

生成式AI支持直观想象素养发展的教学实践 ——以函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像为例

刘俊康, 杨族桥

黄冈师范学院数学与统计学院, 湖北 黄冈

收稿日期: 2026年5月15日; 录用日期: 2026年8月11日; 发布日期: 2026年8月20日

摘 要

围绕高中数学函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像教学, 探讨生成式AI促进学生直观想象素养发展的实践路径。研究以46名高一学生为对象, 采用前后测、课堂观察和访谈相结合的方法, 借助DeepSeek生成动态图像、关键点轨迹、周期标注和位移对比图, 引导学生在观察、比较与解释中建构参数和图像变换的对应关系。结果显示, 学生在七个考查维度上的后测正确率均高于前测, 其中平移量判断正确率由32.6%提高至73.9%, 由图析式能力由41.3%提高至76.1%, 数学解释能力由34.8%提高至71.7%。研究表明, 生成式AI能够有效支持学生形成动态表象和数形联系。

关键词

生成式AI, 直观想象素养, 三角函数图像

Teaching Practice of Generative AI Supporting the Development of Intuitive Imagination Literacy —A Case Study of the Graph of the Function $y = A\sin(\omega x + \varphi)$

Junkang Liu, Zuqiao Yang

School of Mathematics and Statistics, Huanggang Normal University, Huanggang Hubei

Received: May 15, 2026; accepted: August 11, 2026; published: August 20, 2026

Abstract

This study investigates a practical pathway through which generative AI supports the development

of students' intuitive imagination literacy in the teaching of the graph of the high school mathematics function $y = A\sin(\omega x + \varphi)$. A total of 46 Grade 10 students participated in the study. Using a combination of pre- and post-tests, classroom observation, and interviews, the study employed DeepSeek to generate dynamic graphs, key point trajectories, period annotations, and displacement comparison diagrams, guiding students to construct the correspondence between parameters and graph transformations through observation, comparison, and explanation. The results show that students' post-test accuracy was higher than their pre-test accuracy across all seven assessment dimensions. Specifically, the accuracy of displacement judgment increased from 32.6% to 73.9%, graph-to-formula analysis from 41.3% to 76.1%, and mathematical explanation from 34.8% to 71.7%. These findings suggest that generative AI can effectively support students in forming dynamic mental representations and establishing connections between algebraic expressions and graphical transformations.

Keywords

Generative AI, Intuitive Imagination Literacy, Graphs of Trigonometric Functions

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《普通高中数学课程标准(2017年版 2020年修订)》指出,直观想象是指借助几何直观和空间想象感知事物的形态与变化,利用空间形式特别是图形,理解和解决数学问题的素养[1]。直观想象不能被理解为几何直观与空间想象的简单相加,二者虽然关注点不同,但在数学认识过程中始终相互渗透、相互支撑[2]。函数图像是发展学生直观想象素养的重要载体,其中“函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像”既涉及参数变化与图像变换的对应关系,又蕴含数形结合、由特殊到一般等数学思想方法,是培养学生由式想图、由图析式能力的关键内容。在现实教学中,学生往往能够直接记住“ A 影响振幅, ω 影响周期, φ 影响平移”这一结论,却难以解释图像为何发生相应变化,尤其容易将平移量直接等同于 φ 。针对上述困难,已有研究探索了动态几何软件在函数图像教学中的应用。GeoGebra、几何画板等工具能够提供参数滑动条驱动的动态演示,帮助学生建立参数与图像变化的初步关联。但这类工具的演示内容需教师预先设计,难以灵活响应课堂中即时生成的探究问题,交互方式也主要限于操作预设控件。生成式 AI 的介入为突破局限提供了新的可能[3],生成式 AI 能够依据指令即时生成动态图像、关键点轨迹和对比画面,为学生观察变化、辨析差异、修正直觉提供支持,这与学生直观想象素养发展的内在需求较为契合[4]。

2. 研究设计

2.1. 研究对象

选取某高中高一年级一个班学生作为研究对象。该班学生已经学习了正弦函数 $y = \sin x$ 的图像与性质,初步掌握了函数图像的平移与伸缩变换方法,具备学习 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 图像变换的知识基础。

2.2. 研究方法

采用混合研究方法,在保留课堂教学案例描述的基础上,综合运用前后测问卷、课堂观察和半结构化访谈等方式收集资料[5]。其中,前后测问卷主要用于了解学生在教学前后 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 图像变换相

关知识的理解变化；课堂观察主要用于记录学生在观察动态图像、比较图像差异、归纳参数作用过程中的表现；半结构化访谈主要用于了解学生对生成式 AI 动态可视化学习方式的真实感受。通过量化资料与质性资料的相互补充，较为全面地分析生成式 AI 支持直观想象素养发展的教学效果。

