Creative Education Studies 创新教育研究, 2026, 14(6), 498-506
Published Online June 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2026.146454

Hans汉斯

基于GeoGebra和BOPPPS的“椭圆及其标准方程”教学设计

刘 曦

黄冈师范学院数学与统计学院，湖北 黄冈

收稿日期：2026年4月8日；录用日期：2026年6月19日；发布日期：2026年6月30日

摘 要

针对“椭圆及其标准方程”教学中概念抽象、几何直观与代数表达割裂、学生理解浮于形式等问题，研究融合GeoGebra的动态演示功能与BOPPPS六环节教学模式，以“椭圆及其标准方程”为案例进行了教学设计。该设计旨在引导学生自主探究并推导标准方程，深刻把握其核心本质，有效提升课堂参与度与学习内驱力，增强教学效能，为高中圆锥曲线教学提供可操作、可迁移的实践方案。

关键词

GeoGebra，BOPPPS模式，椭圆及其标准方程，教学设计

Teaching Design for “Ellipses and Their Standard Equations” Using GeoGebra and BOPPPS

Xi Liu

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: April 8, 2026; accepted: June 19, 2026; published: June 30, 2026

Abstract

Addressing issues in the teaching of “ellipses and their standard equations”—such as the abstract nature of the concepts, the disconnect between geometric intuition and algebraic expression, and students’ superficial understanding—this study integrates the dynamic demonstration capabilities of GeoGebra with the BOPPPS six-step teaching model to develop a lesson plan using “ellipses and their standard equations” as a case study. This design aims to guide students in independently exploring and deriving the standard equation, enabling them to grasp its core essence, effectively enhancing

文章引用: 刘曦. 基于 GeoGebra 和 BOPPPS 的“椭圆及其标准方程”教学设计[J]. 创新教育研究, 2026, 14(6): 498-506.
DOI: 10.12677/ces.2026.146454

classroom engagement and intrinsic motivation, and improving teaching effectiveness, thereby providing a practical and transferable solution for the teaching of conic sections in senior secondary schools.

Keywords

GeoGebra, BOPPPS Model, Ellipses and Their Standard Equations, Instructional Design

1. 引言

《基础教育课程教学改革深化行动方案》中指出“注重启发式、互动式、探究式教学，克服单纯教师讲学生听、教知识学知识等现象。”[1]当前部分课堂教学中仍存在学生被动接受知识，缺乏对概念生成过程的深入理解与思维参与。BOPPPS 教学模式通过参与式学习与前后测反馈机制，打破单向知识灌输局限，切实落实学生主体地位，提升课堂互动质量。

“椭圆及其标准方程”不仅是圆锥曲线章节的开篇之作，更是整个解析几何学习策略的逻辑起点。其研究对象是平面内到两定点距离之和为常数的点的轨迹，在数形结合思想的渗透与研究范式的构建上，发挥着至关重要的导向与奠基作用[2]。但在实际教学中，部分“椭圆及其标准方程”教学存在着学生难以建立几何直观与代数表达的内在联系；学生课堂参与度低；探究活动流于形式不够深入等问题[3]。GeoGebra 软件的动态演示功能(如焦点拖动、轨迹追踪、参数调节等)可以帮助学生更加直观地理解椭圆定义与标准方程之间的内在关联，降低认知门槛，激发学习兴趣。

针对课堂中学生思维参与不足和“椭圆及其标准方程”教学中的问题，本文以“椭圆及其标准方程”为例进行教学设计，依托 GeoGebra 软件，深入探索 BOPPPS 教学模式在高中数学教学中的具体应用路径。

2. BOPPPS 教学模式

BOPPPS 模型源于 20 世纪 70 年代加拿大“教学技能工作坊”(ISW)，作为一种强调互动与反馈的参与式教学设计框架，近年来在国内教育界日益受到重视[4]。该模型将课堂流程科学拆解为六个闭环环节：导入(Bridge-in)以激发兴趣，目标(Objective)以明确方向，前测(Pre-assessment)以摸底学情，参与式学习(Participatory Learning)以促进深度互动，后测(Post-assessment)以检验成效，最后通过总结(Summary)巩固升华[4]，其各个环节的作用形式如下图 1 所示。

