

数智赋能下高中数学探究活动优化研究

——以“三角函数模型的简单应用”为例

王晓宇, 周 芳*

太原师范学院数学与统计学院, 山西 晋中

收稿日期: 2026年6月17日; 录用日期: 2026年8月3日; 发布日期: 2026年8月12日

摘 要

人教A版高中数学必修一教材中“三角函数模型的简单应用”探究活动,是培养学生数学建模核心素养的典型载体。聚焦该具体探究活动,深入剖析其在传统与数智环境下实施的关键困境,系统探索数智技术在真实情境构建、动态参数探究、模型拟合验证、过程性评价等环节的作用机制与实践路径。旨在为该探究活动提供可操作、高效的数智化解决方案,提升学生解决周期性实际问题的能力,并为教材中同类探究活动的数智化转型提供思路。

关键词

数智时代, 高中数学, 探究活动, 三角函数模型

Research on Optimizing High School Mathematics Inquiry Activities under the Empowerment of Digital Intelligence

—Taking “Simple Applications of Trigonometric Function Models” as an Example

Xiaoyu Wang, Fang Zhou*

School of Mathematics and Statistics, Taiyuan Normal University, Jinzhong Shanxi

Received: June 17, 2026; accepted: August 3, 2026; published: August 12, 2026

Abstract

The exploration activity of “Simple Application of Trigonometric Function Model” in the compulsory

*通讯作者。

high school mathematics textbook of People's Education A version is a typical carrier for cultivating students' core mathematical modeling literacy. This article focuses on this specific exploration activity, deeply analyzes its key challenges in traditional and digital environments, and systematically explores the mechanism and practical path of digital technology in real scenario construction, dynamic parameter exploration, model fitting verification, process evaluation, and other aspects. The aim is to provide operational and efficient digital solutions for this exploration activity, enhance students' ability to solve periodic practical problems, and provide ideas for the digital transformation of similar exploration activities in textbooks.

Keywords

The Era of Digital Intelligence, High School Mathematics, Exploration Activities, Trigonometric Function Model

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

“数智时代”是继农业时代、工业时代、信息时代之后,由数字技术(Digital Technology)与智能技术(Intelligent Technology)深度融合驱动的全新社会发展阶段。其核心特征是数据成为关键生产要素,智能技术成为社会生产力的主导形态,推动经济结构、教育教学、生态等发生系统性变革。2023 年以来,以 ChatGPT、DeepSeek 等为代表的生成式人工智能迅猛发展,其在文本生成、知识问答、多步推理、多模态交互等方面的强大能力得以展现,并在数学教学中展现出极大的应用潜力[1]。在向信息化社会转型的过程中,传统的学习理论、教学理念、师生关系、教学目标、教育管理和沟通模式等都发生了显著变化[2]。这些变化打破了教与学的时空限制,重塑了教学管理模式、教育理念以及学生的学习方式,成为推动数学信息化教学改革的关键驱动力。

现有研究共涉及 70 余种数字化工具,分为四类:平板、笔记本、3D 打印笔等通用硬件;腾讯会议、Scratch、人工智能等通用软件;Desmos、Geogebra、Zoomable Number Line 等数学专用软件;Smartick、GetMath、Seesaw 等在线学习平台[3]。从研究侧重来看,针对数学软件的研究约占总量 1/3,通用软件相关研究占比次之,通用硬件与在线学习平台的相关研究均不足 10%,剩余为无特定技术指向的综合性研究。学段分布以小学阶段的研究最多,初中和大学次之,高中阶段的研究占比最低,不足 10%。在数学内容方面,数与代数、图形与几何是研究的主要领域,统计与概率领域的研究较少,仅占 6%。

高中数学新课标将“数学建模”列为六大核心素养之一,要求学生能用数学语言表达现实问题、用数学方法分析解决问题[4]。对高中生而言,数智时代对数学建模能力的需求并非追求复杂算法,而是培养“用数学眼光观察世界、用数学方法解决问题”的意识。三角函数模型作为高中数学的核心内容,其价值不仅在于解题,更在于让学生通过周期性、几何性等具体案例,理解数学模型是现实问题的抽象映射。