2.3. 研究工具

使用前后测问卷和半结构化访谈提纲作为研究工具。前后测问卷围绕本节课的核心知识点设计，主要包括参数 A 对振幅和翻折的影响、参数 ω 对周期的影响、参数 φ 与 ω 共同作用下的平移量判断，以及由式想图、由图析式能力等内容。前测用于了解学生已有认知水平，后测用于考察学生学习后的理解变化。前后测题目在考查维度上保持一致，但具体题目情境作适当调整，以避免学生机械记忆答案，前后测问卷内容见表 1。

Table 1. Content design of pre-test and post-test questionnaire

表 1. 前后测问卷内容设计

参数 A 的作用	比较 $y = \sin x$ 与 $y = -2\sin x$ 的图像变化	考查学生对振幅和翻转的理解
参数 ω 的作用	求 $y = 2\sin x$ 的周期，并说明图像变化特点	考查学生对周期变化的理解
参数 φ 的作用	判断 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 相对于 $y = \sin x$ 的平移方向和距离	考查学生对相位变换的理解
ω 与 φ 的综合作用	判断 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 相对于 $y = \sin 2x$ 的平移量	考查学生是否理解平移量为 $-\frac{\varphi}{\omega}$
数形转化能力	根据给定图像判断可能的函数解析式	考查学生由图析式、由式想图的能力
解释表达能力	说明为什么 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的平移量不是 $\frac{\pi}{3}$ ，而是 $\frac{\pi}{6}$	考查学生能否结合代数与图像进行解释

半结构化访谈主要围绕学生的学习体验展开，访谈问题包括：生成式 AI 生成的动态图像是否帮助你理解参数变化？关键点轨迹和位移箭头是否有助于你判断图像变化？与传统静态图像相比，这种学习方式有什么不同？在学习过程中还有哪些不清楚或容易混淆的地方？通过访谈，可以进一步了解学生对 AI 支持教学方式的真实感受，为解释前后测结果提供补充依据。

3. 技术实现与交互策略

3.1. AI 工具与使用环境

本研究使用的 AI 工具为 DeepSeek。动态图像与关键帧主要由 DeepSeek 根据教师指令生成 Python 绘图代码，再由教师运行、筛选和截取关键画面，课堂展示主要通过多媒体课件呈现。

3.2. 关键教学环节的 Prompt 范例

为增强研究的可操作性，下面列出本节课几个关键教学环节中教师使用的 Prompt 范例，见表 2。

3.3. AI 交互中的挑战与解决方法

在本节课的备课和实施过程中，教师与 AI 交互主要遇到以下几类问题。

第一，指令不够具体时，AI 生成结果容易偏离教学目标。最初输入“生成正弦函数图像变化过程”时，AI 可能只给出几幅普通函数图像，不能突出参数变化与图像特征之间的对应关系。对此，教师将指令修改为“标出波峰、波谷和零点运动轨迹”“显示完整周期区间长度”“用位移箭头比较平移距离”

等, 使 AI 输出更贴近教学难点。

第二, AI 生成图像有时存在数字标注不准确的问题。尤其在处理 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的相位平移时, AI 可能会误把平移量标为 $\frac{\pi}{3}$ 。对此, 教师需要先进行数学验证, 再决定是否采用 AI 结果。对于错误标注, 教师通过追加指令要求 AI “先将 $2x + \frac{\pi}{3}$ 提取公因式, 写成 $2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$, 再标注平移量”。

第三, AI 生成图像可能过于复杂, 不利于学生观察。比如在同一坐标系中同时呈现多条曲线、多个箭头和多组文字说明, 容易造成视觉干扰。对此, 教师将图像拆分为“单参数变化图”“两图并排对比图”“关键帧图”三类, 在不同教学环节分别使用, 使学生能够围绕一个核心问题进行观察。

第四, AI 的语言解释有时过于成人化或理论化, 不适合直接呈现给高中学生。对此, 教师保留 AI 提供的图像和思路, 但将解释语言改写为学生容易理解的课堂问题, 如“哪些点在动, 哪些点不动?”“同样的 φ , 为什么右边移动得更少?”“箭头长度为什么是一半?”通过问题链引导学生自主归纳, 而不是直接接受 AI 给出的结论。

第五, 课堂即时生成结果存在不稳定性。由于网络、设备和 AI 输出质量等因素影响, 完全依赖课堂现场生成可能影响教学节奏。因此, 本研究采用“课前生成为主、课堂即时调整为辅”的方式。教师在课前完成主要动态图像和关键帧准备, 课堂中根据学生回答适当调整或补充展示内容, 从而保证课堂实施的稳定性。

