Creative Education Studies 创新教育研究, 2026, 14(6), 553-560
Published Online June 2026 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ces
https://doi.org/10.12677/ces.2026.146460

Hans汉斯

基于UbD理论的高中数学单元教学设计研究

——以“三角函数的概念”单元为例

林慧婷[1]，桑海风[1*]，韦宇哲[2]

[1]北华大学数学与统计学院，吉林 吉林
[2]吉化第一高级中学，吉林 吉林

收稿日期：2026年4月17日；录用日期：2026年6月19日；发布日期：2026年6月30日

摘 要

研究聚焦基于UbD理论与高中数学教学设计的融合机制，针对传统教师教学中的“教－学－评”脱节、学生学习浅表化等问题，构建了“逆向设计为框架、大概念为锚点、问题链为驱动、评价贯全程”的数学深度学习路径。通过单元整体视角重构教学内容，将UbD的“预期结果－评估证据－学习体验”三阶段与数学深度学习的“觉知－分析综合－应用－同化”四环节深度融合，形成可操作的实施模型。以“三角函数的概念”单元为实践载体，验证了该路径在促进学生数学概念深层理解、逻辑推理能力提升及知识迁移应用方面的有效性，为核心素养导向下的高中数学教学改革提供了理论参考与实践范式。

关键词

UbD理论，逆向单元设计，核心素养

Research on Unit Teaching Design of High School Mathematics Based on UbD Theory

—Taking the Unit of “Concept of Trigonometric Functions” as an Example

Huiting Lin[1], Haifeng Sang[1*], Yuzhe Wei[2]

[1]School of Mathematics and Statistics, Beihua University, Jilin Jilin
[2]Jilin No.1 High School, Jilin Jilin

Received: April 17, 2026; accepted: June 19, 2026; published: June 30, 2026

Abstract

This is explored by me which focuses on the integration mechanism between UbD theory and high

*通讯作者。

文章引用: 林慧婷, 桑海风, 韦宇哲. 基于 UbD 理论的高中数学单元教学设计研究[J]. 创新教育研究, 2026, 14(6): 553-560. DOI: 10.12677/ces.2026.146460

school mathematics teaching design. Addressing issues such as the disconnection between "teaching-learning-assessment" in traditional teacher-led instruction and superficial student learning, it constructs a deep learning path for mathematics characterized by "reverse design as the framework, big ideas as the anchor, problem chains as the driving force, and evaluation throughout the entire process." By reconstructing teaching content from a holistic unit perspective, it deeply integrates the three stages of UbD—"expected outcomes, assessment evidence, and learning experiences"—with the four links of deep learning in mathematics—"awareness, analysis and synthesis, application, and assimilation"—to form an operational implementation model. Using the unit of "the concept of trigonometric functions" as a practical carrier, it verifies the effectiveness of this path in promoting students' deep understanding of mathematical concepts, enhancing logical reasoning ability, and facilitating knowledge transfer and application. This provides theoretical reference and practical paradigm for high school mathematics teaching reform under the guidance of core competencies.

Keywords

Understanding-Based Design (UbD), Reverse Unit Design, Core Competencies

1. 引言

《普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)》[1]明确提出以核心素养为导向的教学要求，强调学生需突破“记忆－复现”的浅表学习模式，形成对数学知识的本质理解与迁移应用能力，这和深度学习的核心诉求高度一致。但在当前高中数学老师的教学仍存在“重解题、轻理解”“教－学－评脱节”等问题，制约了学生核心素养的培育。

UbD 理论是为“为理解而教”的核心教学设计框架，它属于“以终为始”逆向设计理念，将评价置于教学活动之前，聚焦学生的持久理解与能力迁移，与深度学习理念高度契合，为破解教学困境提供了理论框架。现有研究虽证实 UbD 对深度学习的促进作用，但针对高中数学学科特点的系统化深度学习路径仍缺失，存在理论落地难、实践形式化等问题[2]。

本研究以 UbD 理论为指导，融合数学深度学习环节，构建“逆向设计－问题驱动－评价贯穿”的高中数学深度学习路径，并以“三角函数的概念”单元为载体开展实践验证，旨在为核心素养导向下的高中数学教学改革提供可操作的理论参考与实践范式。