然而,当前在三角函数建模探究活动中,数据获取与处理存在诸多问题。三角函数知识、周期、相位、振幅等概念较为抽象,学生理解困难,难以将其与实际问题中的变量对应起来。因此,构建一个基于数智赋能的、有效的探究活动教学模式至关重要。

2. 三角函数模型应用探究活动的现状分析

2.1. 数据困境

课堂教学依赖教材或教师提供的静态、简化数据, 缺乏真实、动态数据的获取渠道, 削弱情境真实性和探究兴趣, 与真实场景中的数据特征存在显著差异。例如在探究昼夜温差变化时, 教师常提供理想化的温度曲线, 而真实气象数据中往往包含季节性波动、突发天气干扰等复杂因素。静态数据无法体现参数随时间的实时变化, 以探究某次实验测得的交变电流随时间的变化为例, 学生需要利用三角函数模型模拟物理现象并对数据进行具体分析。每个小组需收集与其选择现象相关的数据, 明确相应的参数, 如电流、时间、频率等, 并利用图表展示数据的变化[5]。但当前大多数教师直接呈现相关数据, 忽视学生自主探索的过程。

2.2. 理解困境

参数 A , ω , φ 的物理意义及对图像的影响抽象难懂, 学生无法观察 φ 变化如何引起图像平移、增减对周期压缩和拉伸的实时影响, 仅能依赖抽象公式推导, 导致对函数的理解停留在机械记忆层面[6]。传统教学中, 教师多通过黑板绘制静态图像或 PPT 动画演示参数变化, 但无法支持学生自主交互调节。例如在 GeoGebra 中若仅展示预设 φ 的变化动画, 而非让学生拖动滑块实时观察波形平移, 学生对相位差的理解仍停留在视觉表象层面。

2.3. 其他困境

在学习效率上, 手工计算、描点作图耗时耗力, 比如绘制函数图像 $y = 2\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$ 需完成 12 个点的计算与定位, 这挤压了分析、比较、优化模型的时间, 而且调整参数需重新计算整套数据, 难以快速尝试不同模型或参数组合进行比较验证。评价方面, 当前评价多关注最终报告或模型结果, 对建模过程中的问题转化、假设提出、参数调整、误差分析和协作过程缺乏有效记录与评价, 容易导致学生形成“重结果轻过程”的学习倾向, 违背数学建模素养“过程与结果并重”的培养目标。数智化应用也存在不足, 课堂中可能仅使用 GeoGebra 作图, 却未深入整合数据采集、模型拟合、AI 辅助分析等环节, GeoGebra 仅被用作图像生成器, 其回归分析、误差计算模块未被开发, 这使得数智技术未能从根本上解决传统探究活动的痛点, 反而可能因技术操作复杂性增加学习负担, 形成伪数智化教学现象。

3. 数智技术对“三角函数模型应用”探究活动的精准赋能

实验探究是数学教学最重要方法之一, 它是学生感性认识抽象理论的最好途径, 结合学生的认知水平, 融合知识与技能, 倡导理论联系实际, 激发学习兴趣与热情。案例分析、项目实践及问题解决策略有效提升学生的自主性与互动性。同时, 在线课程、虚拟实验室等数字工具提供定制化学习体验, 满足多样化需求, 优化教学过程。通过真实情境模拟, 学生得以在解决复杂问题的过程中掌握数学应用能力, 培养创新思维。

3.1. 赋能真实情境构建

利用光照传感器、水位传感器等获取实时或历史的周期性数据作为探究的真实数据源, 以室内温湿度变化为例, 可以使用温湿度传感器采集室内该时间段内的温度数据。此外, 还可接入公开科学数据库或使用物理仿真软件生成接近真实的周期性运动数据。