Table 2. Prompt design supported by generative AI
表 2. 生成式 AI 支持下的 Prompt 设计

教学环节	教学目的	Prompt 范例
动态导入	整体感知函数图像由简单到复杂的变化过程	请生成函数 $y = \sin x$ 连续演化为 $y = -2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的动态图像。要求保留若干关键帧, 显示图像经历振幅变化、周期变化、水平平移和翻折的过程, 并用不同线型区分各阶段图像。
参数 A 的作用	理解振幅变化和 ($A < 0$) 时的翻折	请生成 $y = A\sin x$ 在 A 从 0.5 变化到 2, 再变化到 -2 时的动态图像。要求标出波峰、波谷和零点, 并显示这些点随 A 变化的运动轨迹, 帮助学生观察哪些点发生变化、哪些点保持不动。
参数 ω 的作用	理解周期与 ω 的关系	请生成 $y = \sin \omega x$ 在 $\omega = 0.5, 1, 2, 3$ 时的对比图, 并在每幅图中标出一个完整周期所对应的区间长度。要求突出说明 ω 越大, 周期越短, 图像越密。
参数 φ 的作用	突破平移量不是简单等于 φ 的难点	请生成两组对比图: 第一组为 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, 第二组为 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 。要求用箭头标出图像相对于基准函数的水平位移, 并比较两组图像的位移长度差异。
综合变换	理解不同变换顺序下的中间过程差异	请分别演示从 $y = \sin x$ 得到 $y = -2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的两种路径: 路径一先进行周期变化, 再进行平移, 最后进行振幅变化; 路径二先进行平移, 再进行周期变化, 最后进行振幅变化。要求分阶段呈现每一步图像, 并说明最终图像是否一致。
课堂小结	生成参数 - 图像变化图谱	请根据 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像变换规律, 生成一张“参数 - 图像变化图谱”。要求分别说明 A 控制振幅和翻折, ω 控制周期, φ 与 ω 共同影响平移量, 并配以简洁示意图。

4. 教学过程

4.1. 动态导入, 整体感知变化

师: 同学们, 我们已经学过正弦函数 $y = \sin x$ 的图像与性质。今天我们要研究更一般的函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 。请同学们观察 AI 生成的动态图像: 函数由 $y = \sin x$ 为基准, 连续演化为 $y = -2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 并保留若干关键帧, 如图 1。

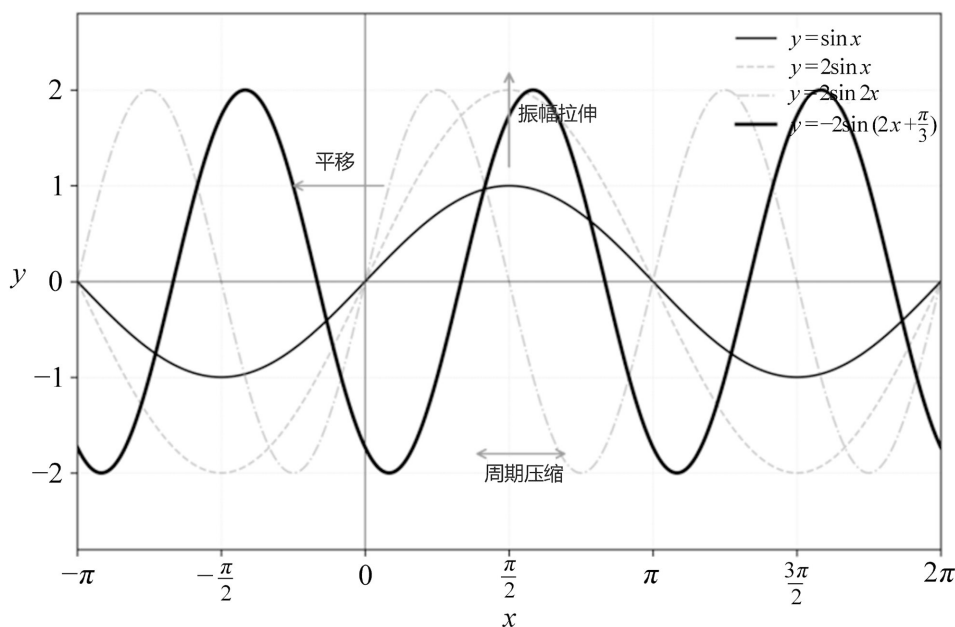


Figure 1. Dynamic process of continuous evolution of AI-generated functions

图 1. AI 生成的函数连续演化动态过程

师: 谁能描述一下这条曲线经历了哪些变化?

生 1: 先变高了, 后来又变密了, 又再往左移了, 最后上下方向也翻了过来。

师: 观察得很仔细。变高或变低, 我们通常说成振幅变化; 变密或变疏, 我们叫周期变化; 整体滑动, 我们称为平移。也就是说, 一个看似复杂的图像变换, 其实是由几类基本变化组合而成的。今天这节课, 我们就要研究是什么在控制这些变化。

设计意图: 以 AI 生成的连续演化动画代替静态图像对比, 让学生在课始即建立起图像是动态过程而非静态结果的整体感知。残影的保留使学生能够回溯变化历程, 为后续分解研究三类参数的作用提供直观经验背景。

4.2. 聚焦参数 A , 理解振幅与翻折

师: 我们先研究第一个参数 A 。请 AI 演示 A 从 0.5 连续变化到 2, 再变化到 -2 的过程, 并标出波峰、波谷和零点的运动轨迹。请同学们观察: 哪些点在动, 哪些点不动, 如图 2。

生 2: 波峰越来越高, 波谷越来越低, 它们离 x 轴越来越远。

师: 零点呢? 有没有动?

