Creative Education Studies 创新教育研究, 2026, 14(6), 712-721
Published Online June 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2026.146479

基于PBL教学模式的问题链设计与素养生成路径研究

——以“等比数列的前n项和公式”为例

文 炫，鲁盈盈，王桂华

黄冈师范学院数学与统计学院，湖北 黄冈

收稿日期：2026年4月17日；录用日期：2026年6月19日；发布日期：2026年6月30日

摘 要

在核心素养导向的新课改背景下，问题链设计成为实现PBL教学模式有效实施的关键策略。文章聚焦PBL教学模式与高中数学教学的深度融合，以学生已有认知结构为起点，深入分析学情与教学内容的内在关联，系统设计了以“等比数列前n项和公式”这一典型内容为研究载体的“文化浸润－问题驱动－思维外显－应用反思”四位一体的教学实施方案。在教学实践中，通过问题驱动策略激发学生主观能动性，注重数学思维过程的可视化呈现与逻辑结构的系统梳理。有效促进了学生对等比数列前n项和公式的深度理解与灵活应用，更在解决真实问题的过程中，显著提升了学生的数学抽象能力、逻辑推理水平与数学建模素养。

关键词

PBL，等比数列，教学设计

Research on Problem Chain Design and Literacy Generation Path Based on PBL Teaching Model

—Taking “The Formula for the Sum of the First n Terms of a Geometric Sequence” as an Example

Xuan Wen, Yingying Lu, Guihua Wang

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: April 17, 2026; accepted: June 19, 2026; published: June 30, 2026

文章引用: 文炫, 鲁盈盈, 王桂华. 基于 PBL 教学模式的问题链设计与素养生成路径研究[J]. 创新教育研究, 2026, 14(6): 712-721. DOI: 10.12677/ces.2026.146479

Abstract

Under the backdrop of the new curriculum reform oriented towards core competencies, problem chain design serves as a pivotal strategy for the effective implementation of Problem-Based Learning (PBL). This paper focuses on the deep integration of PBL in high school mathematics. Taking the "Sum of the First *n* Terms of a Geometric Sequence" as a research vehicle and anchoring instruction in students' existing cognitive structures, this study systematically constructs a four-dimensional instructional framework: "Cultural Immersion, Problem-driven, Thinking Externalization, and Application Reflection." In practice, the study employs problem chains to stimulate student initiative and emphasizes the visualization of mathematical thinking and the systematic organization of logical structures. The results demonstrate that this approach not only promotes a deep understanding and flexible application of the formula but also significantly enhances students' core competencies in mathematical abstraction, logical reasoning, and mathematical modeling through the resolution of authentic problems.

Keywords

PBL, Geometric Sequence, Teaching Design

1. 引言

《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》强调，数学教学应以发展学生核心素养为导向，引导其把握数学内容的本质[1]。数列作为一类特殊的函数，是高中数学的重要内容，既是初中知识的延伸，也是高等数学的基础，同时在贷款、利息、增长率等现实生活中具有广泛应用。但一线教学存在“形式化困境”：学生熟记公式，却难解其本质，常忽略分类讨论前提(特别是 $q=1$ 与 $q\neq 1$ 的情况)，难以关联等差数列求和方法。这本质上是知识建构中“历史背景”与“思维历程”的断裂。PBL 理论以问题驱动学习，强调在情境中自主建构，为破解困境提供了系统框架[2]。已有研究多聚焦环节线性安排，对问题设计与认知发展的深度契合挖掘不足。为此，本研究基于 PBL 理论，结合课标与学情，设计等比数列前 n 项和概念建构方案，明确各环节活动与策略，为一线教学提供可操作参考。

2. PBL 理论与等比数列前 n 项和教学的融合

2.1. PBL 理论的内涵与概念教学优势

问题驱动教学法(Problem-based Learning，简称 PBL)由美国神经病学教授 Barrows 于 1969 年提出，以“由问题驱动学习”为核心，主张通过精心设计的问题链，促使学生在自主学习与团队协作中深化理解[3]。孙天山指出，PBL 具有教学目标多维、教学过程渐进、能力发展多元、学习活动自主四大特征，实施通常包含“创设学习情境 → 明确问题核心 → 自主研究学习 → 开展交流合作 → 进行评价反馈”五个环节，教师角色由知识传授者转变为学习引导者与认知教练[4]。