2. 文献综述与理论基础

2.1. UbD 理论国际研究进展(2021~2026)

UbD (Understanding by Design)逆向设计理论近年在国际数学教育领域持续深化。Wiggins & McTighe (2021)重申 UbD 以“理解”为核心、评价先行的三阶段框架，强调大概念、基本问题与多元证据对深度学习的支撑作用。国际实证研究显示，UbD 能显著提升学生概念理解、迁移能力与高阶思维，尤其适用于单元化、结构化的数学教学。近年研究更关注 UbD 与核心素养、问题驱动、数字化教学的融合，突出“目标－评价－活动”闭环对教－学－评一致性的强化作用。

2.2. 核心概念界定

基于理解的教学设计(UbD)是由威金斯(Wiggins)和麦克泰格(McTighe)提出的教学设计框架，其核心要义为“逆向设计”，具体而言，即围绕“预期的学习结果”，优先明确能够证明学生达成理解的“评估证据”，再针对性设计贴合学生认知规律的“学习体验与教学活动”，最终助力学生实现对知识的持久理解与迁移应用。盛群力、何晔在相关研究中也对 UbD 模式的核心内涵进行了解读，指出该模式以意义学习为导向，以理解为核心，其核心要素包含大概念、基本问题以及理解六侧面，其中理解六侧面具体涵盖解释、阐明、应用、洞察、神入、自知六个维度[3]。

数学深度学习：它指在教师引导下，学生围绕具有挑战性的数学主题，主动参与概念建构、逻辑推理、问题解决等高阶思维活动，实现知识的结构化内化、思维方法的凝练，以及数学核心素养(数学抽象、逻辑推理、数学建模等)的发展。其关键特征为“本质理解、思维参与、迁移应用、元认知反思”。

2.3. 理论基础

建构主义学习理论：它强调学习是学生主动建构知识意义的过程，数学知识的理解需依托学生的已有认知经验(既学过的知识或了解过的知识)，通过让学生自主探究、合作交流，使得新旧知识的融合实现，这为 UbD 中“学习体验设计”提供了核心依据。

教－学－评一致性理论：它要求教学目标、学习活动与评价设计三者高度契合，UbD 的“逆向设计”本质上是教－学－评一致性的具体体现，为深度学习路径的“评价先行”提供了理论支撑。

数学单元教学理论：它主张以“单元”为基本单位整合教学内容，突出知识间的逻辑关联与数学思想方法的系统性，为 UbD 在高中数学中的应用提供了“单元载体”，避免教师进行碎片化教学。

3. 基于 UbD 的高中数学深度学习路径构建

本研究结合高中数学学科特点，融合 UbD 逆向设计三阶段与数学深度学习四环节，构建“六步闭环”的逆向单元深度学习路径[3]，核心逻辑为“以大概念锚定理解目标，以评价证据驱动活动设计，以深度活动促进思维发展”，具体框架见图 1 所示。