生 3: 零点一直没动, 还是原来的位置。

师: 那 A 变成负数以后图像又是怎么变化的呢?

生 4: 图像翻过来了, 原来在上面的波峰跑到下面去了, 波谷跑到上面去了。

师: 准确地说, 是关于什么对称?

生 5: 关于 x 轴对称。

师: 好, 谁能用一句话概括参数 A 的作用?

生 6: $|A|$ 越大, 图像上下拉得越开; A 的符号决定了图像会不会翻折。

师: 总结得很到位。 $|A|$ 决定振幅, 也就是波峰到 x 轴的最大距离; A 的符号决定图像是否关于 x 轴对称。当 $A < 0$ 时, 图像相当于先按 $|A|$ 拉伸, 再关于 x 轴翻折。

设计意图: 通过 AI 追踪波峰、波谷和零点的运动轨迹, 将振幅变化这一抽象概念解构为可观察的点运动。学生通过观察谁在动、谁不动、向哪动, 在视觉层面建立起参数 A 与图像特征的空间对应关系, 这正是直观想象素养中空间建模维度的直接体现。

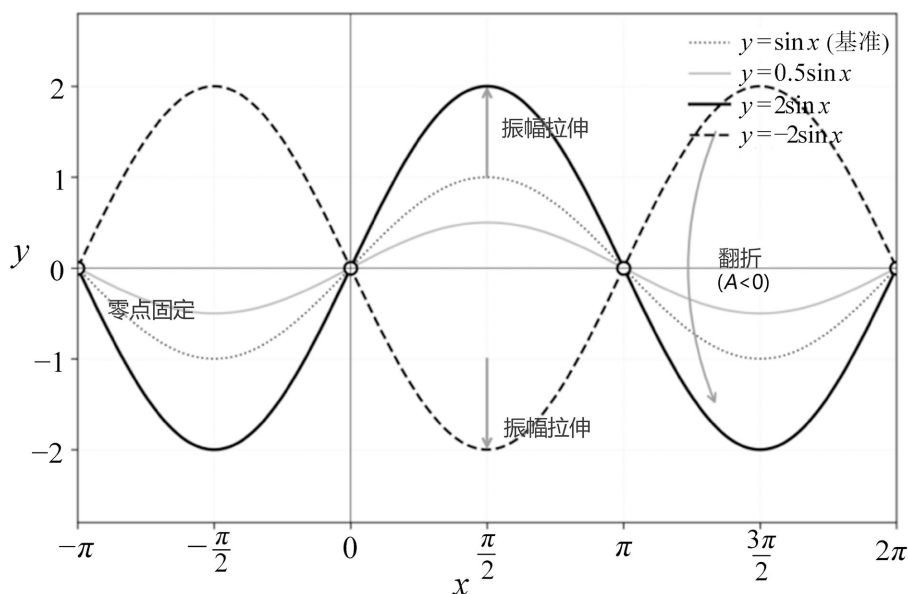


Figure 2. Motion trajectories of peaks, troughs and zeros with continuous variation of parameter A
图 2. 参数 A 连续变化时波峰、波谷与零点的运动轨迹

4.3. 聚焦参数 ω , 理解周期变化

师: 接下来研究第二个参数 ω 。固定 $A = 1$, $\varphi = 0$, 请 AI 演示 ω 从 0.5 连续变化到 3 的过程, 并在图像上同步标注一个完整周期所对应的区间长度, 如图 3。

师: 大家先说说直观感受。

生 7: ω 越大, 图像越密; ω 越小, 图像越疏。

师: 密和疏是生活化的说法。从数学上看, 密意味着什么?

生 8: 意味着在同样长的区间里, 波形个数变多了。

师: 波形个数变多, 反过来意味着什么变短了?

生 9: 一个波形占的横向距离变短了, 就是周期变短了。

师: 非常好。现在请大家关注 AI 标注的高亮线段。当 $\omega = 1$ 时, 这段有多长?

生 10: 是 2π 。

师：当 $\omega = 2$ 时呢？

生 11：是 π 。

师：当 $\omega = 3$ 时呢？

生 12：是 $\frac{2\pi}{3}$ 。

师：那谁能猜出周期 T 与 ω 的关系式？

生 13：好像是 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 。

师：完全正确。我们还可以加一个运动点来验证，请 AI 演示：在曲线上加一个运动点，显示它完成一次完整起伏所需的横向距离。

师：现在大家对 ω 的作用是不是更清楚了？

生 14：原来 ω 控制的是周期，周期等于 2π 除以 ω 。 ω 越大，周期越小，图像越密。

师：总结得非常好。注意，这里我们讨论的是 $\omega > 0$ 的情形。

设计意图：参数 ω 的教学难点在于学生容易用“密”“疏”等模糊语言代替数学理解。本环节通过 AI 同步标注周期区间的长度变化，并引入运动点速度的可视化，帮助学生在直观观察中自主归纳出 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 的定量关系。这一过程将周期概念从静态定义转化为动态可测的视觉量，降低了认知门槛。

