

# 核心素养导向下尺规作图题型的解题思维特征探析

——以江苏省近五年中考数学试题为例

刘笑宇\*, 连 媛

太原师范学院数学与统计学院, 山西 晋中

收稿日期: 2026年7月21日; 录用日期: 2026年9月9日; 发布日期: 2026年9月17日

## 摘 要

尺规作图题型是中考数学考查学生几何核心素养的重要载体, 其解题过程要求学生拥有作图操作与数学思维深度融合的能力, 为明确学生解题时的思维障碍, 落实核心素养培育, 开展本研究。本研究结合江苏省近五年中考数学尺规作图真题的解题逻辑, 归纳出直观分析型、分步拆解型、逆向推导型、创新设计型四种思维特征类型, 以发展学生数学核心素养为导向, 深度剖析不同解题思维的特征与解题难点, 为学生突破尺规作图难点、教师开展素养导向的尺规作图教学设计提供思路与依据。

## 关键词

尺规作图, 思维特征, 核心素养, 中考数学

# Analysis of the Problem-Solving Thinking Characteristics of Ruler and Gauge Drawing Question Types under the Guidance of Core Literacy

—Taking the Middle School Mathematics Exam Questions in Jiangsu Province over the Past Five Years as an Example

Xiaoyu Liu\*, Yuan Lian

School of Mathematics and Statistics, Taiyuan Normal University, Jinzhong Shanxi

Received: July 21, 2026; accepted: September 9, 2026; published: September 17, 2026

\*通讯作者。

文章引用: 刘笑宇, 连媛. 核心素养导向下尺规作图题型的解题思维特征探析[J]. 创新教育研究, 2026, 14(9): 288-296.  
DOI: 10.12677/ces.2026.149690

## Abstract

Compass and straightedge construction problems serve as a crucial medium for assessing students' core geometric competencies in junior high school mathematics exams. These problems require students to integrate drawing operations with mathematical thinking. To clarify students' cognitive barriers during problem-solving and effectively cultivate core competencies, this study was conducted. By analyzing the problem-solving logic of compass and straightedge construction questions from Jiangsu Province's junior high school mathematics exams over the past five years, the study identifies four types of thinking characteristics: intuitive analysis, step-by-step decomposition, reverse deduction, and innovative design. Guided by the goal of developing students' core mathematical competencies, the study provides an in-depth analysis of the features and challenges of different problem-solving approaches. It offers insights and foundations for students to overcome difficulties in ruler-and-compass construction and for teachers to design competency-oriented instruction in this area.

## Keywords

Compass and Straightedge Construction, Cognitive Characteristics, Core Competencies, Middle School Mathematics Exams

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

尺规作图是有限次地使用无刻度的直尺和圆规作图的活动, 也称之为初等几何作图。尺规作图题型的考查本质是对学生核心素养与数学思维的综合检测, 要求学生不仅要理解作图的基本原理和方法, 还要经历先构思再作图的过程[1]。《义务教育数学课程标准(2022 年版)》(以下简称“《课标》”)指出, 义务教育阶段数学思维主要表现为运算能力、推理意识或推理能力, 其中推理能力有助于学生逐步养成重论据、重逻辑的思维习惯, 形成实事求是的科学态度与理性精神[2]。围绕尺规作图教学与数学思维, 国内外已有不少相关研究, 部分研究认为尺规作图是进行思维训练的重要工具, 它要求学生在构思与作图的过程中完成逻辑推理, 在推理中构建几何知识体系[3]; 也有研究借助范希尔理论分析学生几何认知障碍, 揭示学生思维从直观感知到逻辑演绎的进阶规律[4] [5]。

在《课标》与核心素养的双重指引下, 尺规作图题型逐步成为中考数学中的重中之重, 因此深入分析典型地区尺规作图题型的思维考查方式与解题难点, 探究核心素养导向下的解题思维特征显得尤为必要。江苏省中考数学中对于尺规作图题型的考查, 并非简单的作图步骤堆砌, 而是兼具难度与思维培养的价值, 不同考区的题目在难度、侧重点上各具特色, 具备一定的研究价值。于是本文以江苏省近五年中考数学尺规作图真题为研究对象, 分析其解答过程与逻辑, 深度剖析了其中的思维方式与特征, 为学生突破思维难点提供思路与依据。