3.2. 赋能动态探究

学生输入真实数据，软件自动绘制散点图，动态几何软件辅助数据实时可视化。学生拖动参数滑块 A, ω, φ ，即时观察函数图像如何变化以拟合散点图，直观理解各参数对图像形态的影响。快速拟合不同模型，比较残差平方和等拟合优度指标。

利用 AI 工具分析数据特征，以 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ 为基本形式，智能建议可能的模型形式和初始参数估计值，降低学生起点难度，并对学生的拟合结果进行初步诊断。

3.3. 赋能探究过程记录

使用云端协作平台实现小组成员对数据、拟合过程截图、参数调整记录、讨论记录的共享，共同撰写报告，版本清晰可追溯。平台自动记录学生的操作步骤、讨论活跃度、任务分工情况，为过程评价提供客观数据。

3.4. 赋能深度分析与评价

软件自动计算并可视化拟合曲线与原始数据的误差，引导学生分析模型优劣及可能原因。结合拟合优度指标(如 R^2)、过程记录数据、最终报告，构建更全面的评价体系，AI 可辅助批改报告中的数学表述和逻辑。

总之，这种实践性转变结合技术赋能，深化学习理解，并确保每位学生都能在实践中找到自己的节奏，让学生在探究中自主学习、在探究中获得知识、在探究中训练技能，从而提升整体教育成效。数智技术与课程探究的融入路径见图 1。

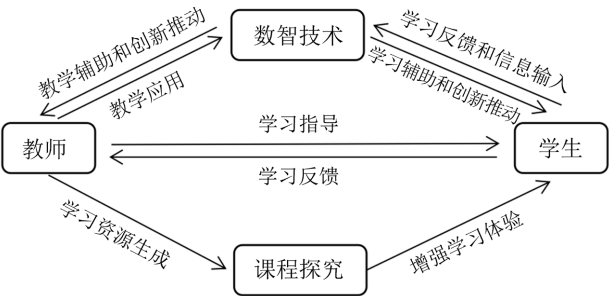


Figure 1. The integration path of digital intelligence technology and curriculum exploration
图 1. 数智技术与课程探究的融入路径

4. 优化教学模式与实施路径

4.1. 活动准备阶段

探究活动的选取主要考虑从学生的立场出发，挖掘实际生活中有价值的数学素材。如果数学教材所涉及的内容相对基础，实际情境过于理想化，学生也很难感受到学习数学的必要性，进而影响学生学习热情[7]。故在教材中已有的知识体系中，选题初定范围集中在与生活实际密切相关的函数模型的构建，学生使用 DeepSeek AI 大模型提问：“请总结现实生活中三角函数建模实例”。DeepSeek 基于数据库从农业、水利、电气工程、建筑、声学、医学等方面给出六大经典的现实建模实例。结合山西实际情况，以太原市近 30 年的月平均气温变化为主体展开探究式教学，引导学生通过中央气象台或气象科学数据中心获取数据，表 1 展示了近 30 年山西太原月平均温度的变化规律，从表中的温度变化规律可见，山西太原的月平均温度最小值为 -12.2°C ，一般出现在 1 月；其月平均温度最大值为 29.2°C ，一般出现在 7 月。

Table 1. Monthly average temperature in Taiyuan, Shanxi Province in the past 30 years
表 1. 山西太原近 30 年月平均温度

月份	平均最高气温(°C)	平均最低气温(°C)
1 月	1.5	-12.2
2 月	4.6	-8.8
3 月	11.3	-2.5
4 月	19.2	4.6
5 月	25.4	10.3
6 月	28.6	14.7
7 月	29.2	18.1
8 月	27.8	16.9
9 月	23.1	10.5
10 月	17.6	4.0
11 月	9.2	-2.9
12 月	2.5	-10.0

4.2. 课堂探究阶段

明确学习任务,标注引导问题和探究步骤提示,学生结合自身相关的知识储备及技能,以小组为单位课下进行探讨,形成月平均气温函数模型,并且与实际月平均气温曲线对比,组内分析所建模型优劣,同时进行组间交流。最后大家选取最优模型进行下一轮的探究。

