

“空间向量与立体几何”的逆向单元作业设计

钱妙妙, 晏莉娟

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2026年3月19日; 录用日期: 2026年5月19日; 发布日期: 2026年5月26日

摘要

逆向设计以“目标导向、评价先行”为核心逻辑, 契合高中数学核心素养培育与单元整体教学的要求。针对当前高中数学单元作业存在的目标泛化、形式单一等问题, 以UbD理论为支撑, 构建“分析单元学习内容 - 设计单元作业目标 - 研制单元作业评价标准 - 设计单元作业内容 - 反馈改进作业内容”的五阶单元作业设计流程, 并以“空间向量与立体几何”单元为例, 给出了具体的单元作业设计。该研究能实现作业的育人功能, 助力学生数学知识体系构建与核心素养发展。

关键词

逆向设计, 单元作业, 高中数学

Reverse Unit Assignment Design for “Spatial Vectors and Solid Geometry”

Miaomiao Qian, Lijuan Yan

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: March 19, 2026; accepted: May 19, 2026; published: May 26, 2026

Abstract

Reverse design centers on the logic of “goal-oriented, assessment first”, aligning with the cultivation of core competencies in high school mathematics and the requirements of holistic unit teaching. Addressing current issues in high school mathematics unit assignments, such as overly generalized goals and monotonous forms, this study, supported by the UbD theory, constructs a five-step unit assignment design process: “analyze unit learning content - design unit assignment objectives - develop unit assignment evaluation criteria - design unit assignment content - feedback and improve assignment content”. Taking the unit “Spatial Vectors and Solid Geometry” as an example, a specific unit assignment design is provided. This study can realize the educational function of assignments and help students construct a mathematics knowledge system and develop core competencies.

3. 基于逆向设计的数学单元作业设计

逆向设计的核心逻辑是“目标-评价-活动”，以 UBD 理论为基础，结合高中数学单元教学特点，构建数学单元作业设计五阶流程，如图 1 所示，构建高中数学单元作业体系。

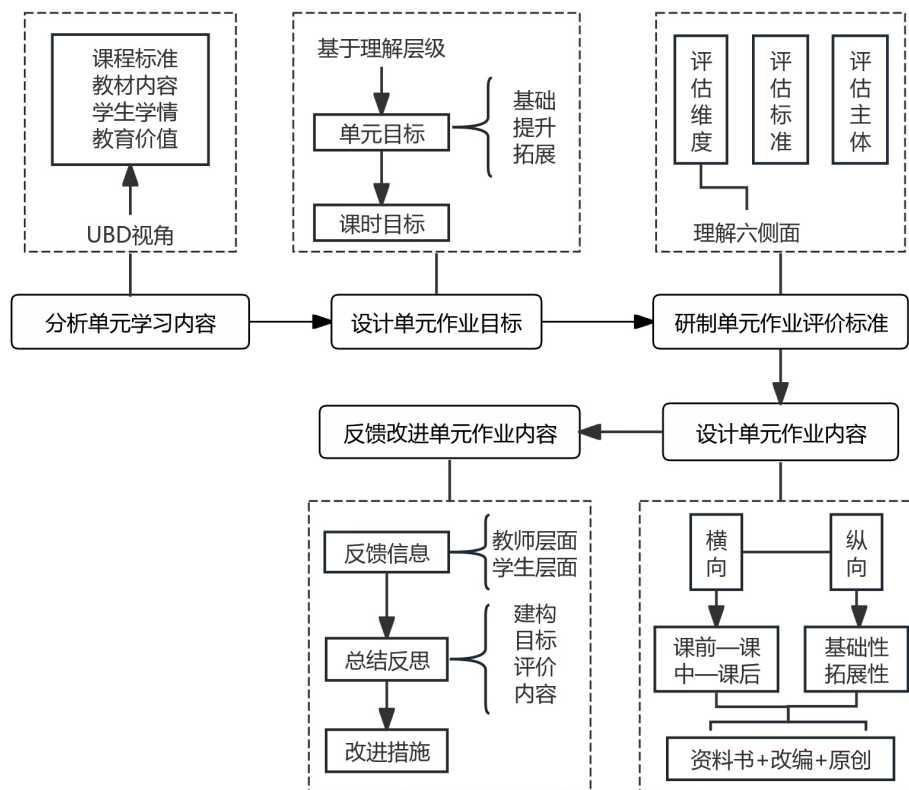


Figure 1. Flowchart for designing homework for inverse mathematics unit
图 1. 逆向数学单元作业设计流程图