PBL 理论对数学概念教学的优势在于：揭示知识产生的历史背景与思维历程，为教学设计提供清晰

的问题框架，并指导教师依据学生认知发展实施针对性干预[5]。以 PBL 理论指导等比数列前 n 项和教学，可引导学生从历史问题出发，逐步在认知冲突中探究、在自主推导中建构、在多元应用中内化，从而突破机械记忆困境，促进概念深度习得。

2.2. 基于 PBL 的等比数列前 *n* 项和教学分析

本研究将“文化浸润－问题驱动－思维外显－应用反思”四位一体框架与 PBL 五环节深度融合，构建了等比数列前 n 项和公式的教学实施路径。该框架内部各元素并非简单线性序列，而是相互作用、彼此强化的有机整体。

在教学实施中，首先通过文化浸润(创设学习情境)激活学生经验，借助《孙子算经》中的“九堤”问题建立认知锚点，为后续问题驱动提供情感与认知铺垫。接着进入问题驱动阶段(明确问题核心)，引导学生发现等差数列求和方法的局限性，生成求和策略需求。在自主研究学习环节，强调思维外显的重要性——“错位相减法”的命名、推导步骤的板书、对“$q=1$ 与 $q\neq1$”情况的强调，都是将内隐思维转化为外显知识的关键，为后续应用反思奠定基础。随后通过交流合作(整合应用)将公式与现实问题建立联系，最终在评价反馈中实现应用反思与内化提升。

这一设计充分体现了“文化浸润”为“问题驱动”提供铺垫、“思维外显”连接“问题驱动”与“应用反思”的内在逻辑，形成了完整的认知闭环，有效促进了学生对等比数列前 n 项和公式的深度理解与灵活应用。

详细流程如图 1 所示。

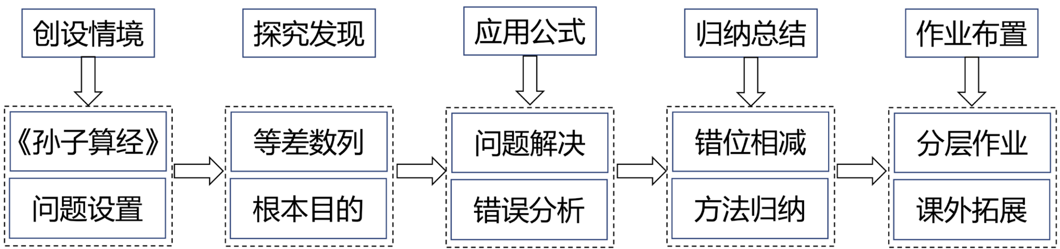

Figure 1. The process of PBL teaching practice
图 1. PBL 教学实践过程

3. 教学分析

3.1. 教学内容分析

本节课的内容选自人教 A 版普通高中数学选择性必修第二册第四章第三节第一课时。等比数列的前 n 项和属于数列单元，但是在《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》[1]又被归为函数主题，数列是一种特殊的函数，讲解顺序安排在等差数列的前 n 项和公式之后，给等比数列求和增添理论深度，过渡自然流畅。主要介绍了等比数列前 n 项和公式及其推导方法——错位相减法，为后续数列的综合应用和数学归纳法奠定基础，完善数列知识体系的构建。其整个单元知识结构如图 2。

在等比数列的前 n 项和公式之前，等差数列的前 n 项和公式广泛应用于数学中的求和计算方面，已经达到熟练掌握，是学习者可以真实地体验和应用的。等比数列的前 n 项和公式作为一个新的求和方。

通过义务教育阶段已经经历了一轮数列概念的学习过程，因此，对于新数列求和方法的学习具有初步认知。本节课创设问题情景，让学生了解数列求和的发展史，领悟等比数列求和的推导过程。联系生活实际，体会等比数列在金融复利计算、人口增长模型等领域的应用价值，感悟数学文化的魅力。