授课的主要模式为探究课,适时加入展示。在探究的过程中以学生为主,老师帮助解决知识上的问题及技术上的问题,对学生的想法不做过多干涉。学生选择并熟悉协作平台、建模软件、AI 工具,选择使用的 AI 应用包括“DeepSeek”“文小言”“Kimi 智能助手”“豆包”。之所以选择不同的应用,是考虑到目前数智软件辅助教学还处于初期,通过对话培养学生的问题意识,能解决学生的困惑,并发展他们的思辨能力和质疑精神[8]。学生以小组为单位讨论周期性特征,借助数智技术辅助构建三角函数模型,选 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ 作为基础模型,将数据导入 GeoGebra 或 Desmos,生成散点图,如图 2、图 3,学生动态调整参数滑块,使曲线尽可能拟合散点图,直观感受参数影响。

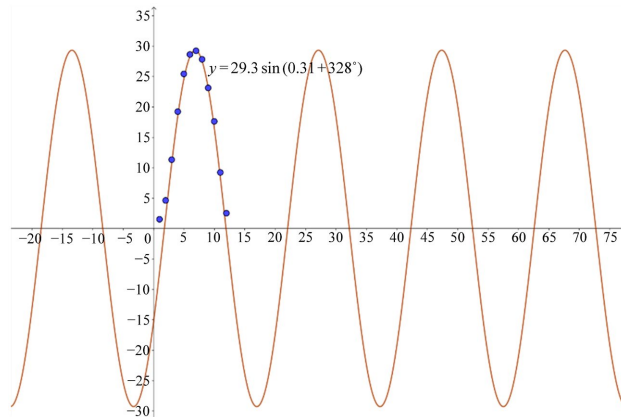


Figure 2. Fitting curve of the highest monthly average temperature in Taiyuan, Shanxi Province
图 2. 山西太原最高月平均温度拟合曲线

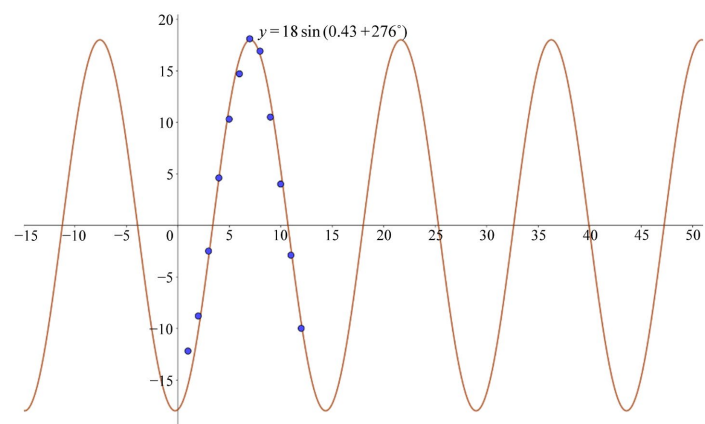


Figure 3. Fitting curve of minimum monthly average temperature in Taiyuan, Shanxi Province
图 3. 山西太原最低月平均温度拟合曲线

也可利用软件内置拟合功能或 AI 建议获取较优参数，对比手动调整结果，尝试不同模型，比较拟合效果。借助 DeepSeek 等 AI 工具对原始数据进行分析，以平均最高气温为例进行三角函数拟合，图 4 是学生与 AI 人机对话的部分截图，输入“这是某地 1~12 月份平均最高气温的数据，分析并构建适当的三角函数模型”的指令。经过讨论，原始指令过于宽泛，缺乏约束和验证标准，因此修改指令为“给定某地 1~12 月的平均最高气温数据，分别使用极值点法和最小二乘法拟合，并给出误差对比”。通过分析采用以下三角函数模型进行拟合： $T(m) = C + A \sin\left(\frac{\pi m}{6}\right) + B \cos\left(\frac{\pi m}{6}\right)$ ，其中 $T(m)$ 是月份 m 的拟合平均最高气温， m 是月份数， $\frac{\pi m}{6}$ 是以弧度为单位的相位角， A 、 B 和 C 是拟合参数。