3.1. 阶段一：分析单元学习内容

分析单元学习内容是逆向单元作业设计的基础环节，本质是明确单元核心概念、锚定设计依据，为目标制定提供支撑。UbD 理论强调通过单元整体的视角来分析单元内容。教师应仔细阅读教材以及课程标准，并结合学生学情分析单元的学习内容。本研究主要从课程标准、教材内容、学生学情以及教育价值四方面展开分析单元内容，这些分析结果将为后续单元作业目标的确定提供明确依据，为作业设计奠定基础。现以人教版教材为例，对“空间向量与立体几何”单元内容进行分析，如表 1 所示。

进一步梳理单元知识结构，寻找各课时的内在联系，确定核心概念，最终形成整个单元的内容分析，如图 2。

Table 1. Content analysis of the “spatial vectors and solid geometry” unit
表 1. “空间向量与立体几何”单元内容分析

要素	内容
课程标准	本章属于新课标中“几何与代数”主线的内容，核心目标是深化直观想象、逻辑推理、数学运算和数学抽象素养，要求学生掌握空间向量的线性运算、数量积，能用向量法解决线面位置关系判断、空间角与距离计算，教学需突出代数方法解决几何问题的思想，强化数形结合能力。

续表

教材内容	分“空间向量及其运算”“空间向量的应用”两大模块,前者含空间向量概念、线性运算、数量积及坐标表示,后者含用空间向量研究线、面位置关系以及距离、夹角问题。对于用空间向量解决立体几何问题,编排“先分散、后集中”,随学随用,衔接立体几何初步与平面向量知识。
学生学情	有平面向量和立体几何初步基础,具备一定抽象思维与运算能力;难点为空间向量坐标建立、向量运算与几何意义脱节、逻辑推理与代数运算结合不顺畅;在由平面向量推广到空间向量的过程中,对于相同点与不同点的理解可能有困难,以及在探究问题和合作交流意识方面不够均衡,尚有待加强,需要教师的指导和帮助。
教育价值	知识层面,搭建代数与几何的桥梁,完善数学知识体系;能力层面,提升用代数方法解决几何问题的能力,培养数形结合思维;素养层面,深化核心素养,助力学生解决工程测量、立体设计等实际问题,兼具学科方法价值与现实应用价值。

