补缺，为贝叶斯公式的推理学习埋下伏笔；在 BOPPPS 模型的“参与式学习”环节通过丰富的案例实践活动，让学生在具体的问题情境中运用贝叶斯公式解决实际问题，既能激发学生的学习兴趣，又能提高学生解决问题的能力。

BOPPPS 教学模式共有 6 个模块，Bridege-in (导入)、Objective (目标)、Pre-assessment (前测)、Participatory Learning (参与式学习)、Post-assessment (后测)、Summary (总结) [3]。以“前测”精准把握学生知识盲区与学习需求，以“参与式学习”赋予学生学习主动权，以“后测 + 总结”聚焦学生学习效果，真正实现“以学定教、因材施教”，让学生从被动接收者转变为主动建构者。本文将 BOPPPS 教学模式应用于概率论与数理统计的“贝叶斯公式”中进行教学设计，共包含 3 个环节 6 个模块，如图 1 所示。

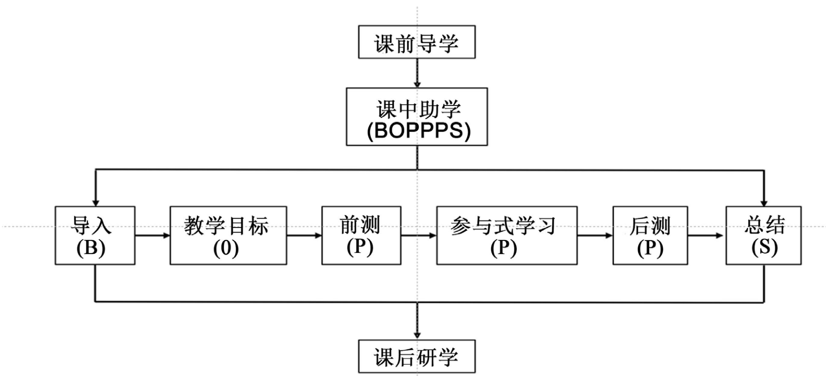

Figure 1. The flow chart of “BOPPs” teaching mode
图 1. “BOPPPS”教学模式的流程图

3. 基于“BOPPPS”模型下“贝叶斯公式”教学设计

3.1. 导入(Bridge-in)

“天蝎号”核潜艇作为当时美军最快的核潜艇，然而在 1968 年“天蝎号”核潜艇在大西洋海域失联。

提出问题：美军如何在广阔海域中精准定位潜艇残骸？

目的：引导学员发现贝叶斯公式在军事搜救任务中的重大作用，通过该引例提高学员的学习兴趣。

3.2. 教学目标(Objective)

知识目标：理解贝叶斯公式的定义、推导逻辑，掌握先验概率与后验概率的概念。

能力目标：能运用贝叶斯公式解决实际问题。

情感目标：培养学生批判性思维和诚信意识，增强社会责任感和职业道德素养。

3.3. 前测(Pre-Assessment)

通过雨课堂提前布置课前导学任务，发布全概率公式和贝叶斯公式相关的微课视频及概率统计发展史片段，并完成以下问题：

1) 全概率公式的适用条件和表达式是什么？
2) 贝叶斯公式的适用条件和表达式是什么？
3) 贝叶斯公式在概率统计领域的主要贡献有哪些？

思政元素：在概率统计发展史中融入中外科学家的贡献，既介绍贝叶斯、拉普拉斯等西方学者的成就，也补充我国古代统计思想(如《九章算术》中的概率萌芽)，培养辩证看待中外文化的视野，增强学生的文化自信感。

3.4. 参与式学习(Participatory Learning)

3.4.1. 公式推导

问题 1：基于前测中全概率公式和乘法公式，提出问题：设 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为 Ω 的一个完备的事件组且 $P(A_i) > 0, i = 1, 2, \cdots, n$，对任一事件 B $(P(B) > 0)$，事件 B 发生时 A_i 发生的概率是多少？即 $P(A_i | B)$ 为多少？也就是当结果事件 B 发生时，原因事件 A_i 发生的概率是多少？

引导 1：首先根据条件概率我们可以得到

$$P(A_i | B) = \frac{P(BA_i)}{P(B)},$$

根据观察我们发现分子可以利用乘法公式进行展开得到

$$P(BA_i) = P(B | A_i) P(A_i),$$

分母根据全概率公式得到

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B | A_i) P(A_i),$$

因而贝叶斯公式

$$P(A_i | B) = \frac{P(B | A_i) P(A_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(B | A_i) P(A_i)}。$$

由上式分析引导学员发现，由全概率公式和条件概率的定义我们就可以推到贝叶斯公式的计算方法。

问题 2：贝叶斯公式和全概率公式的区别在？

引导 2：全概率公式通过考虑所有可能导致某个事件发生的可能情况，来计算该事件的总概率。而贝叶斯公式则提供了一种在已知结果的情况下，逆向推断原因事件的发生概率的方法[4]。