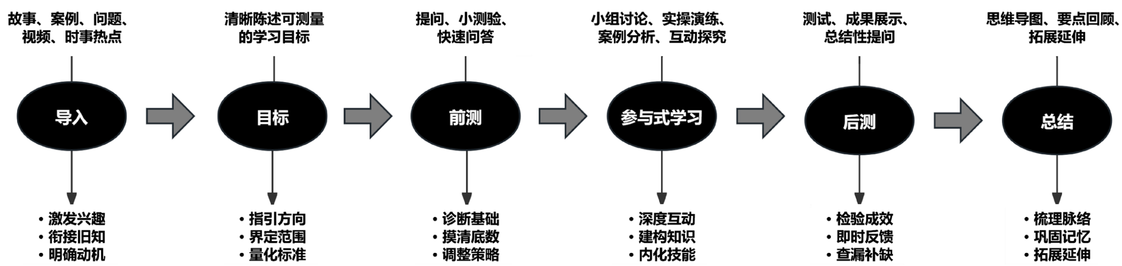


Figure 1. Schematic diagram of the functions and forms of teaching activities in the BOPPPS model
图 1. BOPPPS 教学模式教学环节作用形式示意图

BOPPPS 模型的理念是“以学生为中心”，关注学生的实际掌握内容，而非教师授课行为。教师教学目标应清晰明确、贴合认知规律，便于评估达成情况。教学过程中鼓励学生主动参与，并及时收集反馈，动态调整后续环节，以确保目标有效实现[5]。

3. 文献综述与理论基础

3.1. 文献综述

国内关于 BOPPPS 教学模式的实证研究在中学多学科教学中逐步深化。黄意萍在《BOPPP 模型在基本初等函数教学中的应用研究》(2021) [6]中证实，该模式能有效提升学生课堂参与度与学习兴趣；姚兰《BOPPPS 教学模式在高中数学习题课中的应用研究》(2023) [7]与陈睿生《BOPPPS 教学模式在初中物理教学中的实践研究》(2024) [8]的研究进一步验证了其在理科教学中的普适性，在提升学业成绩与思维能力方面效果显著。窦敏在《BOPPPS 教学模式下同伴互助学习法在中学化学教学中的实践研究》(2021) [9]中提出，BOPPPS 可与多种教学方法灵活融合，为教学创新提供了空间；林美凤《基于 BOPPPS 模式的高中数学交互式微课案例研究》(2024) [10]则指出，该模式虽能改善课堂互动不足的问题，但现有研究多集中于函数、习题课教学，针对圆锥曲线这类抽象几何概念课的适配性设计仍较为缺乏，且 GeoGebra 等动态可视化工具的结合研究极为有限。因此，本研究聚焦高中数学椭圆教学，探索 BOPPPS 模式与动态可视化教学的融合路径，以期弥补现有研究缺口，为高中数学重难点教学提供可操作的实践参考。

3.2. 理论基础

3.2.1. 建构主义学习理论

建构主义理论认为，知识并非由教师单向传递给学生，而是学习者在特定情境中，借助他人的协作与支持，利用必要的学习资源，通过主动意义建构的方式生成的。该理论强调学习的主动性、情境性与社会性，主张教师应从知识的灌输者转变为学生学习的引导者、促进者与支架搭建者，教学的核心目标是为学生创设真实、开放的探究环境，让学生在解决问题的过程中自主完成知识的内化与建构。在研究中，GeoGebra 软件提供了动态的“情境”，BOPPPS 模型提供了互动的“脚手架”，旨在引导学生从被动接受定义转变为主动建构概念。

3.2.2. 认知负荷学习理论

认知负荷理论由斯威勒提出，其核心观点是人的工作记忆容量是有限的。教学设计的关键在于合理控制学生的认知负荷，避免因信息过载而产生学习障碍。该理论将认知负荷分为三类：与学习目标无关的外在认知负荷、由学习材料本身带来的内在认知负荷，以及用于构建知识体系的关联认知负荷。高效的教学设计，应致力于降低外在认知负荷，优化关联认知负荷，从而为核心知识的加工腾出更多工作记忆空间。椭圆标准方程的推导过程涉及复杂的代数运算与几何关系转换，传统教学中繁琐的步骤易造成学生认知超载，导致学生注意力被非核心的运算细节分散，难以把握定义与方程之间的逻辑关联。本研究利用 GeoGebra 的可视化功能，将抽象的代数运算转化为直观的几何图形，帮助学生将注意力集中在核心数学逻辑上，从而突破教学难点。