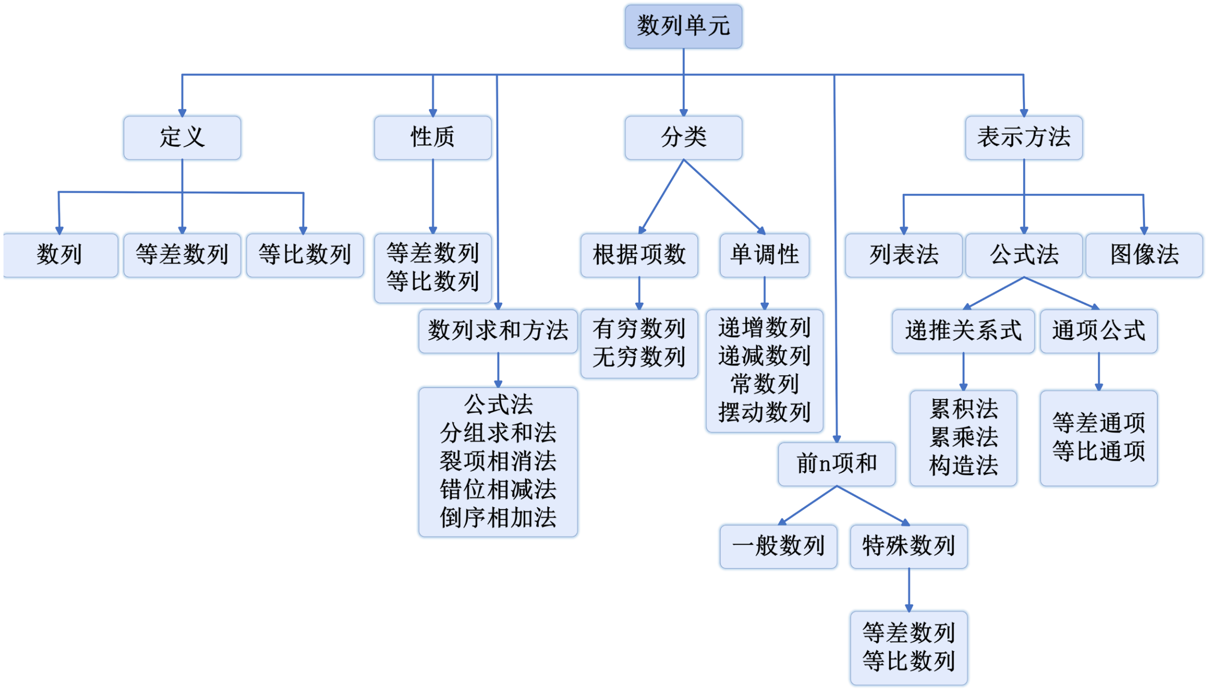

Figure 2. Knowledge structure diagram of the sequence unit
图 2. 数列单元知识结构图

3.2. 学情分析

基于对学生长期的课堂观察及前测数据分析，我们对学生的学情做出以下具体、可量化的预判：

1) 关于思维定势的预判：预计有 65%的学生会因受等差数列“倒序相加法”的思维定势影响，在初次面对等比数列求和问题时，会尝试使用倒序相加法。其中，约 40%的学生在该方法失败后会产生明显的困惑和认知冲突，需要教师及时引导以突破定势。

2) 关于分类讨论的预判：学生对 $q=1$ 这一特殊情况极易忽略。前测数据显示，高达 70%的学生在直接套用公式时会忘记进行分类讨论，导致解题错误。这表明，“$q=1$”是本节课需要重点突破的认知难点。

3) 关于抽象方法的理解：“错位相减法”作为一种较为抽象的代数技巧，预计仅有 30%左右思维能力较强的学生能较快理解其构造原理，大部分学生(约 60%)需要通过具体的、可视化的操作步骤来逐步内化这一方法。

4) 关于知识迁移与应用：虽然学生能从生活情境中抽象出等比数列模型，但在将公式反向应用于解释现实问题(如复利计算)时，约 50%的学生会感到困难，缺乏将抽象公式与具体情境意义建立联系的能力。

3.3. 教学目标

1) 能在具体生活问题情境里，用数学语言描述问题，抽象出等比数列模型，联系生活并通过观察图形关系，得出特殊的等比数列前 n 项和公式。

2) 探索并掌握等比数列的前 n 项和公式，理解其通项公式与前 n 项和公式的关系。

3) 经历从具体到抽象的探究过程，渗透分类讨论、数形结合思想；培养学生用数学眼光观察、用数学思维思考、用数学语言表达现实世界的能力。

3.4. 教学设计

1) 创设情境，诱发探究

【情景 1】教师利用多媒体播放关于共享充电宝租赁的视频，展示共享充电宝品牌推出的阶梯式收费服务情况：第一天租赁收费 1 元，第二天收费 2 元，第三天收费 4 元，每天收费是前一天的 2 倍。若用户连续租赁 30 天，总共需要支付多少租金?

