

信息技术与中学数学教学相融合的 可视化教学

——以GeoGebra辅助教学为例

许 渊, 李海凤*

广东外语外贸大学数学与统计学院, 广东 广州

收稿日期: 2026年5月31日; 录用日期: 2026年7月21日; 发布日期: 2026年7月30日

摘 要

在中学数学教学中, 抽象的几何关系与函数性质是学生的学习难点, 传统教学模式难以实现知识的直观化呈现。本文以GeoGebra软件为研究对象, 先阐述其兼具几何绘图、代数运算、数据处理等功能, 且能实现数与形动态联动的核心特点, 将认知负荷理论、建构主义理论与初中数学教学实际相结合, 从竞技趣味练习、直观化空间思维培养、数形结合筑牢函数认知三个维度, 探究GeoGebra与中学数学教学的融合路径。研究发现, GeoGebra的可视化、动态化与交互性特征, 能将抽象的数学知识转化为具象的图形与动态过程, 降低学生的认知负荷, 激发其探究兴趣, 并推动学生实现从直观感知到抽象思维的转化, 有效提升学生的数学核心素养与问题解决能力, 为信息技术与中学数学教学的深度融合提供参考。

关键词

GeoGebra, 可视化, 中学数学, 认知负荷, 建构主义

Visualized Teaching through the Integration of Information Technology and Secondary School Mathematics Teaching

—A Case Study Using GeoGebra as a Teaching Aid

Yuan Xu, Haifeng Li*

School of Mathematics and Statistics, Guangdong University of Foreign Studies, Guangzhou Guangdong

Received: May 31, 2026; accepted: July 21, 2026; published: July 30, 2026

*通讯作者。

文章引用: 许渊, 李海凤. 信息技术与中学数学教学相融合的[J]. 创新教育研究, 2026, 14(7): 712-726.
DOI: 10.12677/ces.2026.147564

Abstract

In secondary school mathematics education, abstract geometric relationships and function properties pose significant learning challenges for students, and traditional teaching models struggle to present knowledge in an intuitive manner. This paper takes GeoGebra software as the subject of study, first outlining its core features-geometric drawing, algebraic computation, and data processing-as well as its ability to dynamically link numerical and graphical representations. Integrating cognitive load theory and constructivism with the actual practice of junior high school mathematics teaching, competitive and engaging exercises, intuitive spatial thinking development, and strengthening function understanding through the integration of numbers and shapes. The research finds that GeoGebra's visualization, dynamism, and interactivity transform abstract mathematical concepts into concrete graphics and dynamic processes, reducing cognitive load, stimulating students' curiosity, and facilitating the transition from intuitive perception to abstract thinking. This effectively enhances students' core mathematical literacy and problem-solving abilities, offering valuable insights for the deep integration of information technology into secondary mathematics education.

Keywords

GeoGebra, Visualization, Secondary School Mathematics, Cognitive Load, Constructivism

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

《义务教育数学课程标准(2022 年版)》(以下简称“课程标准”)明确指出, 合理利用现代信息技术, 提供丰富的学习资源, 设计生动的教学活动, 促进数学教学方式方法的变革[1]。GeoGebra 是“geoetry (几何)”和“algebra (代数)”的合成词, 其命名体现了该软件具有几何可视化和代数运算的核心属性。该软件集成表格、函数、概率统计、微积分、3D 绘图等多元模块, 内容涵盖了数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践等数学核心领域。GeoGebra 可精准构建点、线、面等几何要素, 实现向量的作图与运算, 并能同步呈现几何中的图形与曲线方程; 同时支持直接输入函数表达式与点坐标, 具备高效灵活的变量处理与动态关联能力, 能够广泛适配各学段数学教育教学场景。GeoGebra 采用分区化界面架构, 划分为代数区、绘图区、数据处理区, 实现图形、代数与数据的动态联动, 其中代数区主要用于方程、坐标的显示与指令运算, 绘图区承担图形绘制、动态变换与可视化展示, 数据处理区负责数据统计与分析工作[2]。该软件操作简单、界面易用, 几何操作逻辑与几何画板相近, 代数与数据处理功能依托可视化交互界面呈现, 使用者可快速掌握核心操作与基础应用。借助数形结合、动态交互等显著优势, 该软件可有效化解传统数学教学中概念抽象、理解困难等问题, 为教师落实教学理念、开展教学创新提供有力技术支撑。

1.1. 理论基础

1.1.1. 认知负荷理论

认知负荷理论由澳大利亚心理学家 Sweller 于 1988 年提出, 该理论认为学习者的认知资源是有限的,

当学习任务超过其处理能力时,就会产生认知负荷[3]。认知负荷可分为三种类型:内在认知负荷、外在认知负荷和关联认知负荷。在数学教育中,教学内容的复杂性、教学过程的组织方式以及学生的知识储备直接影响学生认知负荷的高低[4]。

1.1.2. 建构主义理论

建构主义起源于瑞士发展心理学家皮亚杰的认知发展理论,并在20世纪80年代逐步受到重视[5]。建构主义也称为结构主义,是一种关于知识和学习的理论,其核心观点是知识不是被动地接受外界信息,而是由学习者基于自身已有的经验、心智结构和信念,主动地构建起来的。在数学教育中,学生需要通过操作、观察、猜想、验证等活动,主动建构数学知识。

1.2. 国内外研究现状

可视化学习是指利用图形、图像等视觉表征方式来促进知识理解与建构的学习方法。动态几何软件是信息技术与数学教育融合重要的可视化工具。这类软件能够将抽象的数学概念转化为直观的图形,帮助学生建立数与形之间的联系。GeoGebra作为一款免费的开源数学软件,集成了几何、代数、统计等多种功能,在中学数学教学中得到了广泛应用。汪吉探讨了GeoGebra在开放教育“计算方法”课程中的可视化教学应用,发现该软件有利于增强教学过程的直观性和交互性,激发学生的学习兴趣[6]。斯海霞和叶立军从大概念视角出发,探讨了初中数学单元整体教学设计,为GeoGebra等技术工具与数学教学的深度融合提供了理论支撑[7]。在国内研究中,郭衍和曹一鸣编写了《动态数学软件 GeoGebra 使用指南》,为教师掌握该软件提供了系统指导[2]。钟小玲和黄金雄探讨了以 GeoGebra、几何画板为代表的动态几何软件在中学数学可视化教学中的应用[8]。动态数学软件 GeoGebra 的出现,将抽象的数学知识转化为直观的动态过程,降低学生的认知负荷,并推动学生实现从直观感知到抽象思维的转化。

近年来,国内学者对 GeoGebra 的实证研究逐渐深入,从单纯的技术应用转向与培养学生综合发展的结合。杨敏毅通过实证研究表明 GeoGebra 能够有效提升学生的学习兴趣和培养学生的空间观念[9]。冯宝林基于 GeoGebra 培养直观想象素养的教学实验可以帮助学生更好理解与图形、几何相关的内容,更好地在脑海中构建图形表征,并且结合后测成绩,实验班是优于对照班的[10]。GeoGebra 能激发学生的探究兴趣,有效提升学生的数学核心素养与问题解决能力。