4. 基于 GeoGebra 和 BOPPPS 的“椭圆及其标准方程”教学设计

4.1. 教学流程

“椭圆及其标准方程”是高中解析几何初步中的核心内容，尽管学生对于圆的标准方程较为熟悉，

但对于几何轨迹及其方程推导难以真正把握。因此，本文依托 GeoGebra 软件的动态可视化优势，将椭圆的几何定义与标准方程的推导过程有机融合。依据 BOPPPS 教学模式的理念，将教学流程分为导入、目标、前测、参与式学习、后测与总结六个递进环节，形成课前自主预学、课中合作探究、课后反思提升的完整教学闭环，具体设计如图 2 所示。

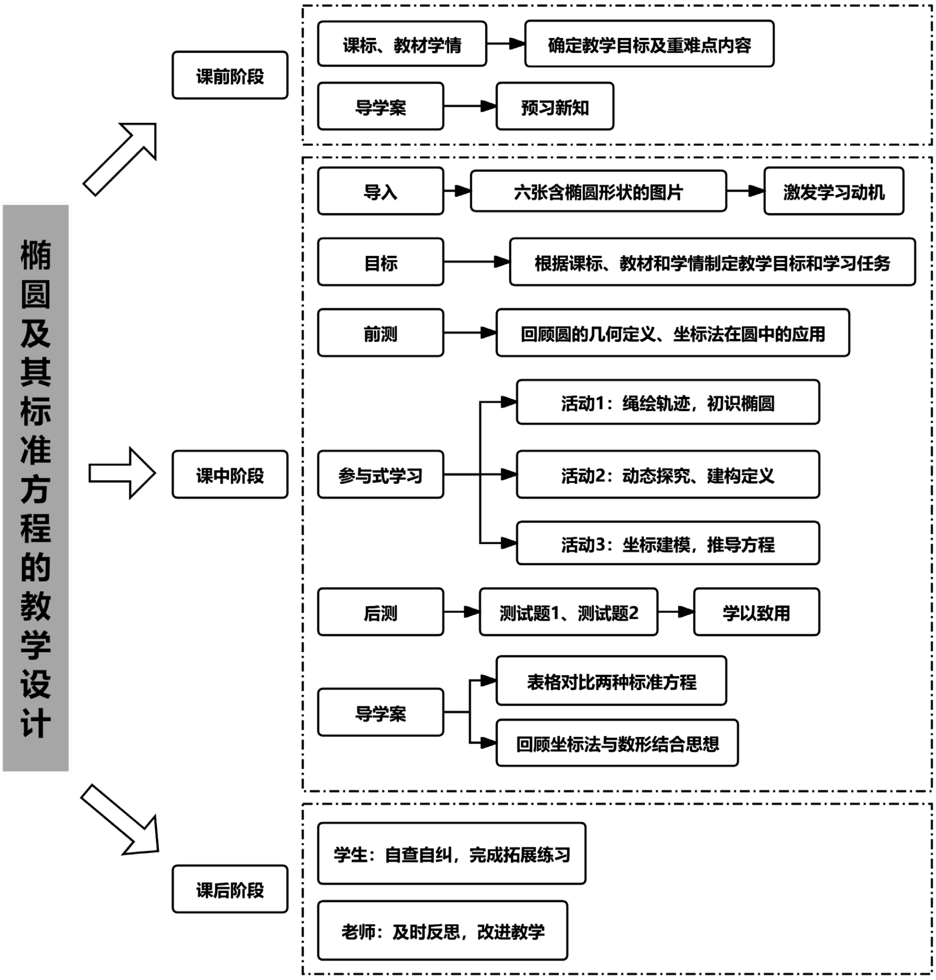


Figure 2. Flowchart of the teaching process for "ellipses and their standard equations"
图 2. "椭圆及其标准方程"教学整体流程设计图

4.2. 教学过程

4.2.1. 课前阶段

在课前阶段，教师需立足课程标准、教材内容与学情实际，系统规划教学目标、重难点及环节流程。并发导学案作为预习载体，引导学生自主梳理旧知、初探椭圆概念并完成基础任务，为课堂深度探究做好认知与数据双重铺垫。

4.2.2. 课中阶段

1) 导入环节(Bridge-in)