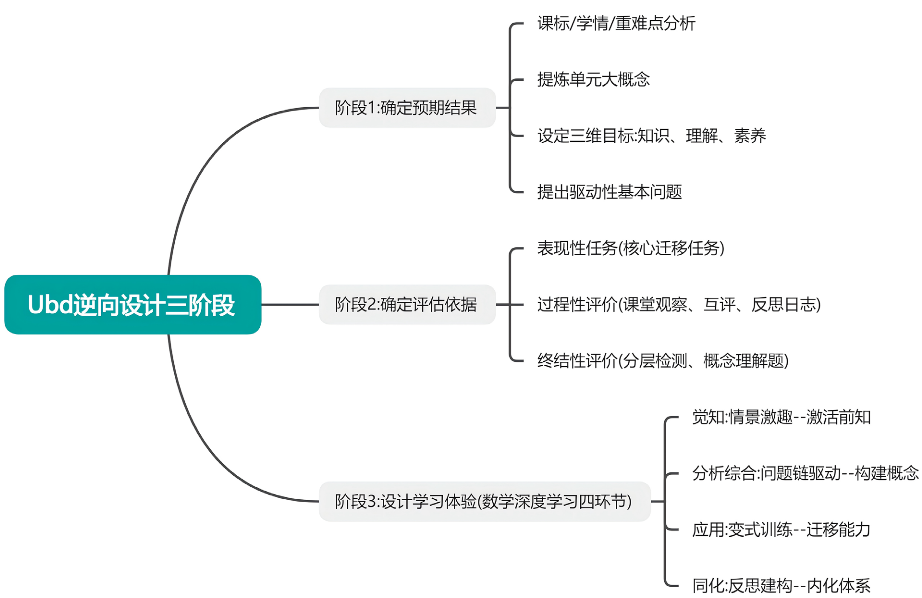

Figure 1. Three stages of UbD inverse design
图 1. UbD 逆向设计三阶段

3.1. 路径具体环节与实施策略

3.1.1. 内容重构：单元界定与整合——逆向设计准备阶段

核心任务实施步骤为打破教材章节壁垒，以“大概念”为核心整合教学内容、确定单元主题；数学学科实施策略则采用四种单元组织形式，分别是模块类依托教材章节(如“导数及其应用”)，主题类跨节整合逻辑关联内容(如“三角函数的概念”整合弧度制、任意角三角函数定义)，方法类以数学思想为主线(如“数形结合思想下的函数研究”)，素养类聚焦核心素养(如“数学建模中的二次函数应用”) [4]。

3.1.2. 要素分析：课标、学情与重难点——逆向设计准备阶段

明确单元在课标中的定位，分析学生认知基础与思维障碍，确定教学重难点，具体包括课标解读、学情分析与重难点分析三个方面：课标解读需提取核心素养要求(如“弧度制”需落实“数学抽象”“逻辑推理”)，学情分析通过前测、作业分析了解学生已有经验(如学生对“角的度量”的认知局限于角度制)，重难点分析则结合知识抽象性与学生思维特点，确定核心难点(如弧度制的本质“角的弧度数与圆的半径无关”)。

3.1.3. 目标设定：锚定理解与核心素养——UbD 阶段 1：确定预期结果

制定分层目标、明确“预期学习结果”并提炼单元大概念与基本问题，其中目标分层包括知识目标(掌握核心概念、公式，如弧度与角度的互化公式)、理解目标(把握知识本质与逻辑关联，如理解弧度制是“用长度度量角”的本质)和素养目标(发展核心素养，如通过类比角度制建构弧度制，提升数学抽象能力)，同时提炼大概念(如“度量的本质是单位的累加”)与基本问题(如“为什么需要引入弧度制？”)。

3.1.4. 评价设计：证据先行，全程覆盖——UbD 阶段 2：确定评估证据

设计“多元评价证据”，实现“过程性评价 + 终结性评价”融合以判断目标达成度，其中表现性任务作为核心证据，需设计真实、复杂的任务(如“设计抛物线型桥梁，运用二次函数解决通行高度问题”)，过程性评价包括课堂观察(记录学生推理过程)、小组互评(概念建构方案)、反思日志(知识内化体会)，终结性评价采用分层检测(基础题 + 变式题 + 综合应用题)，聚焦知识迁移与思维过程。

3.1.5. 活动设计：问题链驱动，深度体验——UbD 阶段 3：设计学习体验；深度学习四环节

设计贴合深度学习“觉知－分析综合－应用－同化”四环节的活动，以“问题链”为载体引导学生主动探究，具体递进式活动为：觉知知识环节通过情境激趣、激活前知(如通过“扇形弧长与半径的关系”情境，引发学生对角度度量新方法的思考)，分析综合环节以问题链驱动、建构概念(如类比“1°的定义”，提出“如何用弧长定义角的度量单位？”等问题，引导学生抽象弧度制概念)，应用知识环节开展变式训练、迁移能力(如推导弧度制下扇形弧长、面积公式，解决实际问题)，同化知识环节通过反思建构、内化体系(如小组辩论“角度制与弧度制的优劣势”，将弧度制纳入角的度量认知体系)。

3.1.6. 实践与反思：迭代优化教学设计——逆向设计闭环优化

通过课堂实践检验教学效果，结合学生反馈与教师反思优化单元设计，其中学生反馈采用问卷调查(深度学习体验)与访谈(概念理解难点)的方式，教师反思聚焦教学活动与目标的契合度及评价证据的有效性，迭代优化则针对学生理解薄弱点(如弧度制本质)调整问题链与评价任务。

4. 研究设计

4.1. 研究对象

选取高一年级两个平行班，实验班(45 人)实施 UbD 逆向单元教学，对照班(45 人)采用传统课时教学。独立检验前测结果显示，两班数学基础、三角函数前置知识掌握程度无显著差异($p > 0.05$)，具有可比性。