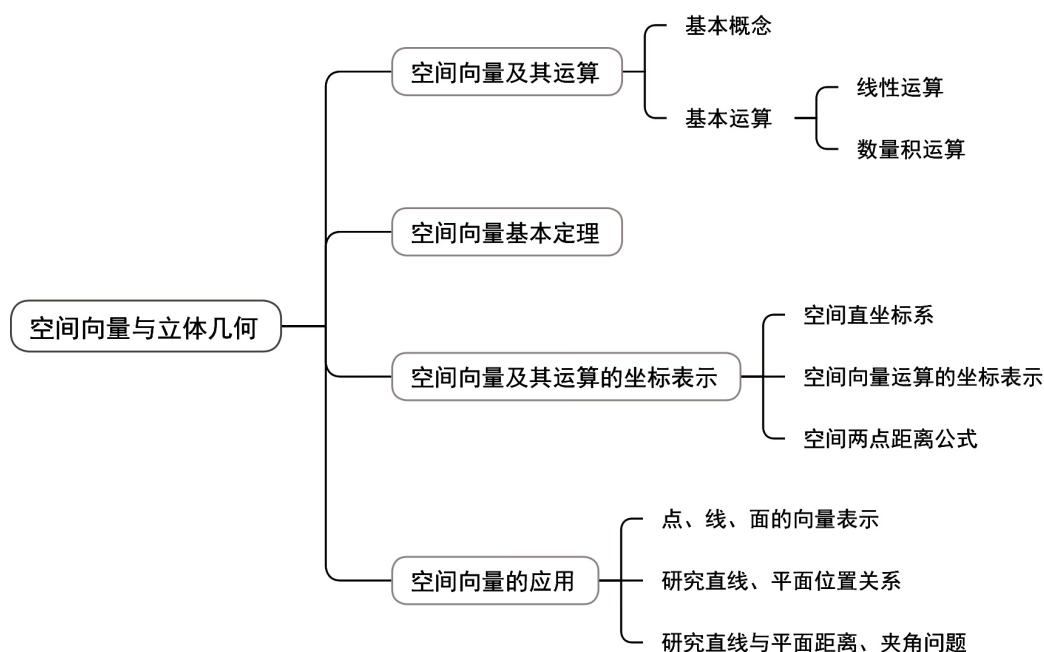


Figure 2. Knowledge structure diagram of the “spatial vectors and solid geometry” unit

图 2. “空间向量与立体几何”单元知识结构框图

3.2. 阶段二：设计单元作业目标

单元作业目标是逆向单元作业设计的出发点和落脚点,科学制定单元作业目标,应以新课标为依据,落实数学学科核心素养的培养要求,同时要与单元教学目标相呼应,将其转化为可通过作业检验的具体目标。根据学生认知水平的差异,将作业目标分为基础层、提升层和拓展层三个层次,基础层目标主要指向学生对单元核心知识的掌握与基础技能的夯实;提升层目标指向学生对知识的灵活应用与能力发展;拓展层目标指向学生核心素养培育与创新思维激发,整体适配不同认知水平学生的差异化学习需求。在前期分析基础上,确定能评估学生不同理解侧面的单元作业目标,如表 2 所示。

单元作业目标是对课时作业目标的集中统领,结合学生的认知起点与单元知识的课时排布逻辑,依据单元作业目标规划每个课时的学习内容,关注单元作业目标与各课时作业目标的联系,将单元作业目标细化为可操作、可评价的课时作业目标。根据“空间向量与立体几何”单元可以设计 13 个课时的作业内容,本文只展示部分课时作业目标,具体见表 3。

Table 2. Unit assignment objectives**表 2.** 单元作业目标

类型	编码	内容	理解侧面	核心素养体现
基础目标	A-1	经历由平面向量推广到空间向量的过程, 了解空间向量的概念		数学抽象
	A-2	掌握空间向量运算规则及坐标公式		数学运算
	A-3	掌握空间直角坐标系的建立原则, 明确点的坐标与向量坐标的对应关系	解释	直观想象
	A-4	能用向量语言表述线面夹角以及垂直与平行关系		数学抽象
	A-5	能用向量法证明线面位置关系的判定定理、解决距离和简单夹角问题		逻辑推理
提升目标	A-6	能在正方体、棱锥等几何体中规范建立空间直角坐标系, 准确求出点与向量的坐标	应用	直观想象
	A-7	能用向量法完整证明线线、线面、面面平行和垂直, 写出严谨的推理过程	应用	逻辑推理
	A-8	能将立体几何问题转化为向量问题, 用向量方法解决立体几何中的问题	洞察	数学抽象
	A-9	能在解决具体问题的基础上, 归纳概括出用空间向量解决立体几何中问题的“三部曲”	阐明	逻辑推理
拓展目标	A-10	解决实际问题时, 能抽象出空间向量模型, 体现用数学方法解决现实问题的意识	应用	数学抽象
	A-11	归纳向量法、综合法与坐标法的特点, 能根据具体问题的特点选择合适的方法	洞察	直观想象
	A-12	能归纳概括向量方法, 提高抽象概括能力	阐明	逻辑推理
	A-13	明确本单元收获与不足之处	自省	\