【师】提问：请同学们仔细观察这六张图片，如图 3 所示，每张图片都"藏"着一个相同的几何图形，这个图形是什么？

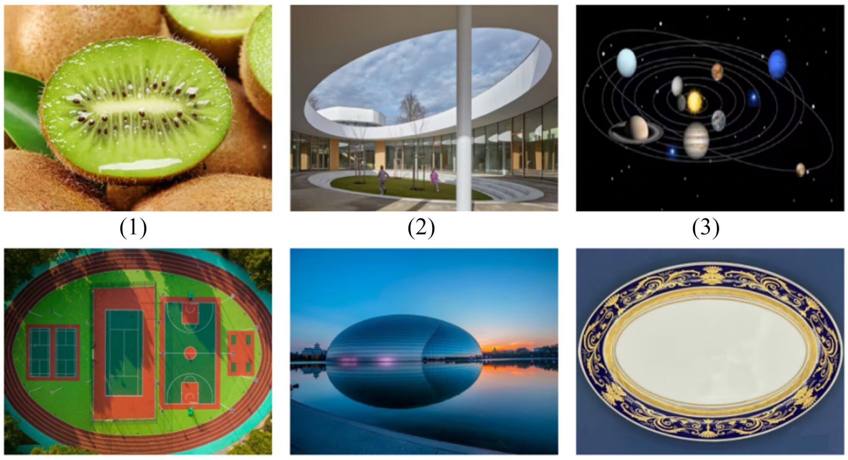

(1) (2) (3)
(4) (5) (6)

Figure 3. Diagram of ellipse examples in real life
图 3. 生活中的椭圆实例图

【生】观察教师展示的六张图片，回答问题：椭圆。

【师】给予肯定评价，顺势追问：那它的形状由什么决定？如何画出“标准”的椭圆？有没有一种通用的数学方法，能让我们像研究直线方程、圆的标准方程那样，用代数语言精准刻画椭圆？

【生】独立思考或小组讨论后回答：坐标法。

【设计意图】基于建构主义的情境认知观，依托生活实例创设情境，用学生熟悉的事物引入，能迅速吸引注意力。通过递进式问题链，引导学生自主思考，自然引出“坐标法”，让学生明确本课的探究方法和方向，为后续的推导学习做好了充分的心理和思维准备。

2) 目标环节(Objective)

【师】通过 PPT 呈现本节课的核心学习目标。

目标 1：通过动手实验，初步感知椭圆。

目标 2：借助几何直观，体会椭圆的形成过程，准确归纳椭圆的定义。

目标 3：推导椭圆及其标准方程，体会坐标法的应用。

【设计意图】基于认知负荷理论，明确的学习目标能为学生提供清晰的认知导航。在学习开始前呈现目标，有助于学生提前预知信息加工的方向，优化工作记忆的分配，避免在后续复杂的推导过程中迷失重点，从而提升学习的针对性和效率。

3) 前测环节(Pre-assessment)

【师】试着回忆一下，在几何学的起跑线上，我们是怎样给圆下定义的？

【生】在平面内到定点的距离等于定长的点的轨迹叫做圆。

【师】给予肯定评价，追问：在平面直角坐标系中，我们是如何用坐标法研究圆的？

【生】独立思考后回答：我们先抽象了圆的概念，然后建立合适的坐标系，再根据圆的定义列出方程，最后通过代数化简得到圆的标准方程。

【师】引导总结研究椭圆的思路：从现实情境中抽象出椭圆的概念，准确归纳椭圆的定义，根据几何定义运用坐标法推导其方程，最终化简得到椭圆及其标准方程。

【设计意图】依据建构主义的同化原理，通过帮助学生回顾圆的定义及坐标法研究过程，激活学生已有知识，为椭圆的学习提供可迁移的研究方法，降低新知学习的陌生感，为后续学习椭圆及其标准方程打下基础。

4) 参与式学习环节(Participatory Learning)

活动 1：绳绘轨迹，初识椭圆

【师】拿起提前准备好的细绳，提问：假如我们取一根绳子，把它的两个端点都固定在同一个中心点上，然后套上笔拉直绳线进行绕行，大家猜猜看，这样画出来的图形是什么？

【生】思考后回答：圆。

【师】给予肯定评价，追问：接下来改变实验设置，不再将绳头系于同一点，而是将其分别固定在两处相隔的位置。此时，若用笔勾住绳子并拉直画线，笔尖留下的痕迹会形成什么形状？