问题 1：如何计算需要支付的总费用?

问题 2：反映了什么数学规律?

生活中处处有数学，共享充电宝租赁就隐藏着数学的奥秘。在提出问题后，教师引导学生思考列出表达式，即 $S_{30}=1+2^1+2^2+\cdots+2^{29}$。结合之前所学的知识，学生知道这是一个等比数列求和的问题，但得出的表达式并不能直接求解得出答案，需要进一步对等比数列前 n 项和进行探索，从而引出新的课题——等比数列前 n 项和公式。

【设计意图】依据 PBL 理论“真实性问题驱动”原则[6]，本情境选取学生日常接触的共享充电宝租赁作为问题背景，构建与现实生活紧密关联的真实问题情境。通过阶梯式收费的数学建模过程，激活学生已有认知结构中的等比数列概念，创设认知冲突，激发探究动机。这一设计体现了 PBL 理论强调的“知识源于情境、服务于实践”的核心理念，引导学生从生活现象中抽象出数学问题，培养数学建模素养，同时为后续公式的推导建立真实意义支撑，实现从“生活情境”到“数学问题”的自然迁移。

【情景 2】我国《孙子算经》中记载着这样一道有趣的数学题：今有出门望见九堤，堤有九木，木有九枝，枝有九巢，巢有九禽，禽有九雏，雏有九毛，毛有九色。问共几何?

问题 1：所有这些数量加起来的总和是多少呢?

教师帮助学生翻译文言文，引导学生观察情境，进行求和，列出式子 $S_8=9+9^2+9^3+\cdots+9^8$。

问题 2：如何计算 $S_8=9+9^2+9^3+\cdots+9^8$?

教师引导学生通过探究发现，式子中存在隐含的等比数列关系，从而将这个式子转化为等比数列求和问题，自然而然地进入等比数列的前 n 项和公式的探究。教师顺势追问：已知等比数列 $\{a_n\}$，其首项为 a_1，公比为 q，其前 n 项和是多少？该如何计算?

【设计意图】基于 PBL 理论“文化浸润”理念[6]，通过《孙子算经》中的经典历史问题创设探究起点，将数学知识置于历史文化脉络中。这一设计不仅符合 PBL 理论强调的“知识的历史性与社会性”，更通过古今对话激发学生的文化认同感与探究内驱力。历史问题的复杂性与挑战性为学生提供了深度思考的空间，引导学生在解决千年难题的过程中体验数学家的思维历程，形成“问题－猜想－验证”的科学探究意识，实现 PBL 理论倡导的“在历史情境中建构现代知识”的教学目标。

2) 探索发现，生成公式

问题 3：已知等比数列 $\{a_n\}$，其首项为 a_1，公比为 q，其前 n 项和是多少？该如何计算?

学生尝试着结合以前学过的知识进行做一做，教师提问学生哪些知识点与我们的问题相对应，通过分析等差数列的求和公式推导的过程，引导学生回顾知识点和求解方法——倒序相加法。如图 3 所示。

问题 4：对于等比数列，是否也能用倒序相加的方法进行求和呢?

学生进行尝试，发现不行，进而教师引导学生再进行尝试，通过分析发现因为在等比数列中 $a_1+a_n\neq a_2+a_{n-1}\neq\cdots$，所以并不能通过这样的方法得出，需要去思考求和的根本目的。

追问 1：求和的根本目的是什么呢?

教师引导学生结合等差数列求和公式的推导过程，意识到求和根本目的在于消除中间项，如何在等比数列的前 n 项和中构造相同的项，消除项与项之间的差异，消掉中间项，是解决问题的关键，进而思考能否通过公比 q 帮助我们进行求解，再进行尝试。

回顾 等差数列的定义：$a_{n+1} - a_n = d$

等差数列前n项和公式的推导过程

倒序相加法

$$S_n = \boxed{a_1} + \boxed{a_2} + \boxed{a_3} + \cdots + \boxed{a_n} \quad ①$$

$$S_n = \boxed{a_n} + \boxed{a_{n-1}} + \boxed{a_{n-2}} + \cdots + \boxed{a_1} \quad ②$$

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \cdots + (a_n + a_1) = n(a_1 + a_n)$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$ ---等差数列的前n项和公式

Figure 3. Derivation of the sum formula for the first *n* terms of an arithmetic sequence
图 3. 等差数列前 *n* 项和公式的推导过程