问题 3：条件概率和贝叶斯公式联系？

引导 3：条件概率是基础：它描述了在事件 B 已发生的情况下，事件 A 发生的概率。公式为：

$$P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} \left(P(B) > 0\right)$$

是计算“已知结果事件推原因事件发生概率”的起点。贝叶斯公式是条件概率的延伸。它聚焦“逆概率”问题(如引例中“已知探测结果，推潜艇位置”)，核心是用新信息修正先验信息。公式为：

$$P(A_i \mid B)=\frac{P(A_iB)}{P(B)}$$

简而言之，条件概率是贝叶斯公式的“基石”，贝叶斯公式是条件概率在多原因场景下的“进阶应用”。

3.4.2. 案例应用

历史典故“烽火戏诸侯”，周幽王有位宠妃褒姒，素来不爱笑。幽王为博她欢心，屡次无故点燃边关告急的烽火。诸侯们见烽火燃起，以为外敌入侵，纷纷率领兵马星夜驰援，抵达后却发现并无战事，只是幽王的戏耍；如此反复数次，诸侯们渐渐不再相信烽火信号。后来，犬戎真的举兵入侵，幽王急忙点燃烽火向诸侯求救，可诸侯们以为又是骗局，无人起兵响应。最终，幽王被犬戎所杀，西周就此灭亡。

提出问题 4：周幽王的可信度是如何变化的？为了更好地理解周幽王可信度的变化情况，我们做出一些假设，在此过程中重点理解，后验概率如何成为下一次迭代的先验概率。

我们不妨记事件 A 为周幽王可信，事件 B 为周幽王说谎，不妨假设周幽王在各诸侯心里的可信度为 $P(A)=0.8, P(\bar{A})=0.2$，并设 $P(B \mid A)=0.1, P(B \mid \bar{A})=0.6$。根据以上信息，画出如下概率图(见图 2)。

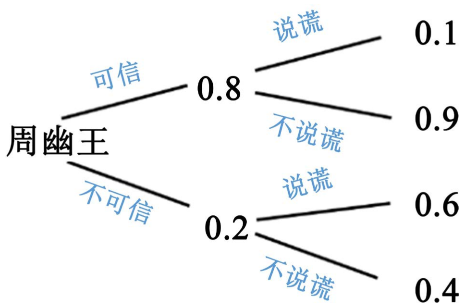

Figure 2. Probability diagram of Zhou Youwang credibility
图 2. 周幽王可信度概率图

① 当周幽王第一次说谎时，可信度下降为：

$$\begin{aligned}P(A \mid B)&=\frac{P(BA)}{P(B)}=\frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B \mid A)P(A)+P(B \mid \bar{A})P(\bar{A})}\\&=\frac{0.8\times 0.1}{0.2\times 0.6+0.8\times 0.1}\\&=0.4\end{aligned}$$

② 周幽王第二次说谎时，此时 $P(A)=0.4, P(\bar{A})=0.6$，可信度下降为：

$$\begin{aligned}P(A \mid B)&=\frac{P(BA)}{P(B)}=\frac{P(B \mid A)P(A)}{P(B \mid A)P(A)+P(B \mid \bar{A})P(\bar{A})}\\&=\frac{0.4\times 0.1}{0.6\times 0.6+0.4\times 0.1}\\&=0.1\end{aligned}$$

由此可以看出，当周幽王第一次说谎时，可信度从原来的 0.8 降到 0.4；当周幽王第二次说谎时，可信度从原来的 0.4 将到 0.1。由此可以看出，周幽王经过多次说谎后，大臣已不再信任周幽王。

思政元素：诚信是立身之本。周幽王为博美人一笑，无视烽火传递军情的严肃性，以谎言戏耍诸侯，

本质是对诚信的践踏。这一典故直观印证了“人无信不立，国无信则衰”的道理。在人生中，无论是学术研究里的诚信治学，还是未来工作中的履职尽责，诚信都是不可逾越的底线。

3.4.3. 贝叶斯公式在军事上的应用

例 1、飞机坠落在甲、乙、丙、丁四个区域之一，搜救部门判断其概率分别为 0.3、0.2、0.4、0.1，先打算逐个搜索该区域。若飞机坠落在甲、乙、丙、丁四个区域内，被搜索部门发现的概率分别为 0.8、0.7、0.75、0.9。问：首先应该搜索那个区域？若搜索此区域后，未发现飞机，则此时飞机落入四个区域的概率又是多少呢？[5]

解：设 $A_1=\{飞机落入甲区域\}$， $A_2=\{飞机落入乙区域\}$， $A_3=\{飞机落入丙区域\}$， $A_4=\{飞机落入丁区域\}$

1) 因为 $P(A_4)<P(A_2)<P(A_1)<P(A_3)$ (先验概率)，所以首先应该搜索丙区域。

2) $\bar{B}=\{首次搜索在丙区域未发现飞机\}$，

由全概率公式得：

$$P(\bar{B})=\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(\bar{B}\mid A_i)=0.3\times1+0.2\times1+0.4\times0.25+0.1\times1=0.7$$