另一方面,认知负荷理论也为技术支持的数学教学提供了重要视角,许多学者围绕该理论展开大量研究,武法提和任伟祯从认知负荷视角构建了学情分析框架,为精准教学提供了新的思路[11]。吴先强和韦斯林系统梳理了国外认知负荷理论与有效教学的研究进展,为我国数学教学改革提供了有益启示[3]。合理运用可视化工具,不仅能够有效削减学生的外在认知负荷,更能引导其将认知资源重新聚焦于数学概念本质的深层领悟。此外,建构主义理论同样是本研究开展信息技术与中学数学教学相融合的可视化教学的另一重要理论基础。何克抗系统阐述了建构主义的教学模式、教学方法与教学设计,为我国教育改革提供了理论指导[5]。徐斌艳通过一个具体的数学教学案例,探讨了建构主义在数学教育中的应用,发现学生在真实问题情境中能够充分发挥学习主动性和独立性[12]。裴新宁从学习理论的现代发展角度,探讨了建构主义在科学教学设计中的实践,强调教学设计应以促进学生理解为目标[13]。张静从以学习者为中心的角度,探讨了初中数学课程设计原则,为 GeoGebra 等技术工具融入数学教学提供了设计框架[14]。

综上所述,GeoGebra 在中学数学可视化教学中具有重要应用价值,同时认知负荷理论、建构主义理论也为可视化教学提供了坚实的理论支撑,现有研究为本课题开展 GeoGebra 辅助中学数学教学研究奠定了扎实的理论与实践基础。但现有研究多聚焦于单一知识点的技术演示,较少将案例分析与认知负荷理论、建构主义学习理论相结合以阐明技术支持下学生知识建构的具体过程。基于此,本文立足信息技

术与中学数学教学相融合视角, 探究 GeoGebra 可视化教学的多维度融合路径与教学设计范式, 并通过 8 个涵盖教学目标、关键提问设计、学生活动预设的教学过程, 分析 GeoGebra 可视化教学在减轻学生认知负荷、驱动学生自主建构数学知识方面的教学作用。

2. GeoGebra 软件与中学数学教学相融合

2.1. 竞技趣味练习, 高效掌握知识点

在初中数学知识点巩固环节, 可设计兼具趣味性与竞技性的练习活动, 充分激发学生的参与热情与进取意识, 使其在轻松愉悦的竞技氛围中主动钻研, 进而深化知识理解、夯实知识体系, 实现学习效率与学习兴趣的同步提升[8]。

案例 1: (2025 年湖南长沙中考第 15 题)如图 1(a), 五边形 $ABCDE$ 中, $\angle B = 120^\circ$, $\angle C = 110^\circ$, $\angle D = 105^\circ$, 则 $\angle A + \angle E =$ 。

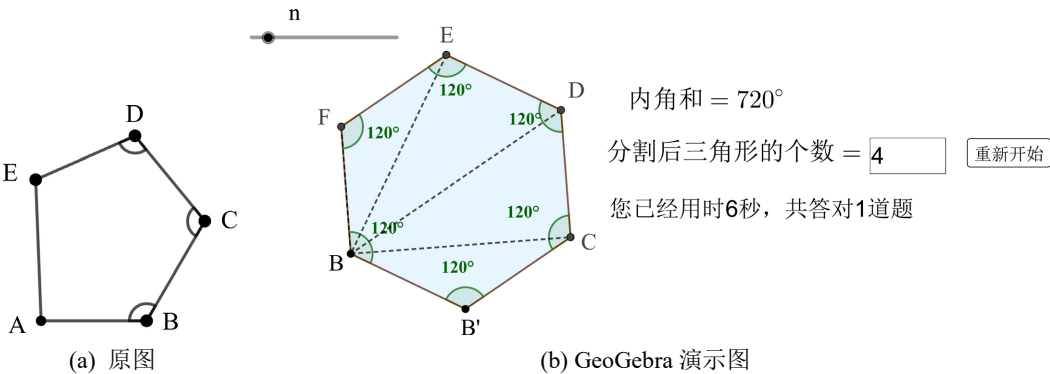


Figure 1. Original image of Case 1 and GeoGebra demonstration image
图 1. 案例 1 的原图与 GeoGebra 演示图

教学过程: 多边形内角和探究

【教学目标】

- (1) 理解多边形内角和公式 $(n-2) \times 180^\circ$, 能够运用公式进行计算。
- (2) 通过 GeoGebra 动态演示, 经历观察、猜想、验证的探究过程。
- (3) 感受数学规律的和谐美, 培养探究兴趣。

【关键提问设计】

- (1) “同学们观察一下, 当三角形个数增加时, 内角和发生了什么变化?”
- (2) “你能发现内角和与边数之间存在什么关系吗?”
- (3) “如果五边形的内角和是 540° , 那么六边形的内角和是多少? 你是怎么推导的?”
- (4) “这个规律对于任意多边形都成立吗? 我们怎么验证?”

【学生活动预设】

- (1) 观察阶段: 学生观察教师拖动滑动条改变多边形形状, 记录不同边数对应的内角和数值。
- (2) 猜想阶段: 学生分组讨论, 尝试归纳内角和与边数的规律。
- (3) 验证阶段: 学生上台操作 GeoGebra, 验证自己的猜想是否正确。
- (4) 应用阶段: 学生运用公式解决中考真题。

案例分析: 传统教学依赖公式计算, 学生难以感知图形变化与内角和之间的本质联系。利用 GeoGebra 可构建动态多边形模型, 如图 1(b)所示, 调整分割三角形个数、拖动滑动条改变多边形形状, 软件实时

显示多边形内角和数值。动态演示打破了静态图形的局限,使学生直观理解“多边形内角和为 $(n-2)\times 180^\circ$ ”的内在规律。

案例 2: 如图 2(a)所示, GeoGebra 可动态呈现三个正方形所围成的直角三角形, 并实时显示其中两个正方形的面积, 让学生推导出第三个正方形的边长。如图 2(b)所示, 学生通过对图形与边长关系的直观分析, 可自主推导出第三边所在的正方形面积数量关系。这种可视化教学模式, 将抽象的勾股定理转化为可动态交互的具象过程, 帮助学生在感知中深化理解, 同步提升观察、推理与运算能力, 有效增强课堂互动性、提升学生学习效率。