【师生活动】组织学生 4 人为一小组展开实验。待学生小组讨论合作完，教师将绳子两端分别固定的位置抽象为点 F_1 和点 F_2，将笔尖位置抽象为点 M，教师运用 GeoGebra 软件模拟实践过程，可以发现形成的轨迹是：椭圆。

【设计意图】遵循建构主义“做中学”的理念，通过引导学生自己动手实验，让学生在动手操作与直观观察中感知椭圆；借助 GeoGebra 软件将实物操作抽象为数学模型，发展学生的数学抽象与直观想象素养，为后续归纳椭圆定义奠定基础。

活动 2：动态探究，建构定义

【师】在笔尖移动的过程中，哪些量发生了变化？哪些量没变？

【生】独立思考后发现：点 M 的位置在变化，绳子两端固定点 F_1 和 F_2 没变，绳子的长度没变，也就是动点到两定点的距离之和没变。

【师】提问：椭圆上的点是满足什么样的几何条件？

【生】思考后回答：椭圆上面的点到两个定点的距离之和为一个常数。

【师】追问：到两个定点 F_1 和 F_2 的距离之和等于一个常数这样的点的集合就一定是椭圆吗？请同学们思考，在刚刚做实验的过程中，绳长与两定点间的距离有着怎样的关系呢？

【生】绳长大于两定点间的距离。

【师】引导学生思考：如果绳长等于或小于两定点间的距离，那么轨迹还会是椭圆吗？

【生】猜想会是一条线段或者不存在。

【师生活动】教师在 GeoGebra 改变两定点间的距离或改变绳长，动态演示绳长等于或小于两定点间的距离的情况。

【生】验证猜想：绳长须严格大于两定点间的距离才能形成椭圆，而当绳长等于或小于两定点间的距离时，无法形成椭圆轨迹。

【师生活动】师生共同归纳总结椭圆定义：我们把平面内与两个定点 F_1、F_2 的距离的和等于常数(大于 $|F_1F_2|$)的点的轨迹叫做椭圆。教师给焦点和焦距下定义，把两个定点叫做椭圆的焦点，两焦点间的距离叫做椭圆的焦距。

【设计意图】根据建构主义，教师通过提问，引导学生从图像中自我建构椭圆的核心几何特征。借助 GeoGebra 动态演示突破认知难点，帮助学生理解椭圆定义的约束条件，同时培养学生的思辨能力与数学严谨性，为后续标准方程的推导奠定概念基础。

活动 3：坐标建模，推导方程

【师】透过椭圆的几何外形，怎样的建系方法能让方程形式更简便？

【生】独立思考后回答：可以将椭圆的对称轴设为 x 轴和 y 轴，将椭圆的对称中心设为原点。

【师生活动】在平面直角坐标系中进行建模。假设 $M(x, y)$ 为椭圆轨迹上的任意动点，若焦距定义为 $2c$ $(c>0)$，则两焦点位置可表述为 $F_1(-c, 0)$ 和 $F_2(c, 0)$。根据椭圆的几何定义，动点 M 到两焦点的距离

之和等于定长，设定长为$2a$，即$|F_1M|+|F_2M|=2a\ (2a>|F_1F_2|)$。根据两点间的距离公式，得到对应的方程式：

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a$$

【师】组织学生4人为一小组展开讨论，观察该方程式，怎样化简更简便。

【生】通过小组讨论，有两种思路：第一种思路是直接平方；第二种思路则是先做个移项后再平方。

【师生活动】通过比较，发现第二种方法更简便。

【师】运用第二种方法，我们得到化简后的式子为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-c^2}=1$，提问：我们还能更加优化它吗？

【师生活动】引导学生在图形中找出表示a、c、$\sqrt{a^2-c^2}$的线段，发现$b^2=a^2-c^2$，从几何角度探究其意义，可以发现引入的b不仅可以美化方程，它还有它本身的几何意义，最终得到焦点在x轴上的椭圆标准方程为：

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$$

【师】焦点在y轴上的椭圆标准方程又是怎样的呢？

【生】通过观察焦点在y轴上的椭圆图形，发现焦点变为$F_1(0,-c)$，焦点变为$F_2(0,c)$，几何定义不变，根据两点间的距离公式为：

$$\sqrt{(y+c)^2+x^2}+\sqrt{(y-c)^2+x^2}=2a$$

通过对比发现：x轴和y轴互换了位置。

得到最终得到焦点在y轴上的椭圆标准方程为：

$$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$$

【师】给你一个椭圆方程，如何判断其是焦点在x轴还是在y轴上呢？

【生】独立思考后回答：谁的分子大，焦点就在谁的轴上。

【设计意图】教师通过引导学生自主建立坐标系、推导并化简椭圆方程，让学生完整体会坐标法全过程。通过类比推导两种焦点位置的方程，帮助学生掌握椭圆标准方程的异同与焦点判断规则。