【设计意图】引导学生类比等差数列的推导过程，通过深入探究，让学生明确消项是数列求和的根本目的。此环节专门针对学情预判(1)中“思维定势”问题而设计。通过让学生亲历“倒序相加法”在此处的失效，制造强烈的认知冲突，迫使学生放弃原有思维路径，转而思考新的求和策略，为“错位相减法”的引入做好心理和认知铺垫。

问题 5：等比数列的前 n 项和公式应该怎样求？

教师进行尝试，$s_n = a_1 + a_1q + a_1q^2 + \cdots + a_1q^{n-1}$，等式两边同时乘上公比，就是 $qS_n = a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + \cdots + a_1q^{n-1} + a_1q^n$，同时进行错位，进而得到 $(1-q)s_n = a_1(1-q^n)$。

追问 1：接下来应该如何处理呢？

学生回答直接相除，但是又有一部分同学认为应该分类讨论，进而将 s_n 补充完整，得到当 $q=1$，$S_n = na_1$，当 $q \neq 1$，$S_n = \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q}$。教师提醒学生，通过结合 $a_n = a_1q^{n-1}$，对式子进行变形得到 $\dfrac{a_1 - a_nq}{1-q}$，由此推导出 S_n，如图 4 所示【此处为应对学情预判(2)而设置】。

$$S_n = a_1 + \boxed{a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + \cdots \ldots + a_1q^{n-1}} \quad ①$$

$$qS_n = \boxed{a_1q + a_1q^2 + a_1q^3 + \cdots \ldots + a_1q^{n-1}} + a_1q^n \quad ②$$

①-②得：$S_n - qS_n = a_1 - a_1q^n$

$$(1-q)S_n = a_1(1-q^n)$$

当$q=1$ $\quad S_n = na_1$ $\quad a_n = a_1q^{n-1}$

当$q \neq 1$ $\quad S_n = \dfrac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \dfrac{a_1 - a_nq}{1-q}$

莱昂哈德·欧拉

Figure 4. Derivation of the sum formula for the first *n* terms of a geometric sequence
图 4. 等比数列前 *n* 项和公式的推导过程

【设计意图】从学生视角出发，教师进行尝试，通过方程思想以及公比 q，推导出等比数列的前 n 项和公式。在完成推导过程后，教师点明该方法通俗易懂，以此提升学生的数学学习信心，增强其学习兴趣。

问题 6：回顾刚才的推导过程，我们进行了哪些操作？

学生回答一个错位，一个相减，进而引出等比数列求和所运用的方法——错位相减法，与数学家欧拉不谋而合。同时教师分享在我国古代，错位相减法在《九章算术》中就已蕴含。如图 5 所示。

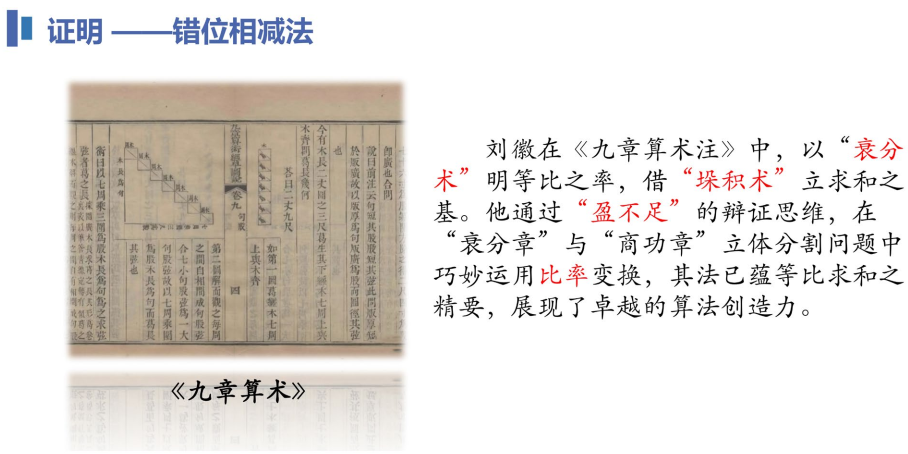

Figure 5. The implication of the method of misalignment subtraction in “The Nine Chapters on the Mathematical Art”
图 5. 错位相减法在《九章算术》中蕴含