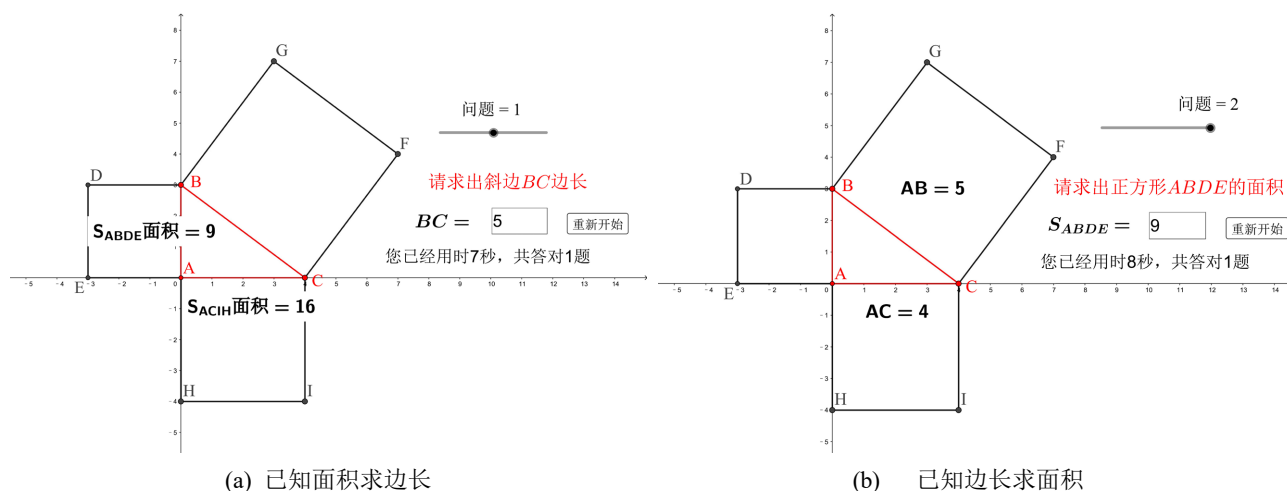


Figure 2. Original image and GeoGebra demonstration of Case 2

图 2. 案例 2 的原图与 GeoGebra 演示图

教学过程: 勾股定理可视化探究

【教学目标】

- (1) 理解勾股定理的内容, 能够运用定理进行计算。
- (2) 通过 GeoGebra 动态演示, 经历从特殊到一般的归纳过程。
- (3) 感受中国古代数学成就, 培养民族自豪感。

【关键提问设计】

- (1) “同学们观察三个正方形的面积, 你发现了什么关系?”
- (2) “如果改变直角三角形的形状, 这个关系还成立吗?”
- (3) “你能用字母表示这个规律吗?”
- (4) “这个定理在古代中国叫什么? 谁最早证明了它?”

【学生活动预设】

- (1) 观察阶段: 学生观察 GeoGebra 动态呈现的三个正方形, 记录面积数据。
- (2) 探究阶段: 学生拖动三角形顶点, 观察面积关系是否保持不变。
- (3) 归纳阶段: 学生尝试用字母表示三边关系, 形成勾股定理的表达式。
- (4) 拓展阶段: 学生了解《周髀算经》中的“勾三股四弦五”, 感受数学文化。

案例分析: 案例的核心设计在于依托学生上台实操的课堂形式, 借助互动模式, 营造趣味化的学习氛围; 同时还依托答题时间的约束条件, 使学生快速调取、整合已学知识, 高效完成问题解答, 进而实现提质增效的课堂学习效果。

2.2. 直观化想象, 锤炼空间思维

GeoGebra 软件凭借直观的可视化功能, 为平面几何学习提供了高效助力。它将抽象的空间几何关系转化为动态图形, 让学生更加直观地观察复杂几何图形, 在几何学习中提升空间思维, 摆脱传统教学的枯燥感, 极大激发学生的学习兴趣, 让几何学习更具吸引力[8]。

案例 3: (25 年四川省成都市第 13 题)如图 3(a), 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $A(3,0)$, $B(0,2)$, 过点 B 作 y 轴的垂线 l , P 为直线 l 上一动点, 连接 PO , PA , 则 $PO+PA$ 的最小值为_____。

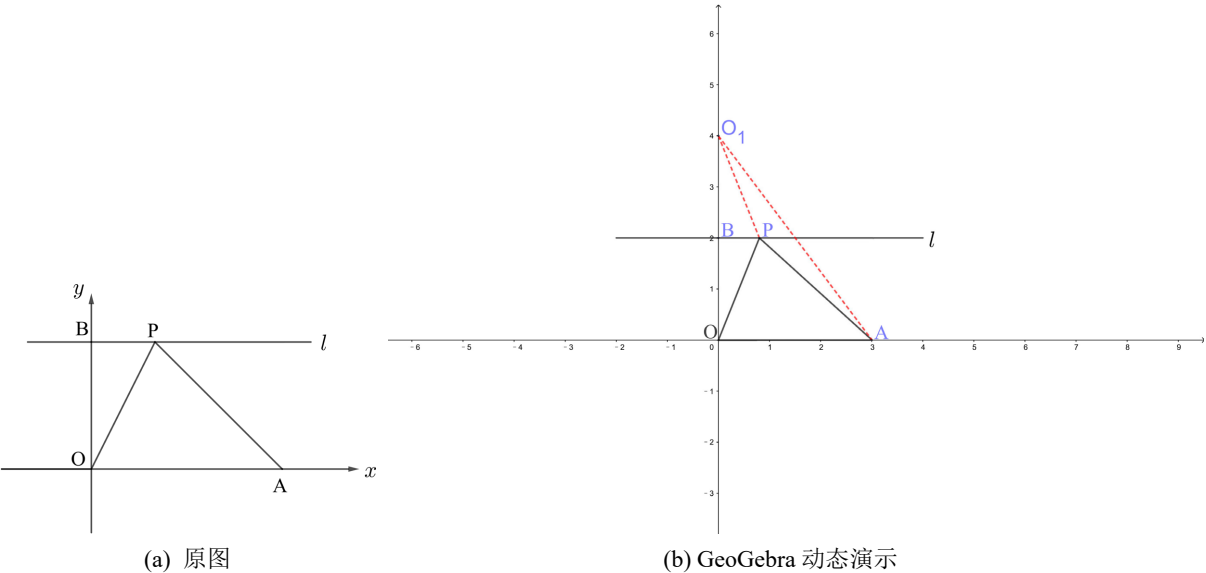


Figure 3. Original image and GeoGebra demonstration of Case 3
图 3. 案例 3 的原图与 GeoGebra 演示图

教学过程：动点轨迹问题探究

【教学目标】

- (1) 掌握利用 GeoGebra 追踪动点轨迹的方法, 理解“动中寻静”的解题策略。
- (2) 通过轨迹可视化, 经历从动态问题到静态模型的转化过程。
- (3) 体验数学探究的乐趣, 培养空间想象能力。

【关键提问设计】

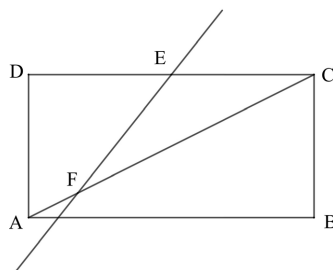
- (1) “当点 P 在直线上运动时, $PO+PA$ 的和会怎么变化?”
- (2) “你能找到 $PO+PA$ 最小值的那个位置吗? 你是怎么判断的?”
- (3) “GeoGebra 显示的轨迹是什么形状? 这说明了什么?”