4.2. 研究变量

自变量：教学模式(UbD 单元教学/传统教学)；

因变量：单元测试成绩、概念理解水平、知识迁移能力、核心素养发展程度；

控制变量：授课教师、课时总量、教材版本、作业量、测评工具。

4.3. 检验结果

如表 1 和表 2。

Table 1. Pre-test score difference test: Experimental class vs. control class (n = 45)
表 1. 实验班与对照班前测成绩差异性检验(n = 45)

数量差异显著性	分数	平均分 ± 标准差	t 值	p 值	差异显著性
实验班	45	72.18 ± 8.46	0.653	0.515	$p > 0.05$，无显著差异
对照班	45	71.42 ± 9.07	-	-	-

注：采用独立样本 t 检验；两班数学基础与三角函数前置知识无显著差异，具有可比性。

Table 2. Post-test score difference test: Experimental class vs. control class (n = 45)
表 2. 实验班与对照班后测成绩差异性检验(n = 45)

数量差异显著性	分数	平均分 ± 标准差	t 值	p 值	差异显著性
实验班	45	86.73 ± 6.82	3.864	0.000	$p < 0.01$，差异极显著
对照班	45	86.73 ± 6.82	-	-	-

注：采用独立样本 t 检验；$p < 0.01$ 表示 UbD 教学效果显著优于传统教学。

4.4. 质性研究设计

在准实验研究基础上，本研究辅以质性研究方法，从实验班中按前测成绩分层抽样，选取高、中、低学业水平各 1 名共 3 名典型学生作为个案，进行全程跟踪观察与数据收集。数据收集采用多源方式：一是课堂观察与录像，对实验班 3 个课时的三角函数单元课堂进行全程记录，重点捕捉学生在导入环节对核心问题的回应、探究活动中的合作推理过程，以及成果展示中的表达与反思；二是半结构化访谈，单元教学结束后对 3 名个案学生开展一对一访谈，围绕学习目标感知、关键任务的概念理解转变、表现性任务的学习价值等问题进行交流；三是学习作品分析，通过收集个案学生的单元学习单、概念图、作业及三角函数建模报告等表现性任务作品，追踪其概念理解、知识迁移与核心素养的发展轨迹。

5. 实践案例：以“三角函数的概念”单元为例(整合“弧度制”“任意角的三角函数”“同角三角函数的基本关系”)

5.1. 单元内容重构与要素分析

5.1.1. 内容重构

采用“主题类单元”，整合弧度制、任意角三角函数定义、同角三角函数基本关系，核心围绕“用单位圆统一角的度量与三角函数定义”这一大概念，解决“如何将三角函数从锐角推广到任意角”的核心问题[5]。

5.1.2. 要素分析

课标要求：让学生了解任意角的概念和弧度制，且能进行弧度与角度的互化；借助单位圆使学生理

解任意角三角函数的定义，且理解同角三角函数的基本关系式。

学情分析：学生已掌握锐角三角函数的定义(直角三角形中)，但对“角的推广”“用长度度量角”缺乏认知，思维障碍在于“从几何定义到代数化定义的抽象”。

重难点：重点是弧度制定义、任意角三角函数的单位圆定义；难点是弧度制的本质、三角函数定义的跨象限迁移。

5.2. 目标设定与评价设计

5.2.1. 预期学习结果

知识层面：使学生掌握弧度与角度互化公式，能借助单位圆表示任意角的三角函数值；

理解层面：学生能够理解弧度制是“用单位圆上的弧长度量角”的本质，把握任意角三角函数与锐角三角函数的内在联系；

素养层面：通过类比、抽象、建模，发展学生的数学抽象、逻辑推理与直观想象能力。

5.2.2. 评估证据

表现性任务：教师设计一个摩天轮模型，计算摩天轮旋转不同角度时，座舱的高度与水平距离(用弧度制表示角度)；

过程性评价：教师课堂观察学生对“弧度制定义”的探究过程，小组互评“单位圆三角函数定义”的建构方案；

终结性评价：教师让学生完成分层检测，包含基础题(弧度与角度互化)、变式题(不同象限三角函数值的判断)、综合题(结合单位圆解决实际问题)。

5.3. 深度学习活动设计

5.3.1. 觉知知识——培养数学建模、直观想象素养

情境导入环节展示摩天轮旋转视频，提出“如何精确计算摩天轮旋转 10 分钟时，座舱上升的高度？”(已知摩天轮每分钟旋转 30°)问题，同时设计问题链设计：1) 用角度制计算时，涉及圆的周长公式，计算是否繁琐？2) 能否找到一种“角的度量单位”，使弧长公式简化为 $l=\alpha\cdot r$？