Table 3. Lesson homework objectives**表 3.** 课时作业目标

核心内容	目标及理解侧面	课时作业目标	课时
空间向量及其运算(1)	A-1 解释、洞察	掌握空间向量的定义、模长概念, 区分空间向量与平面向量的异同点	1
	A-2 解释	掌握空间向量的线性运算与法则	
	A-1 解释	掌握空间向量共线、共面的充要条件	
空间向量及其运算(2)	A-2 解释	掌握空间向量的数量积运算与法则	2
	A-2 解释、阐明	了解空间向量投影的概念以及投影向量的意义	
空间向量基本定理	A-1 解释	了解空间向量基本定理及其意义	3
	A-1 解释	掌握空间向量的正交分解	
	A-12 应用	能运用空间向量基本定理解决问题	
.....

单元目标统领课时目标, 课时目标支撑单元目标。以 A-8 为例: (1) 单元目标→分解为课时目标: 能在棱柱或棱锥中完成“几何问题→向量模型→坐标运算→几何结论”的转化; (2) 该课时目标直接指向作业内容设计(如表 5 第 6 题、第 7 题); (3) 作业完成质量由评价标准中“洞察”维度进行判定, 形成“目标→课时目标→作业→评价”的闭环逻辑。

3.3. 阶段三: 研制单元作业评价标准

单元作业评价标准是逆向单元作业设计的核心, 需结合单元作业目标构建多维度的评价体系。《教

育强国建设规划纲要（2024—2035年）》指出，要构建引导学生德智体美劳全面发展的考试或考核内容体系，重点强化学生关键能力、学科素养和思维品质考查。评价标准是检验作业成效的依据，基于理解六侧面设计作业评价量规，主要从理解的维度解释、应用、洞察、移情、自知五个维度设计，每个维度下设具体的评价标准，为确保评价的可操作性，采用“等级制 + 描述性评价”结合的方式，将每个指标划分为“良好(8~10分)”“基本合格(5~7分)”“有待加强(5分以下)”三个等级，并明确各等级的具体表现。评价主体包含教师和学生，评价方式有教师评价，学生之间互评以及自评，确保评价的客观性和全面性，评价方案见表4所示，并把评价标准展示给学生，让学生明确作业的评价依据与努力方向，更高质量地完成作业。

Table 4. Evaluation criteria for unit assignments

表 4. 单元作业评价标准

评估 维度	评价标准			评价 主体
	有待加强(5分以下)	基本合格(5~7分)	良好(8~10分)	
解释	混淆平面向量和空间向量，不能准确判断并证明线面位置关系	能区别平面向量和空间向量，能判断线面位置关系但证明有困难	能区别平面向量和空间向量，准确判断并证明线面位置关系	教师评价
应用	无法正确建系并求出特殊点坐标，只能完成直接套用公式的简单计算	能在正方体、长方体等规则几何体中完成建轴、坐标求解及基础运算	能在正四棱锥、直三棱柱等非规则几何体中准确建轴，完成坐标求解及基础运算	教师评价
洞察	无法关联向量运算与立体几何问题，只会用一种方法且无法判断方法是否适用	知道向量法可替代部分几何证明，但无法说明优势	能将立体几何问题转化为向量问题，运用多种方法解题，并且选择最优的方法	教师评价
神入	互评时仅能对照标准判断对错，无具体评价，无法理解他人的解题方法	互评时能指出同学的具体错误，但无法分析错误原因，能接受他人对自己的修正建议	互评作业中能准确分析同学错误原因，并给出适配其水平的建议。能理解他人不同的解题方法	互评
自省	对作业中的失分无反思，归因于粗心，依赖教师讲解，无自主改进意识	能在教师提示下认识到不足，能订正作业错误，但未总结反思	能精准定位自身薄弱点，反思总结并制定针对性改进计划	自评