【学生活动预设】

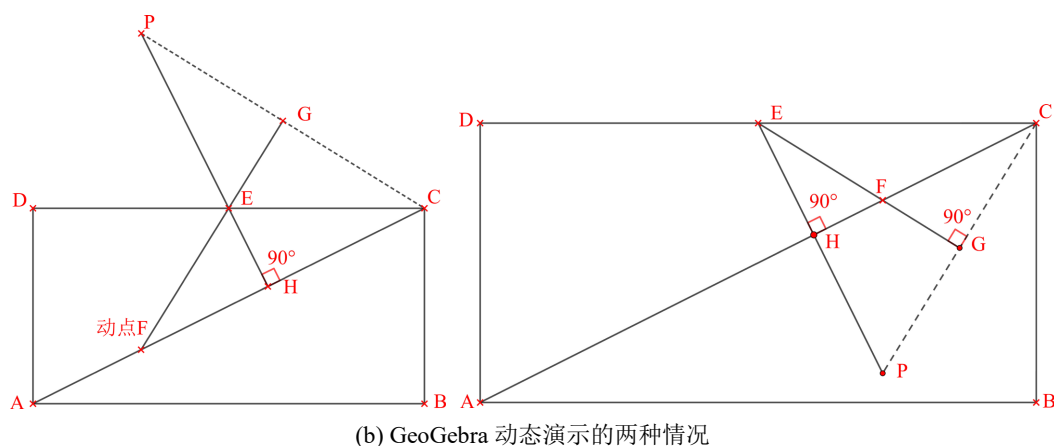
- (1) 观察阶段: 学生观察教师演示动点 P 的运动, 初步感知轨迹形状。
- (2) 操作阶段: 学生上台拖动点 P , 观察 $PO+PA$ 数值的变化规律。
- (3) 猜想阶段: 学生根据轨迹形状, 猜想最小值出现的位置。
- (4) 验证阶段: 学生利用 GeoGebra 的测量功能, 验证自己的猜想。

案例分析: 如图 3(b)所示, 教师可借助 GeoGebra 的动点轨迹追踪功能, 将抽象的运动过程具象化, 帮助学生清晰识别主动点与从动点的逻辑关联, 精准捕捉“动中寻静”的解题本质, 将复杂的动态问题转化为可分析的静态模型。

案例 4: (25 年黑龙江省龙东地区第 19 题)如图 4(a), 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 6$, $\angle CAD = 60^\circ$, 点 E 是边 CD 的中点, 点 F 是对角线 AC 上一动点, 作点 C 关于直线 EF 的对称点 P , 若 $PE \perp AC$, 则 CF 的长为_____。



(a) 原图



(b) GeoGebra 动态演示的两种情况

Figure 4. Original image of Case 4 and GeoGebra demonstration image

图 4. 案例 4 的原图与 GeoGebra 演示图

教学过程：对称变换问题探究

【教学目标】

- (1) 理解轴对称的性质，掌握利用对称性解决最短路径问题的方法。
- (2) 通过对称变换可视化，培养几何直觉和空间想象能力。
- (3) 感受几何变换的对称美，培养审美能力。

【关键提问设计】

- (1) “点 C 关于直线 EF 的对称点 P 会在哪里？”
- (2) “当点 C 、 G 、 P 在同一条直线上时，会发生什么？”
- (3) “两种情况分别是什么？”

【学生活动预设】

- (1) 作图阶段：学生在 GeoGebra 中找到点 C 关于 EF 的对称点 P 。
- (2) 探究阶段：学生拖动点 F ，观察 P 的变化过程。
- (3) 发现阶段：学生发现符合题意的有两种情况。
- (4) 应用阶段：学生运用轴对称性质、勾股定理与三角函数、分类讨论等方法计算结果。

案例分析：如图 4(b)所示，在动点类综合问题的探究中，可依托 GeoGebra 的可视化拖拽功能，学生能够直观捕捉图形运动的关键节点，从而辨识出题目所蕴含的多种情况。这一过程不仅推动学生从直观

体验走向深入思辨,更有效锤炼了其分类讨论的意识与多维度审视问题的能力。

案例 5: 如图 5(a), 先绘制一组平行线与截线, 拖动截线动态调整角度, 学生能直观看到图 5(b)同位角、图 5(c)内错角同步变化却始终相等, 图 5(d)同旁内角和稳定为 180° 。接着引导学生观察数据、归纳规律, 在可视化的互动中逐步推导并验证平行线的性质, 让抽象定理落地为可感知的几何关系。

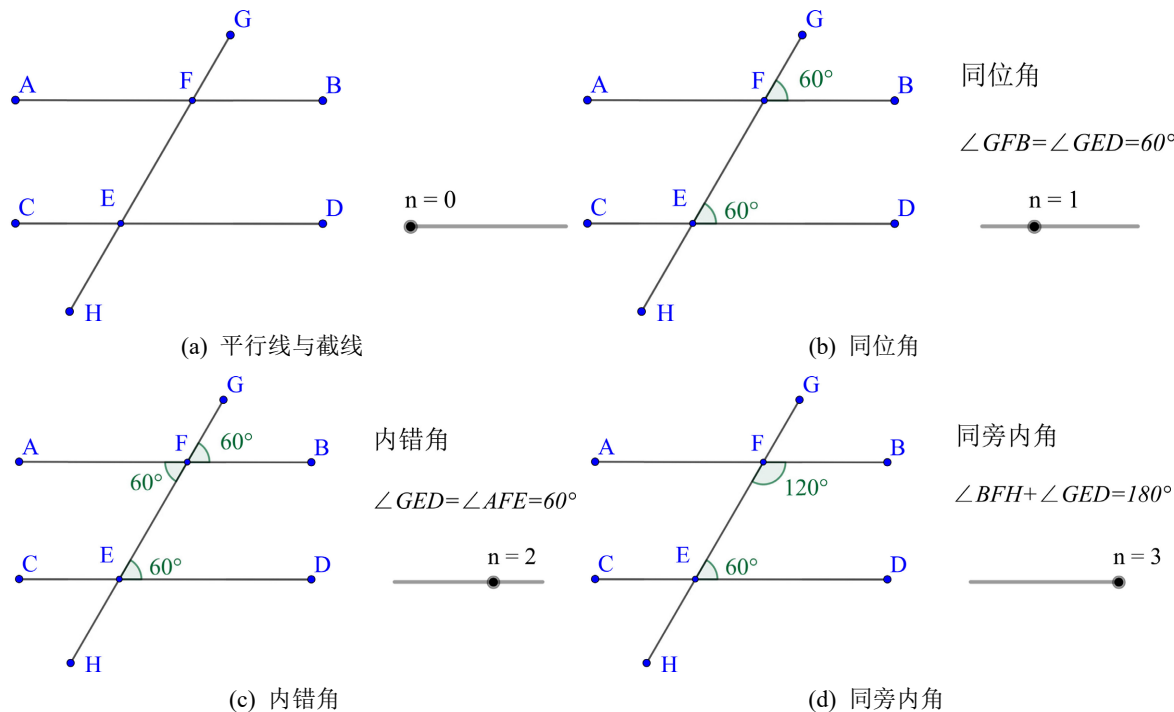


Figure 5. GeoGebra demonstration diagram of Case 5
图 5. 案例 5 的 GeoGebra 演示图

教学过程：平行线性质的探究

【教学目标】

- (1) 掌握平行线的三条性质(同位角相等、内错角相等、同旁内角互补)。
- (2) 通过 GeoGebra 动态演示, 经历观察、归纳、验证的探究过程。

【关键提问设计】

- (1) “当截线移动时, 同位角的大小发生了什么变化?”
- (2) “内错角始终相等吗? 你能验证一下吗?”
- (3) “同旁内角的和是多少度? 这个和会改变吗?”