5.3.2. 分析综合——培养数学抽象、逻辑推理素养

小组对类比“1°的定义”，建构弧度制定义进行探究，同时进行问题链设计：

1) 1°是如何定义的？

(周角的 1/360)

2) 如果用“弧长”定义角的单位，当弧长等于半径时，这个角的大小是多少？

(这个角的大小定义为 1 弧度，记为 1 rad)

3) 角的弧度数与圆的半径有关吗？为什么？

(角的弧度数与圆的半径无关)

核心原因：弧度制中，角的弧度数定义为圆心角所对的弧长 l 与圆的半径 r 的比值，即弧度数 $\alpha=\frac{l}{r}$

5.3.3. 应用知识——培养逻辑推理、数学运算素养

在变式训练环节，设计了三类题目：一是弧度与角度互化，如计算 270°转化为弧度($\frac{3}{2}$rad)，$\frac{5}{6}\pi$ 弧度转化为角度 150°，二是推导弧度制下扇形弧长、面积公式，例如当扇形半径为 2、圆心角为 $\frac{\pi}{3}$ 时，计算

得弧长 $l=\alpha\cdot r=2\cdot\frac{\pi}{3}=\frac{2}{3}\pi$，面积 $S=\frac{1}{2}r^2\alpha=\frac{1}{2}\cdot 2^2\cdot\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$；三是判断 $\frac{3}{4}\pi$ 角的三角函数值符号，$\cos\alpha=x<0$，符号为负；$\sin\alpha=y>0$，符号为正，$\frac{\pi}{2}<\frac{3\pi}{4}<\pi$，该角位于第二象限，因此余弦值符号为负、正弦值符号为正。

5.3.4. 同化知识——培养元认知、数学抽象素养

反思建构：小组辩论“角度制与弧度制的适用场景”，绘制单元知识结构图

1) 角度制与弧度制各有什么优势？

(角度制更贴合生活与直观计算，弧度制是数学学科的高级语言，适用于高阶的代数、函数研究)

2) 任意角三角函数的单位圆定义，与锐角三角函数的直角三角形定义有什么联系？

(任意角三角函数的单位圆定义是锐角三角函数直角三角形定义的推广与本质化延伸)

3) 如何用单位圆统一表示任意角的三角函数值？(以下图 2 为 ggb 生成所示)