已思考 (用时 81 秒)

针对您提供的某地1—12月份平均最高气温数据，最科学、最合适的模型是三参数三角函数模型（余弦函数拟合）。这是因为气温年变化具有固定的周期性（周期T=12个月），而三次多项式（三次函数）不具备周期性，且会无限发散，不符合物理规律。

“三参数”指该模型包含三个核心参数：均值基线（ A_0 ）、振幅（ A ）和初始相位（ φ ）。

以下为完整的分析、建模过程及结果。

1. 数据特征分析

- 周期：12个月（年周期）。
- 峰值：出现在7月（29.2℃），谷值出现在1月（1.5℃）。
- 对称性：数据呈明显的单峰单谷分布，符合正（余）弦波特征。

2. 模型构建

设月份 t ($t = 1, 2, \dots, 12$) 为自变量，气温 $T(t)$ 为因变量。构建三参数模型：

$$T(t) = a + b \cos\left(\frac{2\pi}{12}t\right) + c \sin\left(\frac{2\pi}{12}t\right)$$

给定某地1-12月的平均最高气温数据1.5, 4.6, 11.3, 19.2, 25.4, 28.6, 29.2, 27.8, 23.1, 17.6, 9.2, 2.5。分别使用极值点法和最小二乘法拟合，并给出误差对比

已思考 (用时 107 秒)

好的，针对这组周期为12个月的气温数据，我们分别用极值点法和最小二乘法进行三角函数拟合，并给出详细的误差对比。

一、共同设定

设月份 $x = 1, 2, \dots, 12$ ，平均最高气温为 y 。周期 $T = 12$ ，角频率 $\omega = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ 。

拟合模型统一采用余弦形式（便于观察波峰位置）：

$$y = A \cos(\omega(x - x_0)) + B$$

其中 B 为年平均气温， A 为振幅， x_0 为波峰（最高温）所在月份。

二、方法一：极值点法

原理：强制模型曲线精确经过数据的最高点（7月，29.2℃）和最低点（1月，1.5℃）。

Figure 4. AI human-machine dialogue
图 4. AI 人机对话

使用最小二乘法(Ordinary Least Squares)进行线性回归拟合，得到参数值： $C \approx 16.67$ ， $A \approx -6.04$ ， $B \approx -12.75$ 。因此，拟合公式为 $T(m) = 16.67 - 6.04 \sin\left(\frac{\pi m}{6}\right) - 12.75 \cos\left(\frac{\pi m}{6}\right)$ 。要计算任意月份 m (整数，1~12) 的拟合气温，代入公式即可。例如：对于 7 月 ($m = 7$): $T(7) = 16.67 - 6.04 \sin\left(\frac{7 \times \pi}{6}\right) - 12.75 \cos\left(\frac{7 \times \pi}{6}\right) \approx 30.73$ 。

如果需要扩展为单一正弦或余弦函数，等效形式为 $T(m)=16.67+14.11\cos\left[\frac{\pi(m-6.85)}{6}\right]$ ，但原形式更便于计算。

虽然 OLS 模型在 1 月和 7 月的极值点不如极值法精准，但 OLS 模型在全年的平均拟合误差降低了约 34%，对春秋两季的描述更加客观。在统计学上，OLS 模型更优。决定系数 $R^2\approx0.982$ ，表明拟合效果良好。表 2 展示了拟合值与实际值之间的对比，二者的残差范围约为-0.3℃到 1.5℃，最大残差出现在 7 月(拟合值 30.73℃，实际值 29.2℃，残差+1.53℃)，这主要是由于实际气温变化不完全对称。如需更高精度，可考虑添加更高谐波项，如傅里叶级数，但本拟合已满足基本要求。