## 2. 江苏省近五年中考数学尺规作图题型的解题思维特征分析

为了兼顾研究的深度与分析的真实性, 本文以江苏省 13 市近五年(2021~2025)中考数学真题为研究样本, 系统梳理其中的尺规作图题型, 共筛选出有效题目 26 道, 考查内容涵盖五种基本作图、几何性质

应用、作图原理探究, 重点考查考生的几何思维能力, 强调考生基本活动经验的获得。

白胜南等在数学试题编制与思维特征的研究中, 通过对学生处理特定问题时的反应与策略的分析, 提炼出学生解题时的思维特征类型, 并依据概念理解程度与逻辑整合水平对思维特征进行划分[6]。本文借鉴这一研究思路, 通过对典型题目思路的梳理与学生思维表现的归纳分析, 提炼出了直观分析型、分步拆解型、逆向推导型、创新设计型四类思维方式类型, 并从范希尔几何思维水平出发, 剖析各类思维方式的素养指向, 阐释解题过程中的思维特征与难点。

### 2.1. 直观分析型

本文提出的直观分析, 是尺规作图解题过程中最基础的思维方式, 指在作图过程中需要同步调动几何直观、推理能力与抽象能力素养, 通过观察图形的直观结构来判断作图的大致方向, 再结合几何性质进行逻辑推导, 以验证解题思路、确定作图步骤。其核心特征是“看”与“推”的深度结合, 因此开展此类思维活动, 需要学生至少达到范希尔几何思维水平 1 (分析层次), 能够分析图形的要素及特征。

**例 1 (2025 年无锡卷第 24 题)**如图 1,  $AC$  为正方形  $ABCD$  的对角线。作  $AD$  的垂直平分线  $l$  交  $AD$  于点  $E$ , 在  $l$  上确定点  $F$ , 使得点  $F$  到  $\angle BAC$  的两边距离相等。(不写作法, 保留痕迹)

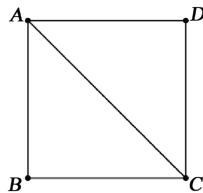


Figure 1. Image of question 24 in volume 2025 of Wuxi  
图 1. 2025 年无锡卷第 24 题图

题目分析: 本题以正方形这一常见图形为载体, 融合了作垂直平分线、作角平分线两种基本作图操作, 主要考查学生几何直观与推理能力两种核心素养的综合运用。题目设置两个递进任务, 先作  $AD$  的垂直平分线, 再在该线上确定一点  $F$ , 使其到  $\angle BAC$  两边的距离相等。这就要求从抽象的“点到两边距离相等”问题中提炼出具体的“作角平分线”步骤, 以实现观察与推理的有效衔接。

思维特征分析: 学生在解题过程中首先需要通过几何直观观察图形性质与特征, 明确任务中所需的点、线位置与关系; 再通过推理能力推导出“到角两边距离相等的点在角平分线上”这一核心知识, 将问题转化为“作  $\angle BAC$  的角平分线, 并求其与  $AD$  垂直平分线的交点”; 最后整合步骤, 完成作图, 完整体现直观观察与逻辑推理的深度结合(如图 2)。

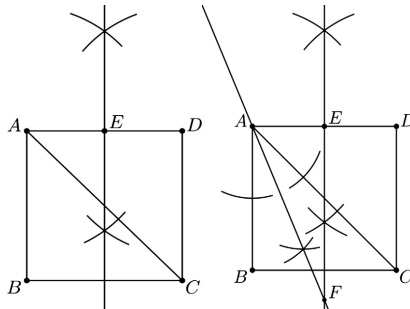


Figure 2. Schematic diagram of vertical and angular bisectors  
图 2. 作垂直平分线与角平分线示意图