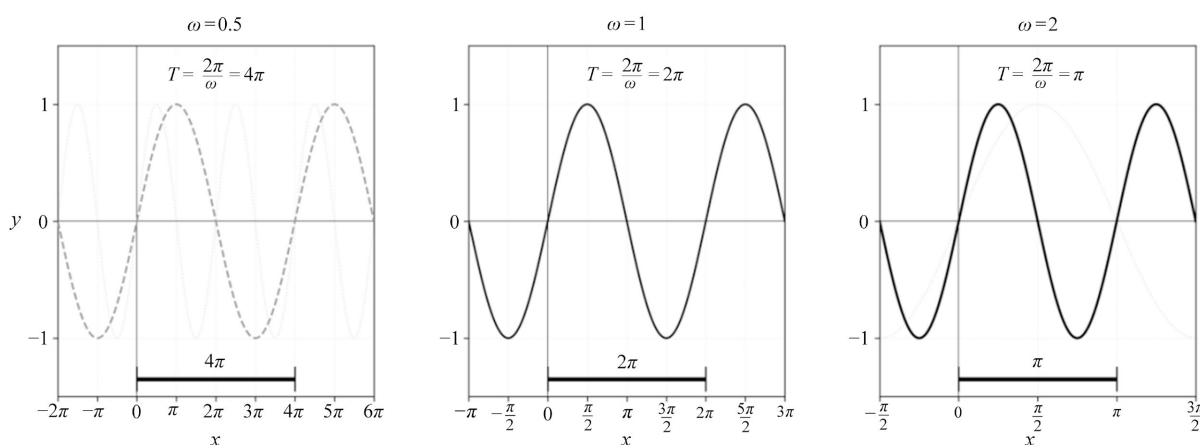


Figure 3. Dynamic annotation of complete period interval length with continuous variation of parameter ω

图 3. 参数 ω 连续变化时完整周期区间长度的动态标注

4.4. 聚焦参数 φ ，突破平移量难点

师：下面研究最容易出错的参数 φ 。我们先看第一组动画。请 AI 分别演示：固定 $A = 1$ 、 $\omega = 1$ ，让 φ 从 $-\pi$ 连续变化到 π ，如图 4。

师：大家看到了什么？平移量是多少？

生 15： φ 变大，图像向左移； φ 变小，图像向右移。平移量好像就是 φ 本身。

师：好。现在看第二组动画。请 AI 分别演示：其余不变，但把 ω 改成 2。

师：请大家对比左右两边。同样的 φ 变化范围，两边的平移距离一样吗？

生 16：不一样！右边 ($\omega = 2$) 移动得少，左边 ($\omega = 1$) 移动得多。

师：那也就是说，平移量不仅仅由 φ 决定，还和谁有关？

生 17: 还和 ω 有关。

师: 我们再请 AI 给一个具体例子。请 AI 演示: 显示 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ 和 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$, 并标出它们相对于基准图像的位移箭头。

师: 右边箭头长度是左边的一半。为什么? 谁能解释?

生 18: 因为右边的函数里, x 前面有个 2。要把 $2x + \frac{2\pi}{3}$ 看成 $2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$, 所以平移量是 $\frac{\pi}{6}$ 。

师: 正确! 所以对于 $y = \sin(\omega x + \varphi)$, 平移量应该是多少?

生 19: φ 除以 ω 。

师: 准确地说, 是 $\frac{|\varphi|}{\omega}$ 。 φ 的正负决定平移方向, $\frac{|\varphi|}{\omega}$ 决定平移距离。

设计意图: 本环节是整节课直观想象素养培育的攻坚点。学生普遍存在 φ 为平移量的经验误区, 仅靠代数变形难以从根本上纠正其空间直觉。AI 通过并排动态对比和位移箭头的可视化, 将相同 φ 对应不同平移量这一抽象关系转化为可直接比较的视觉长度, 使学生在观察中发现矛盾、在比较中修正直觉。这一过程是直观想象素养中动态联想与空间修正的典型体现。