【设计意图】通过命名“错位相减法”，将内隐的思维过程外显化，有助于应对学情预判(3)中学生对抽象方法理解困难的问题。同时，引入数学史实，增强学生的文化自信和学习兴趣。

问题 7：你还能找到其他推导的方法吗？

学生经过探究、思考、交流、讨论，认为可以通过加项的方法进行化简，进而推出公式；也认为也可以在等式两边同时乘上“$-q$”，通过累加法进行推导；或者在等式两边同时除以“q”，这样也能构造出许多相同的项。教师及时肯定学生的探究出来的新方法，但是也引导学生只要能认清问题的本质，那么问题即可迎刃而解。

【设计意图】在“错位相减法”的基础上，鼓励学生尝试运用多种方法消项，以此加深学生对问题本质的理解，培养其思维的灵活性与深刻性。

【设计意图】本环节严格遵循 PBL 理论“问题链驱动认知发展”的设计原则[6]，通过精心构建的问题序列(问题 3~问题 7)，搭建由浅入深的认知支架。引导学生从已有知识(等差数列求和方法)出发，在类比、质疑、尝试、反思的探究循环中自主发现“消项”这一数列求和的本质规律。这一设计充分体现了 PBL 理论中“知识由学习者主动建构而非被动接受”的核心理念，通过设置适度的认知冲突(倒序相加法失效)，激发学生突破思维定势，创造性地提出“错位相减”这一解决方案。同时，引入欧拉与《九章算术》的数学史实，强化问题解决的文化意蕴，培养学生学术自信与创新精神，实现 PBL 理论倡导的“深度学习”与“意义建构”的双重目标。

3) 应用公式，深化理解

问题 8：例 1：现在，你能解决问题 1 了吗？

例 2：求 $1+a+a^2+\cdots+a^n\left(a\neq 0\right)$ 的和？

【此处为应对学情预判(2)而设置】问题提出后，教师让学生独立解题，从学生的解题来看，在求解例 2 时，部分学生因忽视分类讨论而出现了错误。教师引导学生分析错因，从而强化他们对知识的理解。

【设计意图】依据 PBL 理论“应用–反思”循环模型[6]，本环节设计回归初始情境的问题解决任务，形成“问题提出–理论建构–实践应用”的完整学习闭环。通过典型例题的自主探究，促使学生在应用新知过程中暴露认知误区(如忽略 $q=1$ 的特殊情况)，在自我修正中深化对公式本质的理解。这一设计充分体现 PBL 理论强调的“通过实践应用巩固概念理解”的教学理念，将抽象公式置于具体问题情境中，发展学生的元认知能力与批判性思维，促进从机械记忆向结构化知识的转化，实现 PBL 理论倡导的“知行合一”的学习境界。

4) 总结归纳，深化认识

问题 9：我们运用了哪些方法推导等比数列的前 n 项和公式？请结合推导过程及实际应用，谈谈你的收获。

教师引导学生梳理本节课的脉络，通过《孙子算经》中的实际问题出发，在回顾等比数列定义和等差数列求和方法的基础上，深刻认识到求和的本质在于消除中间项。通过创造性地运用错位相减法，配合严谨的分类讨论，成功推导出了等比数列的前 n 项和公式。这个过程不仅锻炼了学生的数学运算能力，更提升了逻辑推理与数学抽象的核心素养，让他们体会到数学从具体到抽象的跨越之美，如图 6 所示。