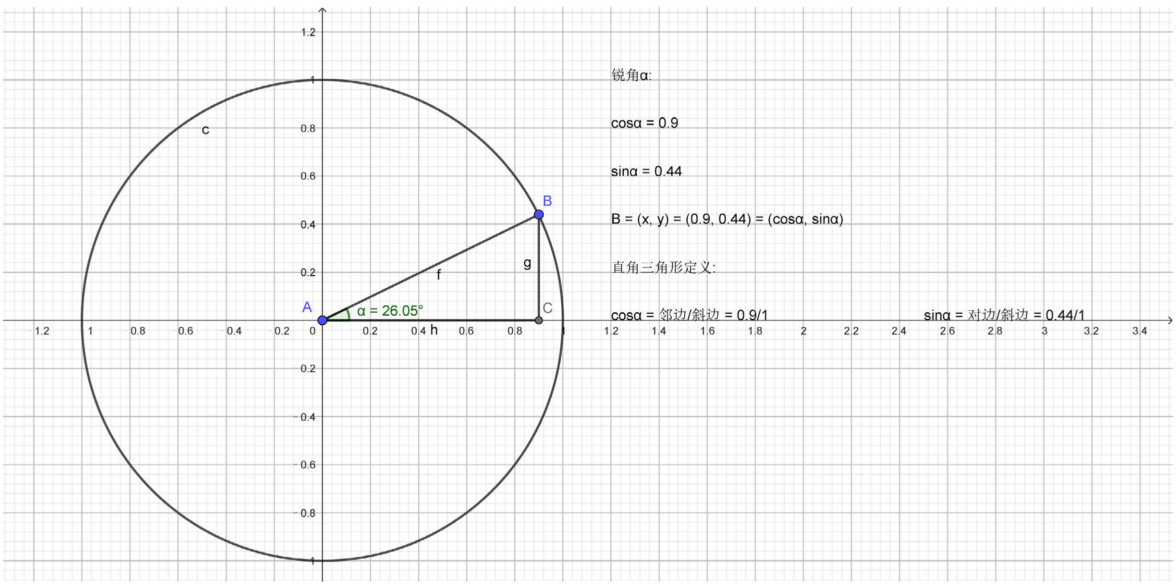

Figure 2. Definition of the unit circle and trigonometric functions of arbitrary angles
图 2. 单位圆与任意角三角函数的定义

5.4. 课后习题

基础题(考查：弧度与角度互化)

1) 将 210°转化为弧度，将 $-\frac{3}{4}\pi$ 转化为角度。

变式题(考查：不同象限三角函数值的判断)

2) 已知角 α 为第二象限角，判断 $\sin\alpha$、$\cos\alpha$、$\tan\alpha$ 的符号；若角 β 终边经过点 $P(-1,2)$，直接指出 β 所在象限。

综合题(考查：结合单位圆解决实际问题)

3) 单位圆上一点 A 对应角 32π，结合单位圆三角函数定义，求点 A 的坐标及 $\sin 32\pi$、$\cos 32\pi$ 的值。

5.5. 质性研究结果与分析

以实验班中等学业水平的学生 A 为例，其在三角函数单元学习中的过程性变化清晰展现了 UbD 模

式的影响。

学习前，学生 A 对三角函数的理解停留在机械记忆层面，仅关注公式、题型的套用，缺乏对知识本质的认知。在 UbD 教学中，通过“摩天轮建模”这一表现性任务，他需要结合单位圆、周期性、相位变化建立实际问题的函数模型，课堂学习单记录了他从只会套用公式，到能准确解释参数意义并根据情境调整模型的转变，访谈中他也表示，终于理解了三角函数是描述周期变化的工具，而非孤立的死公式。

学习行为上，学生 A 从传统教学中的被动刷题、课堂沉默，转变为 UbD 课堂中的主动探究。在“三角函数图像变换”小组活动中，他主动提出先平移与先伸缩的差异问题，并与组员设计对比实验，借助几何画板验证猜想，课堂录像完整呈现了他从依赖教师讲解到主动提问、合作探究、验证结论的过程。

核心素养层面，学生 A 的表现性任务作品《校园旗杆影子的三角函数模型》，完整呈现了建模的全流程：从影子长度变化中抽象出周期性函数模型，结合三角函数性质解释参数的实际意义，并能指出模型的局限性，提出结合季节变化进行修正的改进建议，直接体现了其数学建模与逻辑推理素养的发展，印证了 UbD 模式对核心素养落地的推动作用。

5.6. 反思与建议

通过课堂观察与检测发现，大部分学生能清晰讲述弧度制的本质，且能借助单位圆灵活判断不同象限三角函数值的符号，表现性任务完成质量较高，学生能将三角函数知识应用于摩天轮模型的实际问题中，实现了知识的迁移应用。但小部分学生对“弧度制与实数的一一对应关系”理解仍不透彻，后续需增加“弧度制与数轴上的点对应”的探究活动。

基金项目

吉林省高教科研课题(JGJX25D0391)，校级研究生教育教学改革研究课题(JG[2024]001)，吉林省基础教育教学研究课题(从“沃土”到“脱颖”：以数学建模为核心载体的中小学数学思维贯通培育实践研究)。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.

[2] 赵萍, 郭泽琳. 深度学习视域下逆向单元教学设计在高中数学教学中的应用成效[J]. 华南师范大学学报(社会科学版), 2022(3): 54-62.

[3] 盛群力，何晔.意义学习，理解为先——UbD 模式对课堂教学改革提出的新建议 [J]. 课程教学研究，2013 (8): 22-31.

[4] 毛芳. UbD 理论下高中数学问题链驱动教学设计的研究——以高中“导数及其应用”单元为例[J]. 教育进展, 2025, 15(12): 1549-1557.

[5] 逆向设计为框架问题链设计如何用弧长定义角的度量单位喻平. 数学单元教学的四种模式[J]. 中学数学教学参考, 2021(10): 4-7.