【学生活动预设】

- (1) 观察阶段: 学生观察教师拖动截线, 记录角度数据。
- (2) 探究阶段: 学生分组测量同位角、内错角、同旁内角的度数。
- (3) 归纳阶段: 学生根据数据, 尝试总结平行线的性质。
- (4) 验证阶段: 学生自己操作 GeoGebra, 验证归纳的结论是否正确。

案例分析: 通过让学生自主拖动动点 G 或者动点 H, 引导他们发现图形变化中蕴含的规律。这种可视化教学不仅显著降低了抽象几何的理解门槛, 更能激发学生的探究兴趣, 将隐性的思维过程显性化, 提升学生的几何直观的核心素养与解决问题的能力。

2.3. 数形结合生动，筑牢函数认知

在中学数学教学中，函数作为中学阶段的重点与难点，其表达式、性质和变化规律往往较为抽象，学生仅通过文字与公式难以建立深刻理解。

借助 GeoGebra 的可视化功能,我们可以将抽象的函数解析式转化为直观的图像。通过图象的动态变化,能快速发现函数的单调性、奇偶性、最值等核心性质,将抽象的数量关系转化为可感知的几何特征。同时,结合图象分析函数问题的过程,也能帮助学生建立“数”与“形”的双向转化思维,不仅能通过图象验证代数推导的结论,也能通过代数计算精准定位图象上的关键点,从而筑牢对函数本质的认知,提升综合解题能力[15]。

案例 6: 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的教学探究中, GeoGebra 软件能够直观呈现反比例函数的图象,

清晰展示双曲线的形状、中心对称与轴对称特征[16],并直观验证图 6(a)双曲线上任意一点与坐标轴围成的矩形的面积不改变;图 6(b)过双曲线上任意一点作 x 轴、 y 轴的垂线,则原点 B 、点 A 、两垂足 D 和 C 围成的直角三角形面积恒为定值;图 6(c)先通过点的对称关系,启发学生发现反比例函数的一条对称轴,再顺势引导,鼓励学生自主探索发现另一条对称轴。

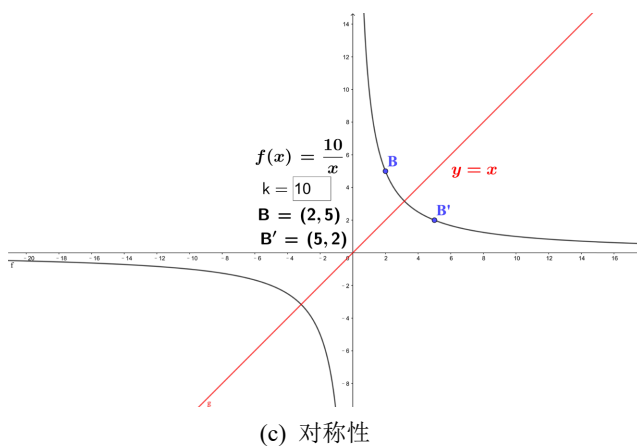
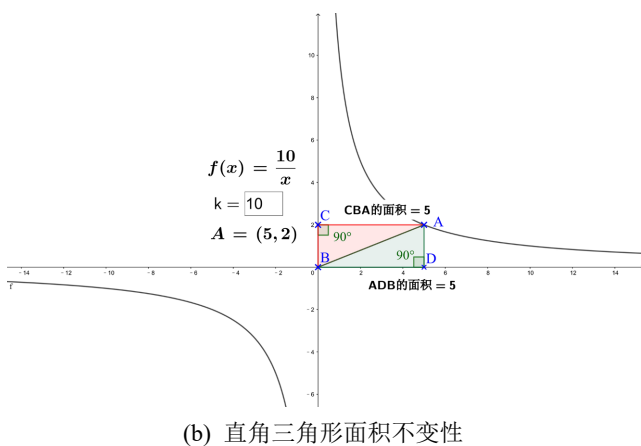
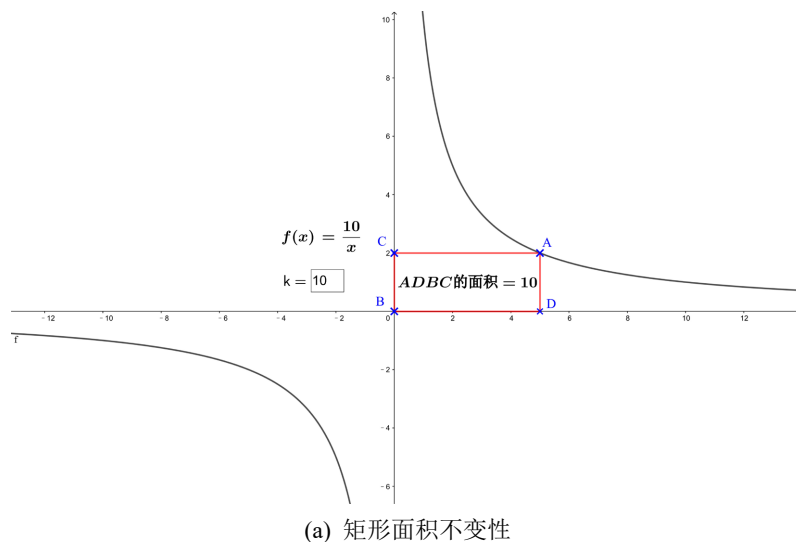


Figure 6. GeoGebra demonstration diagram of Case 6

图 6. 案例 6 的 GeoGebra 演示图

教学过程：反比例函数性质探究

【教学目标】

- (1) 理解反比例函数的图象特征，掌握双曲线的对称性质。
- (2) 通过 GeoGebra 动态演示，经历从图象到性质的归纳过程。
- (3) 感受函数图象的对称美，培养数形结合的意识。

【关键提问设计】

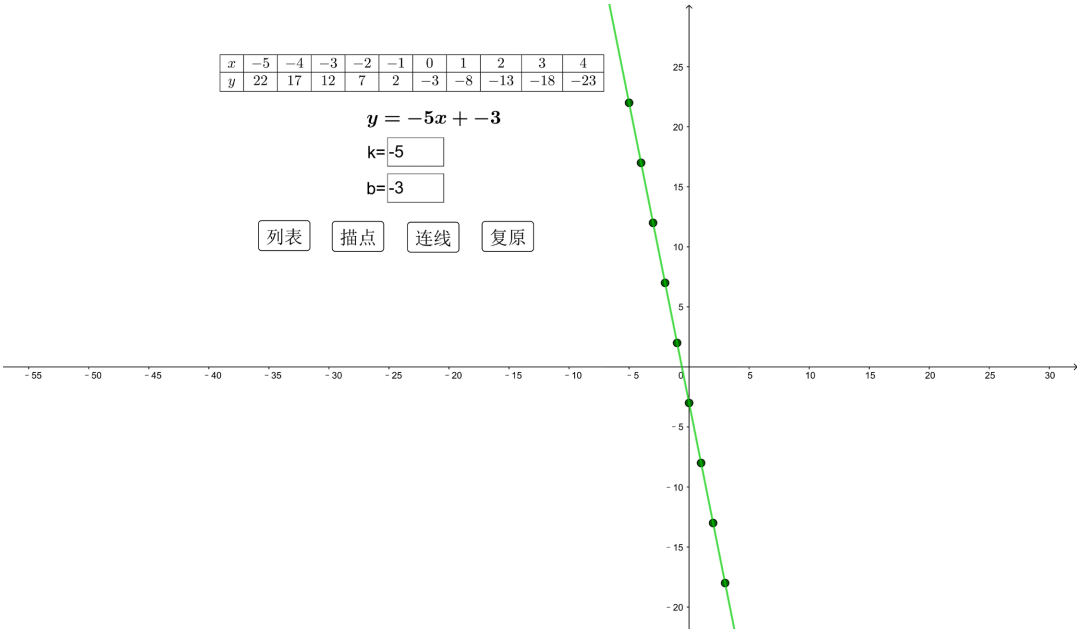
- (1) “观察双曲线，你能发现它有什么对称性吗？”
- (2) “当点 A 在双曲线上移动时，矩形 $ADBC$ 的面积会改变吗？”
- (3) “过点 A 作 x 轴、 y 轴的垂线，形成的三角形面积是定值吗？”
- (4) “你能用反比例函数的解析式解释这些性质吗？”