Table 2. Comparison table between fitted values and actual values

表 2. 拟合值与实际值对比表

月份	实际气温(℃)	拟合气温(℃)	残差(℃)
1 月	1.5	2.6	+1.10
2 月	4.6	4.4	-0.20
3 月	11.3	11.3	0.00
4 月	19.2	18.9	-0.30
5 月	25.4	25.4	0.00
6 月	28.6	29.4	+0.80
7 月	29.2	30.7	+1.50
8 月	27.8	28.3	+0.5
9 月	23.1	23.1	0.00
10 月	17.6	17.6	0.00
11 月	9.2	9.2	0.00
12 月	2.5	2.6	+0.10

4.3. 教学效果评价

学生小组借助 GeoGebra、Python 等数智工具展示温度变化三角函数模型、拟合过程及分析结论，通过拟合优度、残差分析、预测准确性等指标自动评估模型的科学性；依托协作平台记录参与度、协作效率，结合学生反思日志进行评估反思，以展示报告的逻辑性、表述清晰度及对模型物理意义的阐释，考察知识迁移能力。最后采用智能加权机制，AI 自动检测 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$ 的参数合理性，计算预测值与真实数据的平均绝对误差，平台数据记录学生调试频率，实现评价客观化、数据可视化，可依据表 3 所展示的评价权重分配进行教学评价。

Table 3. Evaluation weight allocation

表 3. 评价权重分配

评价主体	比例	设计依据
教师评价	30%	教师对模型物理意义解释、创新性等高阶思维的判断不可替代
平台数据	30%	数智平台自动记录的行为数据公开无偏见
AI 辅助初评	20%	AI 快速处理模型误差率、公式规范性、预测偏离度等数值指标
组内互评	20%	同伴了解成员的实际贡献

5. 教学实践

5.1. 实践目的

为了检验数智技术与数学教学融合下，对促进学生数学深度学习的真实教学效果，通过在学校选取整体学习水平相近的两个班级，以三角函数章节的教学为例，进行教学对照实验。

5.2. 实践对象

本次教学对照实验选取笔者所在学校高一年级的两个重点班，高一(A)班和高一(B)班，两班级教学进度、课程安排严格遵守山西省普通高中数学课程标准，除人数差异外其它情况基本相似，两班整体学习水平相当，数学任课教师为同一人，可有效排除教师教学风格、专业能力等无关变量的干扰。

5.3. 实践过程

本研究选取高一(A)班为实验组，高一(B)班为对照组。实验启动前一周，利用班会课时段对实验组学生实施 AI 工具操作的前期培训。正式实验阶段，在“三角函数”单元教学中，实验组采用数智技术深度融合的探究式教学方案，对照组则沿用传统讲授式教学设计。为确保公平性，两个班级由笔者授课，教材版本、教学进度及作业量保持一致，仅实验教学模式不同。单元教学结束后，对两班统一进行该章节的专项学业水平测试。

5.4. 实践结果与分析

为评估“数智赋能下数学探究学习”教学实践的实际成效，本研究依据教材课后习题与布鲁姆教育目标分类理论，自主编制了单元测试卷。共发放试卷 94 份，回收 94 份，回收率 100%。试卷共 11 题，满分 100 分。其中，3 道基础题聚焦知识记忆与初步理解，对应浅层学习维度，这部分的总分值设定为 15 分；其余 9 道题侧重考查运用、分析、评价与创造等高阶能力，归属深度学习维度，这部分总分值为 85 分。见表 4，后续成绩统计表明，实验班(A 班)在总分及深层学习维度上的平均分均显著高于对照班(B 班)。

Table 4. Grade 10 (Class A) and Grade 10 (Class B) academic performance statistics
表 4. 高一(A)班和高一(B)班成绩统计

	班级	人数	均值	标准偏差	标准误差平均值
成绩	A	46	75.56	10.417	1.536
	B	48	68.34	10.758	1.553

实验班认可度问卷的统计结果显示，大多数学生对教师运用 AI 软件辅助课堂持肯定态度，并认同该方式能有效提升自身学习驱动力。基于此可推断，将数智工具融入数学课堂，对于激发学生内在动机具有显著正向作用，且有助于促进其对数学概念的深层领悟与掌握，同时增强运用所学知识解决新情境问题或实际问题的迁移能力。