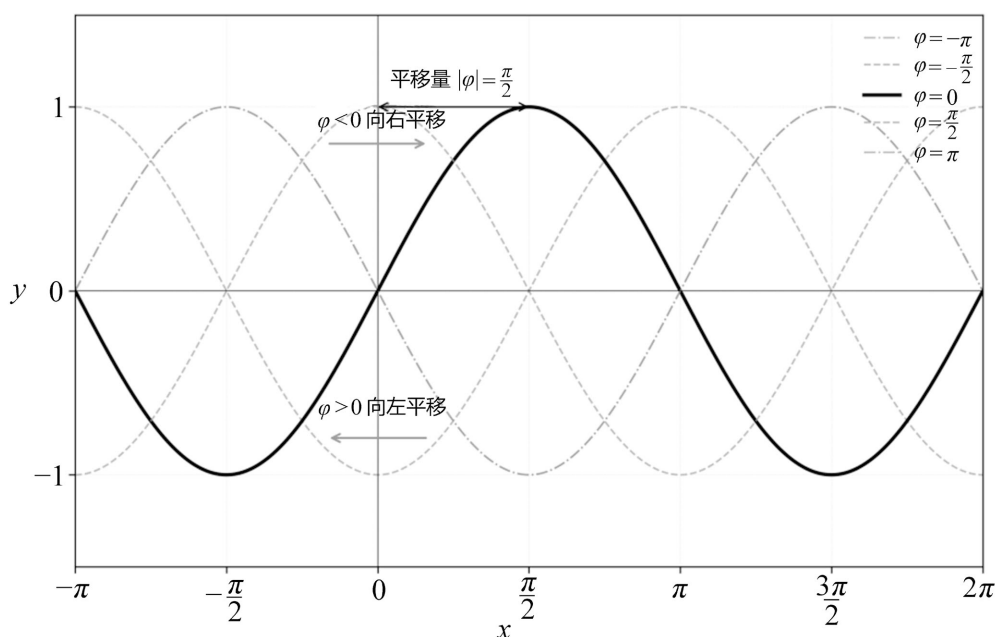


Figure 4. Comparison of phase shifts caused by variation of parameter φ at a fixed value of ω
图 4. 同 ω 取值下参数 φ 变化引起的平移量对比

4.5. 综合建构, 形成变换路径

师: 现在三个参数我们都分别研究过了。接下来要解决一个综合问题: 如何从 $y = \sin x$ 出发, 得到 $y = -2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的图像?

生 20: 先变 ω , 让它变密; 再变 φ , 让它平移; 最后变 A , 让它拉长再翻折。

师: 顺序可以换吗? 比如先平移再变密?

生 21: 好像也可以, 但平移量会不一样。

师: 我们来验证一下。请 AI 按两种顺序分别播放演化过程: 分阶段演示, 一阶段先变 ω , 再变 φ , 最后变 A ; 二阶段先变 φ , 再变 ω , 最后变 A , 如图 5。

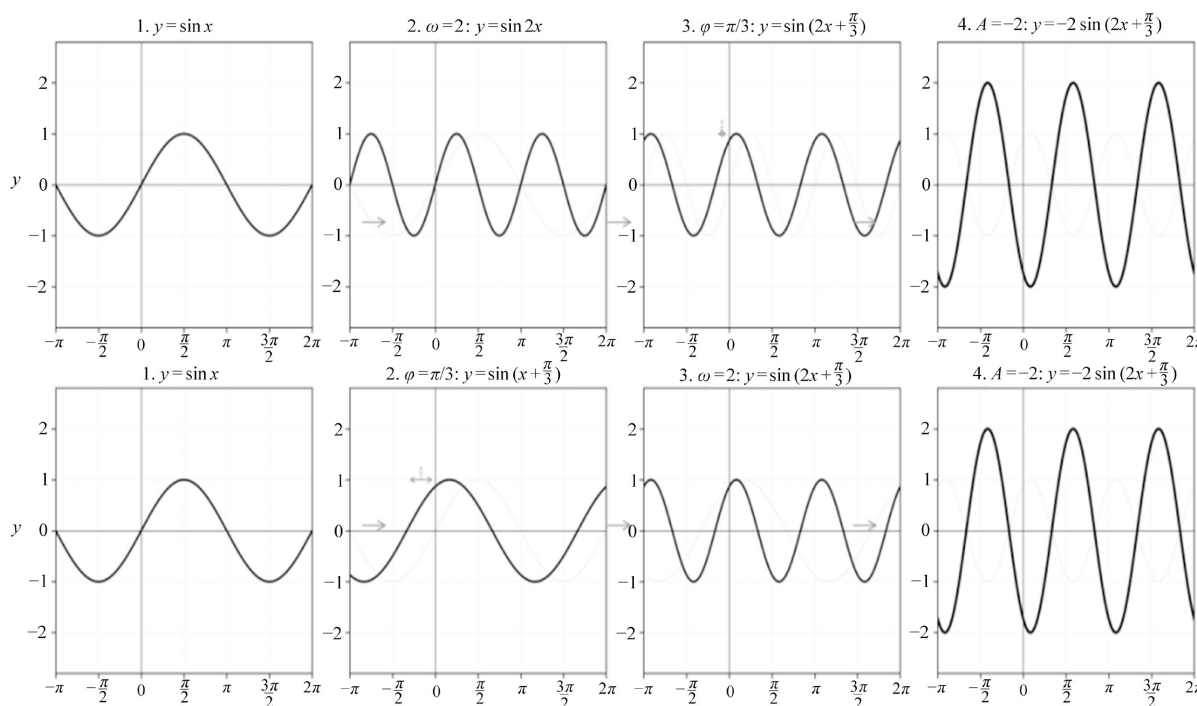


Figure 5. Comparison of phased evolution processes for two transformation orders

图 5. 两种变换顺序的分阶段演化过程对比

师: 大家看到了什么?