评价标准不是事后打分工具，而是前置设计依据。例如 A-8 对应“洞察”维度，评价标准明确：

良好：能转化问题、多方法解题、选最优方法；

基本合格：能转化但不会优选方法；

有待加强：无法关联向量与几何问题。该标准直接指导作业题目设计，确保题目能检测“洞察”层级。

3.4. 阶段四：设计单元作业内容

单元作业内容是逆向单元作业设计的核心，是目标与评价的载体，其质量是发挥作业功能和实现作业效果的先决条件。如何制定兼具吸引力与有效性的作业是教师需要去考虑的，吸引力指学生享受完成作业的过程，甚至愿意主动完成作业任务，勇于面对各种挑战性问题，有效性指学生完成作业任务达到了相应的目标。课时作业内容要与课时目标相呼应。

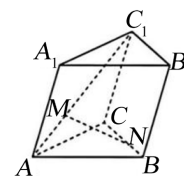
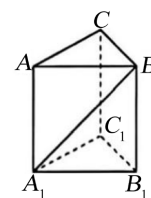
作业内容类型需结合高中数学学科特点设计多样化形式，包含选择题、填空题、解答题、综合题和开放题。在作业内容编排上，结合高中数学特点，纵向上，作业类型可分为基础性作业和拓展性作业。基础性作业聚焦单元核心知识，帮助学生夯实基础；拓展性作业侧重知识的迁移与应用，培养学生的解

题能力。横向上, 按照“课前-课中-课后”的层次, 以单元整体教学为统领, 设计预习导向作业、随堂检测作业、课后分层作业、总结性作业。同时, 作业设计需控制难度梯度, 允许学生根据自身情况选择作业, 确保作业的可接受性。对于作业内容的设计, 题目来源应该多样化, 不仅仅是通过课本例题、配套资料里的内容, 而应增加教师根据学生的具体学习情况对题目进行改编以及原创编写, 部分作业如表 5。

Table 5. Unit first lesson homework

表 5. 单元第一课时作业

课时 1 空间向量及其线性运算(1)	
本课时你是否掌握了以下知识:	
1. 掌握空间向量的定义、模长概念, 区分空间向量与平面向量的异同点	
2. 掌握空间向量的线性运算与法则	
3. 掌握空间向量共线、共面的充要条件	
预习导向作业:	
课前	1. 联想用平面向量解决物理问题的方法, 能否把平面向量推广到空间向量? 2. 尝试在你身边的教室或家中, 找出至少三个可以作为“空间向量”实例的物理量或几何量, 并简要说明。
课中	随堂检测作业: 课本第 10 页, 习题 1.1 第 1 题和第 2 题
基础性作业(必做)	
1. 下列结论中正确的是()	
A. 向量 \overrightarrow{AB} 与 \overrightarrow{BA} 长度相等	
B. 将空间中所有的单位向量移到同一个起点, 则它们的终点构成一个圆	
C. 空间非零向量就是空间中的一条有向线段	
D. 不相等的两个空间向量的模必不相等	
2. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列向量为向量 $\overrightarrow{AD_1}$ 的相反向量的是()	
A. $\overrightarrow{C_1B}$ B. $\overrightarrow{BC_1}$ C. $\overrightarrow{B_1A}$ D. $\overrightarrow{AB_1}$	
3. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 $\overrightarrow{CA}=a, \overrightarrow{CB}=b, \overrightarrow{CC_1}=c$, 则 $\overrightarrow{A_1B} = ()$	
A. $a+b-c$ B. $a-b+c$ C. $-a+b+c$ D. $-a+b-c$	
4. 已知四边形 $ABCD$, O 为空间任意一点, 且 $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OC}$, 则四边形 $ABCD$ 是()	
课后	A. 平行四边形 B. 空间四边形 C. 等腰梯形 D. 矩形
5. 设向量 e_1, e_2, e_3 不共面, 已知 $\overrightarrow{AB} = -3e_1 - e_2 + 2e_3, \overrightarrow{BC} = e_1 + \lambda e_2 - 6e_3, \overrightarrow{CD} = 4e_1 + 2e_2 + 8e_3$, 若 A, C, D 三点共线, 则 $\lambda =$	
拓展性作业(选做)	
6. 如图所示, 在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 已知点 M, N 分别在 $\overline{AC_1}$ 和 \overline{BC} 上, 且满足 $\overline{AM} = k\overline{AC_1}, \overline{BN} = k\overline{BC} (0 \leq k \leq 1)$, 判断向量 \overline{MN} 是否与向量 $\overline{AB}, \overline{AA_1}$ 共面	
7. 已知 E, F, G, H 分别是空间四边形 $ABCD$ 的边 AB, BC, CD, DA 的中点	
(1) 用向量法证明: E, F, G, H 四点共面;	
(2) 设 M 是 EG 与 FH 的交点, 求证: 对空间任意一点 O , 有 $\overline{OM} = \frac{1}{4}(\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD})$	
总结性作业:	
8. 梳理“空间向量及其线性运算”的内容, 以思维导图的形式	