【学生活动预设】

- (1) 观察阶段：学生观察 GeoGebra 呈现的反比例函数图象，初步感知双曲线形状。
- (2) 操作阶段：学生拖动点 A ，观察矩形面积和三角形面积的变化。
- (3) 发现阶段：学生发现面积不变的规律，尝试用 k 值解释。
- (4) 拓展阶段：学生探索反比例函数的对称轴，理解中心对称和轴对称。

案例分析：通过 GeoGebra 实现数学教学可视化，使学生感受图象变化规律，理解反比例函数的图像特征，归纳出图象性质，理解中心对称和轴对称，将抽象的数学知识转化为直观具体的内容，方便学生形成清晰认知，有效降低理解门槛。

案例 7：结合 GeoGebra 的可视化优势，可将描点法作图与一次函数图象性质的探究深度融合[17]。在探究一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象中，如图 7(a)所示，依托 GeoGebra 的计算与绘图功能，引导学生通过列表、描点得到一次函数上的离散坐标点，再经过连线操作生成完整直线，直观印证“一次函数的图象是一条直线”这一核心结论；如图 7(b)所示，借助软件的动态交互特性，通过调整斜率 k 与截距 b 的参数，可实时呈现直线的倾斜方向、陡峭程度及与 y 轴交点的动态变化，让学生在具象的图形演变中，精准归纳出 k 的符号决定函数增减性、 $|k|$ 决定倾斜程度、 b 决定直线纵截距的关键性质。



(a) 描点法绘制函数图象

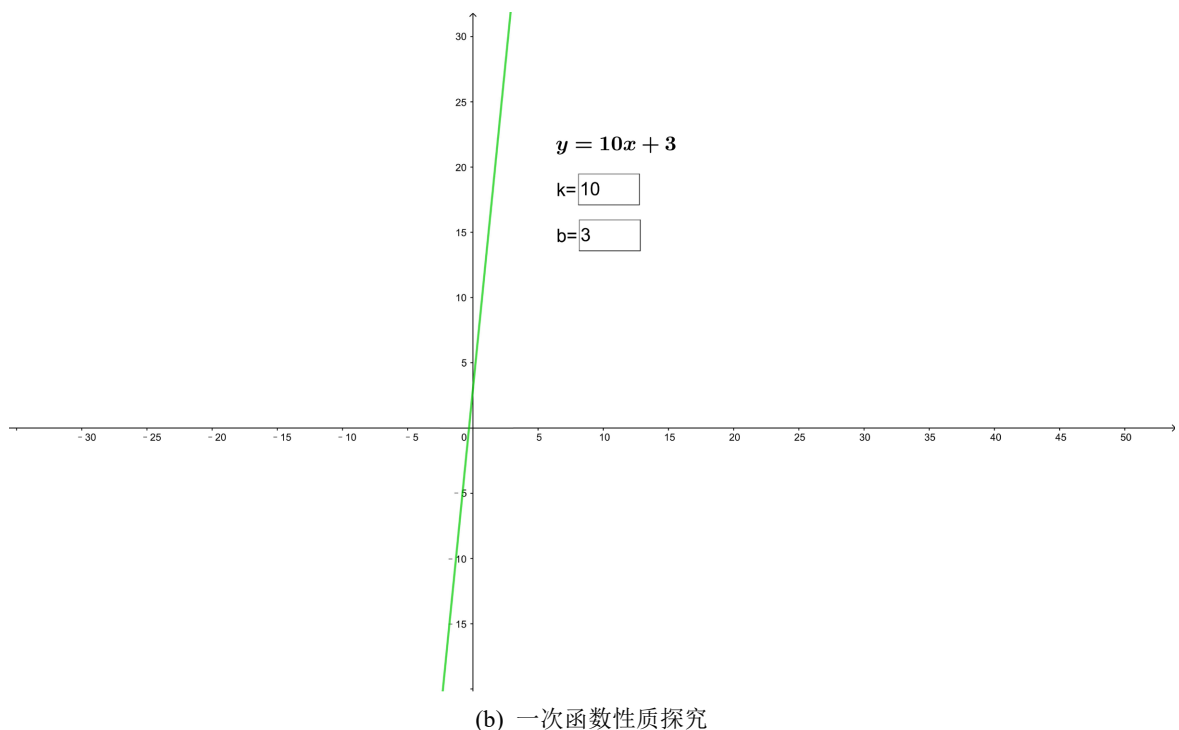


Figure 7. GeoGebra demonstration diagram of Case 7
图 7. 案例 7 的 GeoGebra 演示图

教学过程：一次函数图象性质探究

【教学目标】

- (1) 理解一次函数 $y = kx + b$ 中 k 和 b 的几何意义，掌握图象与系数的关系。
- (2) 通过 GeoGebra 动态演示，经历描点法作图到性质归纳的过程。
- (3) 培养数形结合的思想，感受参数变化带来的图象变化。

【关键提问设计】

- (1) “当 $k > 0$ 和 $k < 0$ 时，直线的倾斜方向有什么不同？”
- (2) “ k 的大小如何影响直线的陡峭程度？”
- (3) “ b 的值如何影响直线与 y 轴的交点位置？”
- (4) “你能总结一下 k 和 b 分别决定了函数的什么性质吗？”

【学生活动预设】

- (1) 作图阶段：学生通过 GeoGebra 的列表、描点功能，得到一次函数上的离散坐标点。
- (2) 连线阶段：学生将描出的点连线，直观印证“一次函数图象是一条直线”。
- (3) 探究阶段：学生调整 k 和 b 的值，观察直线的倾斜方向和截距变化。
- (4) 归纳阶段：学生总结 k 和 b 的几何意义，形成一次函数性质的完整认识。

案例分析：通过直观化、动态化的方式呈现一次函数图象，帮助学生更深刻地理解与掌握一次函数图象与系数的关系，通过描点法作出图象，到性质的归纳，最终完成一次函数图象与性质的学习。

案例 8：在探究二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与性质中，图 8(a)通过滑动条动态展示 a 、 b 、 c 的变化如何改变抛物线的开口方向、顶点位置和对称轴；图 8(b)在课堂与学生们一起探究二次函数的参数与图象特征的对应关系，学生能够直观理解参数与图象特征的对应关系[18]。