5) 后测(Post-assessment)

测试题1：求适合下列条件的椭圆标的准方程：

1) $a=5,b=3$，焦点在x轴上；

2) $a=5,c=\sqrt{14}$，焦点在y轴上；

3) $a+b=9,c=3$。

测试题2：已知椭圆的两个焦点坐标分别是$(-1,0)$，$(1,0)$，并且经过点$\left(1,-\frac{3}{2}\right)$，求它的标准方程。

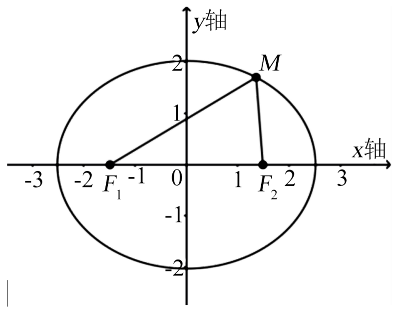
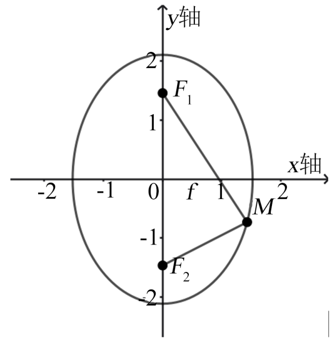
【设计意图】通过分层递进的测试题，测试题1侧重基础应用，测试题2侧重综合应用，深化对坐标法“数形结合”思想的理解与运用，巩固本节课核心知识。

6) 总结(Summary)

教师引导学生自主梳理本节课的核心知识与思想方法，通过对比表格清晰呈现两种焦点位置下椭圆的异同，如表1；同时深化对坐标法“数形结合”核心思想的感悟，最终形成完整的知识体系与方法框架。

Table 1. Comparison of standard equations of ellipses with foci on different axes

表 1. 焦点在不同坐标轴上的椭圆标准方程对比表

	标准方程	$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$	$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$
不同点	图形		
	焦点坐标	$F_1\left(-c,0\right)$，$F_2\left(c,0\right)$	$F_1\left(0,-c\right)$，$F_2\left(0,c\right)$
相同点	定义	平面内到两个定点 F_1、F_2 的距离的和等于常数(大于 $\left\|F_1F_2\right\|$)的点的轨迹	
	a、b、c 的关系	$a^2=b^2+c^2$	

【设计意图】基于认知负荷理论，本通过表格对比和自主总结，帮助学生清晰梳理两种椭圆标准方程的异同，构建完整的知识网络，将零散的知识点结构化。同时引导学生回顾坐标法思想，强化方法迁移能力，为后续学习奠定基础。

4.2.3. 课后阶段

学生依托后测结果定位知识盲区、主动请教解惑，并通过完成拓展练习强化椭圆标准方程的理解与应用。教师结合学生课堂表现、后测反馈及作业完成情况，全面复盘教学实施中的优势与薄弱点，及时进行课下反思，改进教学方法与过程，持续提升教学实效。

5. 教学反思与讨论

该教学设计将动态几何软件与 BOPPPS 模型深度融合，实现技术与教学的协同增效。以下从认知机制、技术赋能与模式局限三个维度展开反思与讨论。

在认知机制维度，以前的课堂教学，学生往往被动接受椭圆的定义与方程，缺乏对数学概念严谨性的深度思考。通过 GeoGebra 软件创设椭圆轨迹的生成和调整参数，帮助学生探究并且完整椭圆定义。相较于传统的直接讲授，这种基于技术探究的反思过程，将学生的思维从记忆层面推向了元认知层面，有效促进了数学抽象素养的落地。

在技术赋能维度，BOPPPS 模式为技术探究提供结构化支架，有效避免探究盲目性。导入环节依托生活实例联结数学与现实；参与式学习环节通过分组操作 GeoGebra，让学生完整经历椭圆标准方程的探究过程，实现代数符号与几何直观的深度联结，彰显多模态教学在提升直观想象能力中的优势。