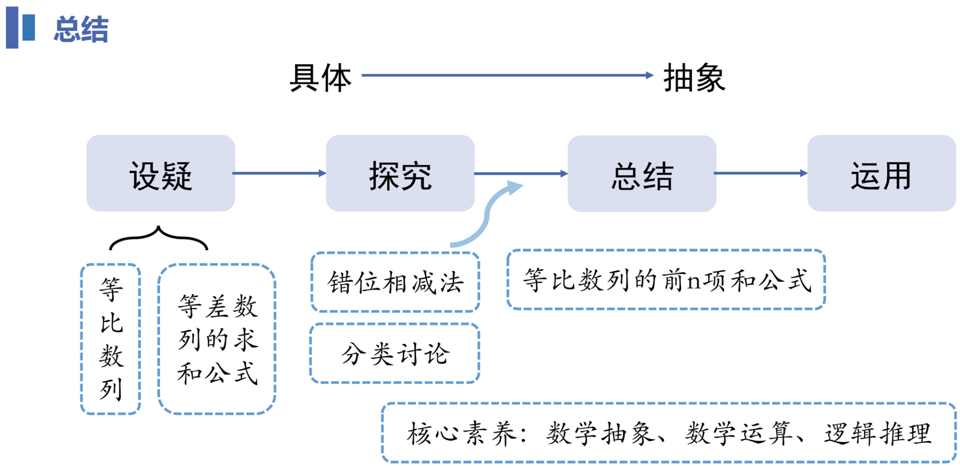

Figure 6. Diagram of the teaching process context
图 6. 教学过程脉络图

【设计意图】本环节紧扣 PBL 理论“元认知反思”的核心要求[6]，设计引导性问题(问题 9)促使学生对学习过程进行系统性回顾与结构化整合。通过梳理“历史问题－认知冲突－方法创新－公式建构－实践应用”的完整思维链条，助力学生将零散知识点编织成有机知识网络，实现从具体到抽象、从特殊到一般的思维跃迁。这一设计体现了 PBL 理论中“学习不仅是知识获取，更是认知结构重构”的深层理念，通过引导学生反思数学思想方法(分类讨论、错位相减)的价值与局限，培养数学思维的灵活性与批判性，最终达成 PBL 理论追求的“培养能思考、会学习、善解决问题的终身学习者”的根本目标。

4. 结论与启示

建构主义学习理论强调，知识的获得不是被动接受的过程，而是学习者基于已有经验主动建构意义的过程。本文提供了一个基于 PBL 理论的等比数列前 n 项和公式教学案例，追溯了数列求和的历史脉络，揭示了错位相减法的思维起源，深入剖析了历史问题驱动下的数学思维发展路径。通过该案例的实践与反思，得到关于等比数列求和教学三方面的启示：

第一，问题要与学生实际相联系

PBL 教学模式以问题为导向，在设计问题时，教师应遵循高中数学课程标准，注重教学内容要与实际相联系，提升数学知识的实用性，懂得学以致用。从学生熟悉的情境入手，将更容易吸引学生的注意力。教师尽量使用生活中的实际问题引入新的数学知识，使学生深入体验生活中所蕴含的数学知识，也使得抽象的数学概念变为学生更容易接受的具体知识[7]。同时要注意将所学知识应用到实际生活中，以增强数学的趣味性及挑战性。另外，对于问题的设置应避免过于简单或困难，要与学生已有的认知水平相符合，从而促进学生主动思考。

第二，数学史融入要深度化、系统化

历史材料不应仅作为课堂导入的“调味品”，而应成为贯穿教学全程的思维载体。《九章算术》中的等比数列思想、刘徽对数列和的探索，以及西方数学家对求和公式的贡献，都应有机融入公式的探索、推导与应用各环节。通过对历史问题的重现与解决，学生不仅能理解公式推导的合理性，更能体会数学家面对复杂问题时的思想方法与坚韧品质。这种深度融合使数学史成为连接古今的桥梁，激发学生学习内驱力，培养其文化自信与创新精神，实现知识学习与价值引领的统一。

第三，推进多元评价，强化课后反思

在 PBL 模式的数学教学设计中，应实现评价方式的多样化和评价主体的多元化，以多角度、全面地揭示学生的学习状态与教师的教学效果。具体而言，教师应巧妙结合终结性评价与过程性评价，确保两者相得益彰。在这一过程中，学生应始终处于评价的核心位置，自评与互评并行不悖，从而充分发挥评价的导向作用和激励改进功能，助力学生树立自信，点燃他们学习数学的兴趣与热情。此外，还可借助课堂观察、访谈等手段，深入剖析 PBL 模式下的高中数学教学的实施成效，进而为教学设计的反思与优化提供有力支撑[8]。

5. 教学效果验证与行动研究

为将本教学设计从一篇优秀的“教学设计”提升为一篇严谨的“教学研究”，本研究已在所任教的两个平行班级(实验班与对照班)中开展了为期两周的行动研究。研究通过以下方式收集数据：