由于事件 $\bar{B}$ 已经发生，因而飞机落入四个区域的概率为

$$P(A_1\mid\bar{B})=\frac{P(A_1\bar{B})}{\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(\bar{B}\mid A_i)}=\frac{P(A_1)P(\bar{B}\mid A_1)}{\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(\bar{B}\mid A_i)}=\frac{0.3\times1}{0.7}=\frac{3}{7}$$

$$P(A_2\mid\bar{B})=\frac{P(A_2\bar{B})}{\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(\bar{B}\mid A_i)}=\frac{P(A_2)P(\bar{B}\mid A_2)}{\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(\bar{B}\mid A_i)}=\frac{0.2\times1}{0.7}=\frac{2}{7}$$

$$P(A_3\mid\bar{B})=\frac{P(A_3\bar{B})}{\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(\bar{B}\mid A_i)}=\frac{P(A_3)P(\bar{B}\mid A_3)}{\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(\bar{B}\mid A_i)}=\frac{0.4\times0.25}{0.7}=\frac{1}{7}$$

$$P(A_4\mid\bar{B})=\frac{P(A_4\bar{B})}{\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(\bar{B}\mid A_i)}=\frac{P(A_4)P(\bar{B}\mid A_4)}{\sum_{i=1}^{4}P(A_i)P(\bar{B}\mid A_i)}=\frac{0.1\times1}{0.7}=\frac{1}{7}$$

此时将飞机落入四个区域的概率修正为

$$P(A_1)=\frac{3}{7},P(A_2)=\frac{2}{7},P(A_3)=\frac{1}{7},P(A_4)=\frac{1}{7}\ \text{(后验概率)}$$

根据修正后的概率，如果继续搜索则下次改搜索甲区域最合适。

思政的引入：搜救部门对搜索区域的初始概率是由以往的经验得来的，就像我们对事物的初步认知，而搜索的过程就是实践的过程，搜索结果就是实践得出的新的证据，贝叶斯公式就是利用实践的结果作为新的证据去修正最初的概率，不断迭代此过程，直到飞机找到为止。以此告诫学生不要过于盲信经验主义，时刻牢记实践是检验整理的唯一标准。

3.5. 后测(Post-Assessment)

通过雨课堂在线平台布置练习题，深化知识应用：

例 1 (疾病诊断)用甲胎蛋白法诊断肝癌，若某人患有肝癌试验为阳性的概率为 0.99，健康试验为阴性

的概率为 0.95。根据调查某地区居民肝癌的发病率为万分之四，若该地区某居民检验结果呈阳性，问该居民患肝癌的概率是多少？

例 2 (工业制造)某电子设备制造厂所用原件由三家制造厂提供。根据以往记录，有如下数据，见表 1：

Table 1. Factory manufacturing share and defective rate
表 1. 工厂制造份额及次品率

元件制造厂	次品率	提供份额
1	002	0.15
2	0.01	0.80
3	0.03	0.05

设三家工厂的产品在仓库中是均匀分布的，且无标志。从仓库中随机抽取一只原件，求：

1) 它是次品的概率；

2) 若已知取到的是次品，它分别来自 1 厂的概率。

思政元素：通过实际应用场景的习题，让学生体会贝叶斯公式在工业生产、疾病诊断等领域的价值，培养运用数学知识解决实际问题的能力，增强社会责任感。

3.6. 总结

教师引导学生回顾本节课核心内容：贝叶斯公式的推导以及应用，强调“先验概率－新信息－后验概率”的决策思维。最后引用名言寄语学生：“数据是理性的基石，诚信是做人的根本，用科学方法洞察世界，用责任担当书写人生”。

4. 小结

基于 BOPPPS 模式的“贝叶斯公式”教学设计，以问题导入激发兴趣，以前测衔接基础，以参与式学习深化理解，以后测巩固应用，以总结升华价值。通过模块化设计，将贝叶斯公式的专业知识与理性思维、诚信意识、社会责任等思政元素有机融合，既落实了知识传授目标，又实现了价值引领功能。

参考文献

[1] 滕兴虎, 姚泽清, 赵颖, 等. 关于“贝叶斯公式”的教学研究[J]. 高等数学研究, 2017, 20(3): 34-35.

[2] 曹丹平, 印兴耀. 加拿大 BOPPPS 教学模式及其对高等教育改革的启示[J]. 实验室研究与探索, 2016, 35(2): 196-200+249.

[3] 段志强, 赵佳福, 张依裕, 等. “BOPPPS + 课程思政”教学模式在“细胞分子生物学”课程教学中的应用——以蛋白质工程章节为例[J]. 西部素质教育, 2023, 9(6): 32-35.

[4] 王慧, 李凯旋. 高校全概率公式与贝叶斯公式的教学探索[J]. 科技风, 2025(22): 124-126.

[5] 杨萍. 工程数学工程应用案例及分析[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2022.