尽管本设计在理论层面具有较高的预期价值，但在实际推广中仍存在一定的局限性。首先，BOPPPS 模型的六个环节对课堂时间把控要求极高，若学生在“参与式学习”环节探究过深，可能导致“后测”反馈时间不足，影响教学闭环的完整性。其次，本设计对教师的信息技术素养有较高要求，教师不仅需熟练掌握 GeoGebra 的高级功能，还需具备即时捕捉并利用生成性资源进行教学引导的能力。未来的研究可进一步聚焦于如何利用人工智能技术实现对学生探究过程的实时诊断与个性化反馈，从而在更大范围

内推广该教学模式，提升解析几何的教学效能。

6. GeoGebra 与 BOPPPS 融合教学的原则

基于前述教学设计与反思，可提炼出适用于高中数学同类“从几何直观到代数抽象”教学内容的核心教学启示，为后续教学实践提供参考。

1) 情境导入可视化原则

利用动态几何软件创设直观情境，将抽象数学概念转化为可观察、可操作的动态过程，激发学生探究欲望。例如，在双曲线、抛物线教学中，可通过 GeoGebra 演示动点轨迹形成过程，引导学生对比不同曲线的定义特征。

2) 技术辅助探究化原则

在参与式学习环节，借助动态几何软件搭建探究平台，引导学生通过动手操作、观察猜想、合作交流，自主建构数学概念与性质，实现“做中学”。例如，在函数图像变换、立体几何空间位置关系教学中，可利用动态演示帮助学生理解抽象变化过程与空间结构。

3) 理论支撑系统化原则

以建构主义、认知负荷理论等学习理论为指导，明确每个教学环节的设计意图，合理分配学生的认知资源，避免无效认知负荷。例如，在概念教学中通过预评价了解学生已有知识水平，为教学难度控制提供依据；在推导教学中通过直观演示降低外在认知负荷，为逻辑推理预留认知资源。

4) 评价反思闭环化原则

通过分层后评价检验学生知识建构效果，兼顾不同层次学生需求。同时通过教学反思总结实践中的问题与改进策略，形成从实践到反思再到改进的闭环，促进教学模式的持续优化。

7. 结论

本研究融合动态几何工具 GeoGebra 与结构化教学框架 BOPPPS，围绕“椭圆及其标准方程”进行了教学设计。通过课前导学、课中六环节探究、课后反思的闭环流程，引导学生在动手实验与动态演示中自主建构定义、推导方程，实现从几何直观到代数表达的深度理解，为高中圆锥曲线教学提供了一种可操作、可迁移的实践路径。

参考文献

[1] 教育部办公厅. 教育部办公厅关于印发《基础教育课程教学改革深化行动方案》的通知[EB/OL]. http://www.moe.gov.cn/srcsite/A26/jcj_kcjcgh/202306/t20230601_1062380.html, 2023-05-26.

[2] 李婷. 椭圆中的美学与数学——以《椭圆及其标准方程》教学实践为例[J]. 人民教育, 2025(Z3): 25-27.

[3] 李祎, 王逸勤. 基于核心素养的数学教学设计及其点评——以“椭圆及其标准方程”的教学为例[J]. 数学通报, 2023, 62(5): 1-6.

[4] 郑燕林, 马芸. 基于 BOPPPS 模型的在线参与式教学实践[J]. 高教探索, 2021(10): 5-9.

[5] 金鑫, 李良军, 杜静, 等. 基于 BOPPPS 模型的教学创新设计——以“机械设计”课程为例[J]. 高等工程教育研究, 2022(6): 19-24.

[6] 黄意萍. BOPPPS 模型在基本初等函数教学中的应用研究[D]: [硕士学位论文]. 海口: 海南师范大学, 2021.

[7] 姚兰. BOPPPS 教学模式在高中数学习题课中的应用研究[D]: [硕士学位论文]. 武汉: 华中师范大学, 2023.

[8] 陈睿生. BOPPPS 教学模式在初中物理教学中的实践研究[D]: [硕士学位论文]. 广州: 广州大学, 2024.

[9] 窦敏. BOPPPS 教学模式下同伴互助学习法在中学化学教学中的实践研究[D]: [硕士学位论文]. 银川: 宁夏大学, 2021.

[10] 林美凤. 基于 BOPPPS 模式的高中数学交互式微课案例研究[D]: [硕士学位论文]. 昆明: 云南师范大学, 2024.