6. 现实条件保障

6.1. 教师培训实施建议

针对参与实施工作的教师制定分层培训方案，设置基础、进阶、提升三层培训内容，分别覆盖软硬件基础操作、课堂教学设计、个性化指导与故障排查相关知识，采用集中实操演练、优秀案例观摩、一对一答疑以及线上课后复盘相结合的培训形式，帮助教师熟练掌握方案落地所需全部实操技能。

6.2. 软硬件最低配置标准

硬件方面配备教师端电脑或平板、大屏投影设备以及稳定网络, 按需为学生配备学习终端, 终端不足时可采用小组共用模式; 软件优先选用无付费门槛的适配教学工具, 搭配文件共享、课堂互动类基础插件, 保障设备系统兼容、教学流程顺畅运行。

6.3. 常见技术问题应急预案

提前预判课堂高频技术故障并制定对应处置流程, 遇到网络中断可切换离线资料开展线下教学, 设备黑屏、卡顿等故障及时启用备用设备并合并小组开展学习, 软件闪退则重启程序或降级使用基础版本, 整体遵循优先保障课堂进度的原则, 三分钟内无法修复故障便转为纯线下教学, 课后统一检修设备。

7. 结论与展望

尽管人工智能拥有强大的知识储备和交互能力, 但其在社会情感教育和情绪价值供给方面存在不足, 构成显著短板。此外, 基于互联网的 AI 教育还伴生两个难以规避的固有缺陷: 碎片化的学习方式会弱化学习者的知识整合能力, 导致认知的片面性与表象化; 长期沉浸于 AI 构建的虚拟环境, 会使个体交互方式趋于固化, 导致学生社会情感缺失, 进而难以适应现实社会。这易导致部分学生出现“四无”现象, 即学习无动力、对现实无兴趣、社交无能力、生命无意义感。

因此, 作为教育教学改革的初步实践, 持续探索“师-生-数智技术”协同探究课堂模式至关重要。将探究式教学模式应用于高中数学教学, 不仅培养了学生参与实验研究的兴趣, 而且增强了学生独立设计和进行实验的能力, 培养了学生的科学精神和创新意识。教师应有效利用数智工具创造现实任务情境、利用现有知识和经验、设计启发式学习问题、进行小组协作和研究以及应用互动总结和评估等教学方法, 充分发挥学生在实验活动中的作用, 从而提高高中数学探究教学的有效性。

参考文献

- [1] 都琳, 徐爽, 徐宗本. 师-生-AI 协同课堂: 人工智能赋能大学数学教育的载体及实践[J]. 中国大学教学, 2025(4): 59-65+81.
- [2] 刘兰梅. 大数据背景下高职高等数学信息化教学设计研究[J]. 中国新通信, 2021, 23(12): 205-206.
- [3] 戚艳兴, 李坤丽, 熊斌. ICT 赋能数学教育: 全球实践探索之路行至何处——基于 ICME-15 ICT 研究的综述[J]. 数学教育学报, 2025, 34(2): 77-83.
- [4] 杨昌红, 颜宝平. 高中数学新教材中数学建模内容的处理——以人教 A 版和北师大版为例[J]. 数理化解题研究, 2021(12): 32-33.
- [5] 韦恩明, 张民燕. 结构化教学驱动下高中数学单元教学策略研究——以“三角函数”单元为例[J]. 教育观察, 2025, 14(5): 63-65+93.
- [6] 华德. 探究性教学模式融入二次函数教学的策略探讨[J]. 成才之路, 2022(17): 86-88.
- [7] 李现勇. 基于“三角函数模型的应用”的项目式数学教学探究[J]. 数学通报, 2018, 57(11): 17-20+25.
- [8] 徐海锋. “生成式 AI + 数智资源”赋能高中数学课堂教学的探索[J]. 教育传播与技术, 2024(6): 62-67+73.