样例深度剖析以第六题为例:

(1) 核心素养考察

逻辑推理: 用向量共面定理完成严谨推导;

直观想象：在斜三棱柱中识别向量位置关系；

数学抽象：将几何共面问题转化为向量线性表示问题。

(2) 基于表 4 评价标准的评分示例

良好：正确用基底表示 MN，严谨证明共面，步骤规范，能说明方法依据；

基本合格：能表示向量但推导不完整，结论正确但理由不充分；

有待加强：无法用向量表示，不会使用共面定理，结论错误。

(3) 与传统作业对比

传统作业：直接套用公式判断共面，重计算轻推理；

逆向设计作业：重转化、重推理、重方法理解，检测“几何问题向量化”的洞察能力，凸显素养立意。

3.5. 阶段五：反馈改进作业内容

反馈改进作业内容是逆向单元作业设计的重要保障。作业的最终价值在于反馈与改进。学生层面反馈主要通过发放作业反馈问卷；选取不同层次学生进行小组访谈；收集对作业内容、形式的建议。教师层面反馈主要通过批改作业，统计错题率；开展教研组集体评议，分析作业与目标的匹配度。根据多维度反馈的结果，思考作业中的不足，从单元建构是否合理、目标是否准确、评价是否全面、内容是否适合等方面进行全面反思，通过增删调整，精准优化作业内容，充分发挥作业对知识巩固与素养培育的支撑作用[8]。

4. 结论

基于逆向设计的高中数学单元作业设计，深度锚定理解六侧面的层级要求，以评价标准为支撑，以优质作业为载体，通过“分析-目标-评价-内容-反馈”的闭环流程，实现作业设计的精准化、系统化与个性化。该设计流程不仅能有效解决传统单元作业的碎片化、同质化问题，还能促进教学与评价的深度融合，助力学生数学知识体系的构建与核心素养的发展。在实际教学中，该设计流程可以指导教师结合单元特点与学生实际，灵活运用逆向设计理念，持续优化作业设计，充分发挥单元作业的育人价值。

参考文献

- [1] 李学书, 胡军. 基于问题解决的单元作业设计模型建构及其实施路径[J]. 课程·教材·教法, 2024, 44(4): 81-87.
- [2] 中共中央 国务院印发《教育强国建设规划纲要(2024—2035年)》[N]. 人民日报, 2025-01-20(006).
- [3] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [4] 李学书, 胡军. 大概念单元作业及其方案的设计与反思[J]. 课程·教材·教法, 2021, 41(10): 72-78.
- [5] 吴立宝, 宋雯茜, 王子续, 王德江. 促进深度学习的逆向数学单元作业设计——以“勾股定理”为例[J]. 数学教育学报, 2024, 33(2): 14-19.
- [6] 廖鑫. 基于逆向设计的小学英语单元作业设计研究[D]: [硕士学位论文]. 南昌: 江西师范大学, 2023.
- [7] 格兰特·威金斯, 杰伊·麦克泰格. 追求理解的教学设计[M]. 第2版. 闫寒冰, 宋雪莲, 赖平, 译. 上海: 华东师范大学出版社, 2017: 171.
- [8] 范梦怡, 刘鹏, 苏永平. 素养立意的化学单元作业设计: 内涵探析与实践进路[J]. 课程·教材·教法, 2024, 44(1): 135-142.