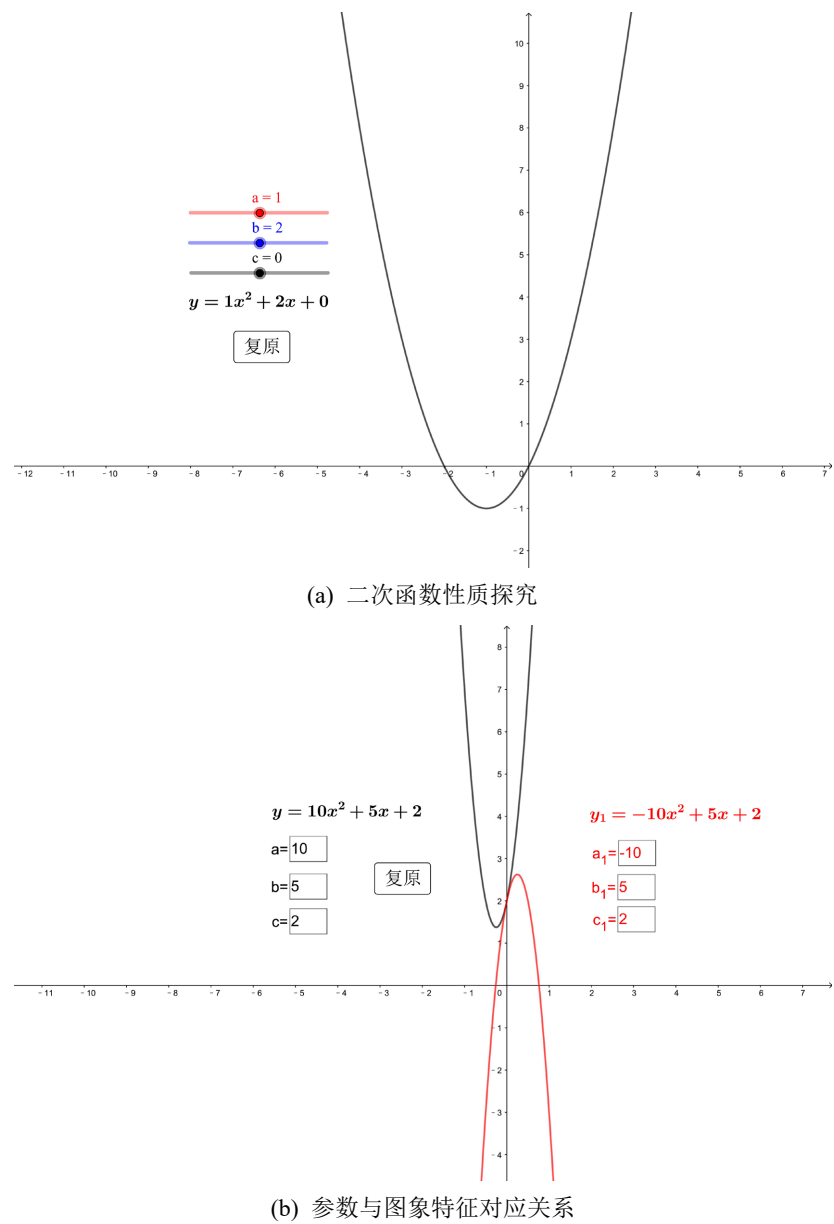


Figure 8. GeoGebra demonstration diagram of Case 8
图 8. 案例 8 的 GeoGebra 演示图

教学过程：二次函数图象与性质探究

【教学目标】

- (1) 理解二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中 a 、 b 、 c 的几何意义，掌握抛物线的开口方向、顶点位置和对称轴。
- (2) 通过 GeoGebra 动态演示，经历参数变化与图象特征对应的探究过程。
- (3) 培养数形结合的思想，感受数学规律的和谐美。

【关键提问设计】

- (1) “当 $a > 0$ 和 $a < 0$ 时，抛物线的开口方向有什么不同？”
- (2) “ a 的绝对值大小如何影响抛物线的开口大小？”

- (3) “ b 和 c 的值如何影响抛物线的位置?”
- (4) “你能总结一下顶点坐标与 a 、 b 、 c 的关系吗?”

【学生活动预设】

- (1) 观察阶段: 学生观察 GeoGebra 呈现的抛物线, 初步感知图象形状。
- (2) 探究阶段: 学生通过滑动条调整 a 、 b 、 c 的值, 观察图象的变化规律。
- (3) 归纳阶段: 学生总结参数与图象特征的对应关系。
- (4) 应用阶段: 学生运用性质解决实际问题。

案例分析: 结合 GeoGebra 展现二次函数的图象, 使学生感受参数变化与图象特征对应之间的关系, 引导学生深入探究, 总结参数与图象特征的对应关系, 并运用性质解决实际问题。正是学生若能在日常学习中扎实掌握函数性质, 面对相关问题时自然能够从容应对、灵活运用。

3. GeoGebra 辅助教学的局限与挑战

尽管 GeoGebra 在数学教学中展现出显著优势, 但任何技术工具都有其适用范围和局限性。客观分析这些局限与挑战, 有助于教师更理性地使用该软件。

3.1. 过度依赖技术可能带来的风险

过度依赖 GeoGebra 可能导致学生手工作图能力下降。几何学习不仅需要理解图形性质, 还需要掌握尺规作图等基本技能。如果学生只会用软件画图, 不会用直尺和圆规, 就难以真正理解几何作图的原理。

GeoGebra 的可视化功能虽然降低了理解门槛, 但也可能让学生习惯于依赖直观感知, 而忽视了从具体到抽象的思维训练。数学学习的一个重要目标是培养抽象思维能力, 如果学生总是通过“看图”来理解问题, 就难以形成独立的抽象思考能力。

部分学生可能形成对 GeoGebra 的过度依赖, 离开软件就无法解决问题。这种“技术依赖症”会影响学生在考试等无软件环境下的发挥, 也不利于学生数学能力的全面发展。

3.2. 对教师能力提出的新要求

教师需要熟练掌握 GeoGebra 的各项功能, 才能在课堂上灵活运用。然而, 部分教师对软件的功能认知不足, 仅将其作为简单的演示工具, 未能充分发挥其探究价值。

GeoGebra 的有效应用需要教师具备较高的教学设计能力。教师不仅要会操作软件, 还要能够设计出符合学生认知特点的教学活动, 将软件功能与教学目标有机结合。如果教学设计不当, GeoGebra 可能只是“花架子”, 无法真正促进学生的学习。

在使用 GeoGebra 进行探究教学时, 学生可能会提出一些意想不到的问题或发现一些意外的规律。这就要求教师具备较强的课堂应变能力, 能够及时回应学生的问题, 引导学生深入思考。

3.3. 不同教学资源条件下的实施差异

GeoGebra 的有效应用需要足够的硬件支持, 包括计算机、投影设备、网络环境等。然而, 不同地区、不同学校的硬件条件差异较大。一些农村学校或薄弱学校可能缺乏必要的硬件设备, 无法开展 GeoGebra 辅助教学。

虽然 GeoGebra 本身是免费软件, 但优质的教学资源(如课件、教案、习题等)需要教师投入大量时间开发。不同学校的教师在资源开发能力上存在差异, 导致教学效果参差不齐。

不同学生的计算机操作能力和数学基础存在差异。对于计算机操作不熟练或数学基础较弱的学生, GeoGebra 可能会增加他们的认知负担, 反而不利于学习。从认知负荷理论的角度来看, 教师需要根据学