生 22: 最终图像是一样的, 但先平移的话, 平移量是 $\frac{\pi}{3}$; 先伸缩的话, 平移量变成了 $\frac{\pi}{6}$ 。

师: 这说明什么?

生 23: 说明平移量取决于平移发生在伸缩之前还是之后。如果先伸缩, 平移量要除以 ω 。

师: 非常好。这正是很多同学在做题时容易出错的地方。记住一个原则: 如果你先处理 ω , 那后面的平移量就要用 $\frac{\varphi}{\omega}$; 如果先处理 φ , 那平移量就是 φ 本身。两种路径都对, 但参数的含义不同。

设计意图: 综合环节的设计旨在帮助学生将分参数获得的零散认知整合为协同工作的整体模型。AI 分阶段演示两种变换顺序, 使学生直观看到顺序不同、中间过程不同、最终结果相同的规律, 从而理解变换顺序与平移量之间的内在关联。这一认知的形成, 标志着学生已从逐个认识参数上升到系统理解变换。

4.6. 课堂小结, 生成变化图谱

师: 请 AI 根据本节课的探究过程生成一张“参数 - 图像变化图谱”, 概括三个参数分别控制哪些图像特征, 如图 6。

参数—图像映射关系： $y=A\sin(\omega x+\varphi)$

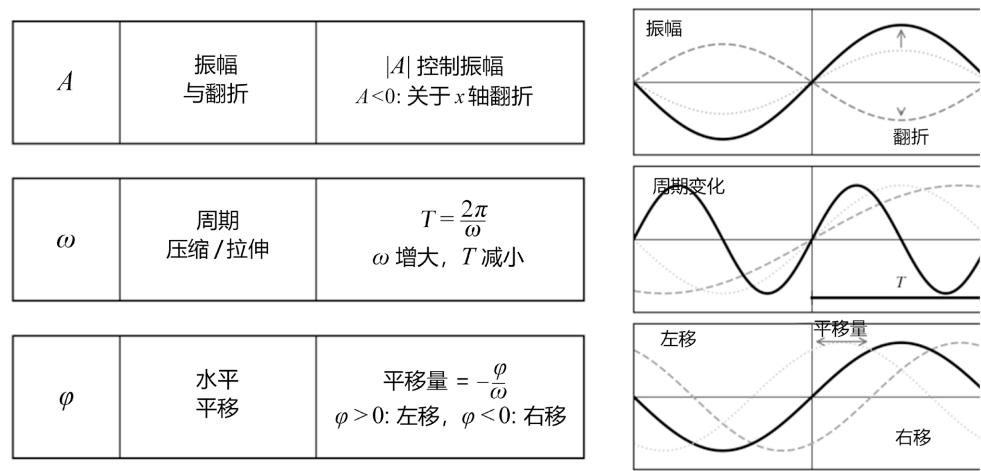


Figure 6. Parameter-image variation map
图 6. 参数 - 图像变化图谱

生 24: $|A|$ 决定振幅大小, A 的符号决定是否翻折, ω 决定周期长短, φ 和 ω 共同影响平移量。

师: 总结得很全面。老师再补充一点, 今天这节课, 生成式 AI 最大的价值不是帮我们画了几张图, 而是让我们看见了参数变化时图像到底是怎么动的。波峰往哪跑、周期怎么缩、平移量为什么是 $\frac{\varphi}{\omega}$, 这些原本需要你们在脑子里凭空想象的东西, 今天都变成了眼睛可以直接看到的过程。希望大家以后遇到图像变换问题的时候, 脑子里也能浮现出今天的这些动态画面。

设计意图: 课堂小结不止于知识复述, 更上升到变化地图的模型建构。AI 生成的变化地图将整节课的动态视觉经验凝练为一幅结构化的空间模型, 便于学生课后回忆与调用。教师最后的总结语点明了生成式 AI 在本课中的深层价值。它不仅是展示工具, 更是学生头脑中空间思维模型的外部支撑。

5. 教学效果分析

为了解生成式 AI 支持下的教学是否促进了学生对 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 图像变换的理解, 课前和课后分别组织了前测与后测。前后测结果见表 3。

Table 3. Comparison of student pre-test and post-test results
表 3. 学生前后测结果对比

考查维度	前测正确人数	前测正确率	后测正确人数	后测正确率	提升幅度
参数 A 对振幅和翻折的影响	30	65.2%	40	87.0%	21.8%
参数 ω 对周期的影响	26	56.5%	39	84.8%	28.3%
参数 φ 对平移方向的影响	24	52.2%	37	80.4%	28.2%
ω 与 φ 共同作用下的平移量判断	15	32.6%	34	73.9%	41.3%
由式想图能力	21	45.7%	36	78.3%	32.6%
由图析式能力	19	41.3%	35	76.1%	34.8%
结合图像进行数学解释的能力	16	34.8%	33	71.7%	36.9%