1) 课堂录像：对实验班的完整授课过程进行录像，用于分析师生互动、问题链的有效性及学生参与度。

2) 前后测验：设计包含基础计算、公式推导、实际应用和开放性探究四个维度的测试卷，在教学前后分别对两个班级进行测试。

3) 学生作业分析：收集并分析实验班学生的课堂练习与课后作业，重点关注对 $q=1$ 情况的处理、错位相减法的掌握程度及解题规范性。

4) 学生访谈：随机抽取 8 名实验班学生进行半结构化访谈，深入了解他们对本节课的感受、对问题链设计的看法以及对数学史融入的态度。

定量分析结果显示：实验班后测平均分(86.5)显著高于对照班(78.2)，尤其在“公式推导”和“开放性探究”两个维度上，实验班学生的得分率高出 15%以上。

定性分析表明：课堂录像显示，问题 4 (倒序相加法的尝试与失败)成功引发了全班范围内的深度讨论，有效打破了思维定势；学生作业中对 $q=1$ 的讨论正确率达到了 92%，证明了教学设计的针对性；访谈中，所有学生均表示《孙子算经》的问题让他们感到“惊奇”和“有挑战性”，增强了学习的内在动机。

综合定量与定性数据，本研究证实：基于“四位一体”框架的 PBL 教学设计能有效促进学生对等比数列前 n 项和公式的深度理解，并在提升数学抽象、逻辑推理和数学建模等核心素养方面具有显著效果。

6. 研究局限性

尽管本教学设计取得了积极效果，但在实际应用中仍面临一些困难与局限性，值得客观分析与反思。

6.1. 实际应用中的困难与应对策略

时间控制的挑战：PBL 模式强调探究与讨论，极易导致课堂时间超支。在本研究中，原计划一课时完成的内容，实际上用了 1.5 课时。

应对策略：教师需对问题链进行精细化的时间预估，并准备“弹性预案”。例如，对于推导方法的多样性探讨(问题 7)，可作为课后拓展任务，保证核心内容(错位相减法及分类讨论)在课堂内扎实完成。

学生参与度不均：在小组合作与全班讨论中，部分思维敏捷的学生主导了话语权，而基础较弱的学生则趋于沉默。

应对策略：采用“思考－配对－分享”等结构化讨论策略，确保每位学生都有独立思考和小范围交流的机会。同时，教师巡视时应重点关注沉默学生，通过个别提问引导其参与。

6.2. “高度结构化 PBL”与开放式 PBL 的比较与选择

本研究采用的是一种“高度结构化”的 PBL 模式，其问题链是教师精心预设、环环相扣的。这与完全由学生发现问题、定义问题的“开放式 PBL”有所不同。选择结构化 PBL 的主要理由在于：

教学内容的特性：“等比数列前 n 项和公式”是一个有明确、高效解法(错位相减法)的核心知识点。开放式 PBL 可能导致学生耗费大量时间在无效的试错上，难以在有限课时内触及核心方法。

学生的认知水平：高中生虽具备一定探究能力，但在面对全新的、抽象的数学方法时，仍需要强有力的“认知脚手架”。结构化的问题链能有效引导其思维方向，降低认知负荷，确保探究的效率和深度。

教学目标的平衡：本设计旨在兼顾知识的系统掌握与素养的生成。结构化 PBL 能在保证知识目标达成的前提下，通过精巧的问题设计(如认知冲突、历史溯源)来激发高阶思维，实现了知识与素养的有机融合。

综上所述，本研究通过行动研究验证了教学设计的有效性，并对其潜在局限与模式选择进行了深入讨论，旨在为 PBL 在高中数学概念教学中的应用提供更具深度和可操作性的参考。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.

[2] 费建猛. PBL 教学下的高中数学课堂的构建——以“等差数列求和”为例[J]. 数理天地(高中版), 2024(15): 83-85.

[3] Barrows, H.S. (1994) Practice-Based Learning: Problem-Based Learning Applied to Medical Education. Southern Illinois University.

[4] 孙天山. 指向“基于问题的学习(PBL)”模式的思考与实践[J]. 教育理论与实践, 2014, 34(26): 53-55.

[5] 陈家瑞, 钱妍如, 韦宏, 等. PBL 教学模式在数学概念教学中的应用——以“任意角”的教学设计为例[J]. 求知导刊, 2022(26): 86-88.

[6] 叶轶群. 基于 PBL 教学模式下的高中数学“等比数列”单元教学设计研究[J]. 数理化解题研究, 2023(30): 32-34.

[7] 刘婷婷, 黄金莹. PBL 教学模式在高中数学教学中的应用探究[J]. 求知导刊, 2023(34): 92-94+106.

[8] 王健. PBL 模式下的高中数学单元教学设计研究——以数列为例[D]: [硕士学位论文]. 哈尔滨: 哈尔滨师范大学, 2024.