生的实际情况, 合理控制 GeoGebra 的使用频率和深度[4]。

3.4. 应对策略与建议

针对上述局限与挑战, 教师可以采取以下策略: 第一, 教师应根据教学内容和学生特点, 合理控制 GeoGebra 的使用频率。对于适合动手操作的内容, 应让学生亲自动手; 对于适合可视化呈现的内容, 可以借助 GeoGebra。第二, 在使用 GeoGebra 的同时, 教师应引导学生进行手工作图和纸笔计算, 培养学生的手脑并用能力, GeoGebra 应作为辅助工具, 而不是替代工具。第三, 学校和教育部门应加强对教师的培训, 提升教师的技术操作能力和教学设计能力, 培训内容应包括 GeoGebra 的基本操作、教学设计方法、课堂管理技巧等。第四, 教师应根据学生的不同基础, 开发分层教学资源, 让不同水平的学生都能从 GeoGebra 辅助教学中受益。对于基础较弱的学生, 可以提供更多的操作指导和脚手架支持。

4. 讨论

4.1. 建构主义视角下的 GeoGebra 教学

从建构主义学习理论来看, GeoGebra 辅助教学的核心价值在于支持学生的主动知识建构。在传统的“教师讲、学生听”的模式中, 学生是被动接受知识的容器; 而在 GeoGebra 辅助的探究教学中, 学生是主动建构知识的主体[5]。

以案例 1 (多边形内角和探究)为例, 学生通过拖动滑动条改变多边形形状, 观察内角和数值的变化, 归纳出内角和公式。这个过程不是教师直接告诉学生公式, 而是学生通过自己的操作和观察, 主动“发现”了公式。这种“发现学习”的方式符合建构主义的教育理念, 学生在探索中形成的知识更加深刻, 理解更加透彻[12]。

4.2. 认知负荷理论视角下的 GeoGebra 教学

从认知负荷理论来看, GeoGebra 的可视化功能能够有效降低学生的外在认知负荷[3]。在传统的几何教学中, 学生需要在头脑中想象复杂的图形变化, 这会占用大量的工作记忆资源。而 GeoGebra 的动态演示将这些变化过程直观呈现出来, 学生不需要在头脑中想象, 只需要观察和理解, 从而将更多的认知资源用于理解数学概念的本质[4]。

4.3. 本文的理论贡献

本文在以下方面做出了理论贡献: 第一, 深入了解国内外关于动态几何软件、可视化学习、认知负荷理论、建构主义学习理论在数学教育中应用的研究现状, 为后续研究提供了理论基础。第二, 本文不仅介绍 GeoGebra 的功能, 并且将案例分析与建构主义学习理论、认知负荷理论相结合, 阐明了技术支持下学生知识建构的具体过程。这种理论与实践的结合, 为信息技术与数学教学的深度融合提供了新的视角。第三, 本文为每个案例涵盖“教学目标”、“关键提问设计”、“学生活动预设”等内容, 将案例从一个技术操作演示, 提升为一个包含完整教学设计的深度范例。这种教学设计范式可以为一线教师提供参考。

4.4. 本文的实践贡献

本文在以下方面做出了实践贡献: 第一, 本文提供了 8 个可操作的教学案例, 涵盖了竞技趣味练习、直观化空间思维培养、数形结合筑牢函数认知三个维度。这些案例可以直接应用于教学实践。第二, 本文客观分析了 GeoGebra 辅助教学的局限性与挑战, 并提出了相应的应对策略。这些建议可以帮助教师更理性地使用 GeoGebra。第三, 本文的教学设计范式可以为教师提供参考, 帮助教师提升教学设计能力和

课堂应变能力, 促进教师的专业发展。

5. 结语

从教学实践来看, GeoGebra 不仅改变了传统数学教学中“教师讲、学生听”的被动模式, 让学生成为课堂探究的主体, 搭建起从直观感知到抽象思维的转化路径, 将隐性的数学思维过程显性化, 有效提升了学生的观察、推理、空间想象及综合解题能力, 切实落实了数学核心素养的培养目标。

信息技术与中学数学教学的融合是教学发展的必然趋势, GeoGebra 在教学中的应用, 为中学数学教学改革提供了新的思路与方法。按照课程标准的要求, 在后续教学当中教师可进一步挖掘 GeoGebra 的功能价值, 结合不同学段、不同知识点的教学特点, 设计更具针对性的教学活动, 让软件的工具价值与数学教学的本质深度融合; 同时, 教师也需不断提升自身的信息技术应用能力, 结合认知负荷理论和建构主义理论, 去引导学生合理运用 GeoGebra 进行自主探究与合作学习, 培养学生的自主学习能力与创新思维, 让信息技术真正成为助力中学数学教学提质增效、促进学生数学能力发展的重要支撑。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022 年版) [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [2] 郭衍, 曹一鸣. 动态数学软件 GeoGebra 使用指南[J]. 中学数学教学参考(上旬), 2012(1): 129-131.
- [3] 吴先强, 韦斯林. 国外认知负荷理论与有效教学的研究进展及启示[J]. 全球教育展望, 2009, 38(2): 28-31, 10.
- [4] 孙崇勇, 李淑莲. 认知负荷理论及其在教学设计中的运用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2017.
- [5] 何克抗. 建构主义的教学模式、教学方法与教学设计[J]. 北京师范大学学报(社会科学版), 1997(5): 74-81.
- [6] 汪吉. 基于 GeoGebra 的开放教育“计算方法”可视化教学[J]. 山东商业职业技术学院学报, 2019, 19(3): 52-56.
- [7] 斯海霞, 叶立军. 大概念视角下的初中数学单元整体教学设计——以函数为例[J]. 数学通报, 2021, 60(7): 23-28.
- [8] 钟小玲, 黄金雄. 信息技术下的中学数学可视化教学——以 GeoGebra、几何画板辅助教学为例[J]. 中学数学研究(华南师范大学)(下半月), 2021(6): 1-3.
- [9] 杨敏毅. 基于 Geogebra 的初中学生数学空间观念培养研究[D]: [硕士学位论文]. 桂林: 广西师范大学, 2020.
- [10] 冯宝林. 基于 GeoGebra 培养高中生直观想象素养的实践研究: 以立体几何教学为例[D]: [硕士学位论文]. 银川: 宁夏大学, 2023.
- [11] 武法提, 任伟祎. 基于认知负荷水平的学情分析: 表征框架与实践路径[J]. 中国电化教育, 2024(7): 64-73.
- [12] 徐斌艳. 数学教育中的建构主义——从一个案例谈起[J]. 全球教育展望, 2003, 32(4): 32-36.
- [13] 裴新宁. 从学习理论的现代发展谈建构主义在科学教学设计中的实践[J]. 全球教育展望, 2004, 33(7): 28-33.
- [14] 张静. 以学习者为中心的课程设计原则: 以初中数学为例的研究[J]. 全球教育展望, 2005, 34(6): 46-48.
- [15] 徐阳. GeoGebra 助力初中数学可视化教学——以函数教学为例[J]. 理科考试研究, 2023, 30(14): 28-31.
- [16] 刘会艳, 孙书贞. 应用 GeoGebra 探究“反比例函数的图像和性质”教学[J]. 中国现代教育装备, 2021(14): 48-50.
- [17] 夏菁. 为直观想象插上“翅膀”——利用 GeoGebra 推进一次函数图像的教学[J]. 数学学习与研究, 2021(5): 90-91.
- [18] 刘文山. 数学教学与信息技术的深度融合——以《二次函数的图像与性质》为例[J]. 读写算, 2023(31): 37-39.