从参数 A 的理解看, 多数学生在课前已经能够判断 A 会影响图像的高低或振幅, 但对 $A < 0$ 时图像为何发生翻折的解释并不充分。经过课堂中对波峰、波谷和零点运动轨迹的动态观察后, 学生能够较清楚地说明参数 A 改变的是函数值方向上的伸缩, 且当 $A < 0$ 时图像相当于关于 x 轴对称。

从参数 ω 的理解看, 学生课前多使用“图像变密”“图像变疏”等生活化语言描述图像变化, 对周期与 ω 的定量关系掌握不稳定。课后结果显示, 学生能够结合 AI 标注的完整周期区间长度, 说明 ω 越大, 函数周期越短, 并能写出 $T = \frac{2\pi}{|\omega|}$ 的关系式。这表明动态标注有助于学生将直观感受转化为数学表达。

从参数 φ 的理解看, 课前学生最容易出现的错误是将平移量直接等同于 φ 。在课堂教学中, 教师借助 AI 生成并排对比图像和位移箭头, 引导学生比较 $\omega = 1$ 与 $\omega = 2$ 时相同 φ 变化对应的不同平移距离。课后学生对 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 这类问题的解释明显更加准确, 能够指出应将 $2x + \frac{\pi}{3}$ 化为 $2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$, 因此平移量不是 $\frac{\pi}{3}$, 而是 $\frac{\pi}{6}$ 。

课后访谈进一步显示, 学生普遍认为 AI 动态图像比静态图像更容易帮助他们理解“图像是怎样变化的”。有学生提到, 过去只是记住“ A 管振幅、 ω 管周期、 φ 管平移”, 但通过本节课能够看到波峰、波谷、零点和位移箭头的连续变化, 因此更容易理解参数与图像之间的对应关系。也有学生表示, 并排对比图像帮助他们发现“同样的 φ 在不同 ω 下平移距离并不一样”, 从而修正了原有认识。

6. 教学思考与展望

6.1. 教学价值

在 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图像教学中, 生成式 AI 能够根据教学需要生成动态图像、关键点轨迹、周期标注和位移箭头, 使学生直观观察参数变化引起的图像伸缩、平移和翻折过程。尤其在突破“平移量等于 φ ”这一常见误区时, AI 生成的并排对比图能够帮助学生发现相同 φ 在不同 ω 下对应的平移距离不同, 从而促进学生理解平移量为 $-\frac{\varphi}{\omega}$ 。因此, 生成式 AI 的价值不只是画图, 更在于为学生建立数形对应关系提供动态支架。

6.2. 潜在风险

生成式 AI 的应用也存在一定风险。首先, 学生可能过度依赖视觉呈现, 停留在“看懂动画”的层面, 而忽略必要的代数推理。例如, 只有将 $2x + \frac{\pi}{3}$ 化为 $2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 与图像平移结合起来, 学生才能真正理解平移量不是 $\frac{\pi}{3}$, 而是 $\frac{\pi}{6}$ 。其次, AI 生成的图像如果过于丰富, 可能造成视觉热闹而数学思考不足。再次, 教师如果只是播放 AI 生成结果, 容易沦为 AI 的操作员, 削弱自身对数学本质、学生认知和课堂节奏的把控。

6.3. 改进策略

在生成式 AI 支持下开展数学教学, 应坚持“技术服务理解”的原则。教师既要利用 AI 提供动态可视化支持, 又要通过追问、比较和概括引导学生回到数学本质。AI 生成的素材必须经过教师审核, 重点检查函数解析式、平移方向、周期长度和图像标注是否准确。课堂中还应避免单纯展示动画, 而要引导学生用数学语言解释图像变化, 实现直观观察与符号推理的结合。

6.4. 未来展望

后续研究可从三个方面继续推进。第一,开展不同学情学生的适应性研究,比较生成式 AI 对不同基础、不同空间想象水平学生的支持效果。第二,拓展到立体几何、解析几何、导数图像等内容,考察 AI 动态可视化对其他数学主题的适用性。第三,加强教师专业发展研究,探讨数学教师如何设计高质量 Prompt、如何筛选 AI 生成资源、如何组织人机协同探究。只有在教师专业判断的引导下,生成式 AI 才能真正成为促进学生直观想象素养发展的有效工具。

基金项目

黄冈师范学院 2026 年研究生工作站课题“生成式 AI 赋能高中数学直观想象素养培育的实践研究”(课题批准号: 5032026031)的研究成果。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017 年版 2020 年修订) [M]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [2] 曹素玲. 高中数学直观想象素养的教学分解[J]. 中小学教材教学, 2025(8): 61-65.
- [3] 曹一鸣, 吴景峰. 生成式 AI 赋能数学课堂教学内容选配的探索与研究——以高中数学例习题选配为例[J]. 数学教育学报, 2024, 33(5): 60-66.
- [4] 熊丽, 童莉, 彭月. 人工智能与数学教学融合的实现路径初探[J]. 数学教学通讯, 2024(36): 11-14.
- [5] 李刚, 王红蕾. 混合方法研究的方法论与实践尝试: 共识、争议与反思[J]. 华东师范大学学报(教育科学版), 2016, 34(4): 98-105.