解题难点分析: 直观分析的思维方式常出现在基础题的解题过程中。已有针对中考尺规作图题型答题的实证研究表明, 初中毕业阶段的学生大部分处于范希尔几何思维水平 2 (非形式化演绎) [7], 具备完成基础题的条件。但学生可能出现几何直观与推理能力的深度不足的问题, 在例 1 中容易停留在图形表面, 即使能够定位到“ $\angle BAC$  的两条边”, 也可能很难建立“到角两边距离相等”与“角平分线”的逻辑关联, 从而无法定位点  $F$  的位置。教师可以引导学生梳理相关定理之间的联系, 通过针对性的思维训练突破难点。

## 2.2. 分步拆解型

本文的分步拆解是一种化繁为简的思维方式, 是将整体化、综合性强的复杂作图任务拆解为几个相互关联的基础作图步骤, 再通过分析步骤间的逻辑关系, 形成完整的作图流程, 重点考查学生的几何直观、推理能力与模型观念三种核心素养。开展此类思维活动, 需要学生达到范希尔几何思维水平 2 (非形式化演绎), 能够建立图形性质之间的关系, 并进行非形式化的推理与归纳。

**例 2 (2022 年扬州卷第 26 题)** 【问题提出】如何用圆规和无刻度的直尺作一条直线或圆弧平分已知扇形的面积?

【初步尝试】如图 3, 已知扇形  $OAB$ , 请你用圆规和无刻度的直尺过圆心  $O$  作一条直线, 使扇形的面积被这条直线平分;

【问题联想】如图 3, 已知线段  $MN$ , 请你用圆规和无刻度的直尺作一个以  $MN$  为斜边的等腰直角三角形  $MNP$ ;

【问题再解】如图 3, 已知扇形  $OAB$ , 请你用圆规和无刻度的直尺作一条以点  $O$  为圆心的圆弧, 使扇形的面积被这条圆弧平分。

(以上作图均不写作法, 但需保留作图痕迹)

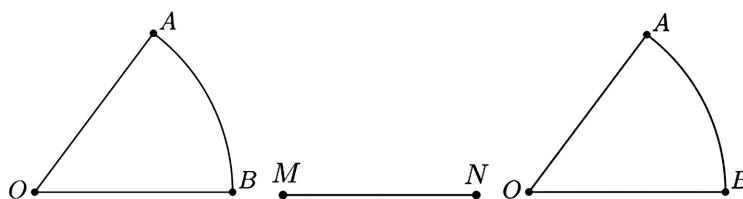


Figure 3. Image of question 26 in volume 2022 of Yangzhou  
图 3. 2022 年扬州卷第 26 题图

题目分析: 本题以平分扇形面积作为核心任务, 通过“问题提出 - 初步尝试 - 问题联想 - 问题再解”的四个递进问题, 将复杂任务拆解为三个基础的子任务, 每一步都基于基础作图技能, 且后一步的方法依赖前一步的推导, 形成了完整的逻辑链, 综合考查了学生对复杂问题的拆解与理解能力。

思维特征分析: “初步尝试”中给出了“过圆心  $O$ ”这一条件, 学生能够想到将平分扇形面积转化为平分圆心角, 即作  $\angle AOB$  的角平分线(如图 4), 完成了作一条直线来平分圆弧面积的任务。

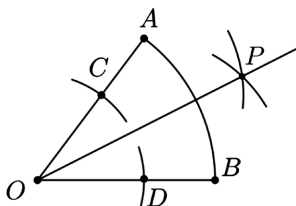


Figure 4. Schematic diagram of angle bisector  
图 4. 作角平分线示意图

“作圆弧平分面积”这一任务对学生来说较为困难, 因此题目给出了拆解后的步骤以提示学生, 其中“问题联想”明确要求作等腰直角三角形, 学生很容易推理出是要作  $MN$  的垂直平分线, 再以  $MN$  为直径作圆确定直角三角形的顶点  $P$  (如图 5)。

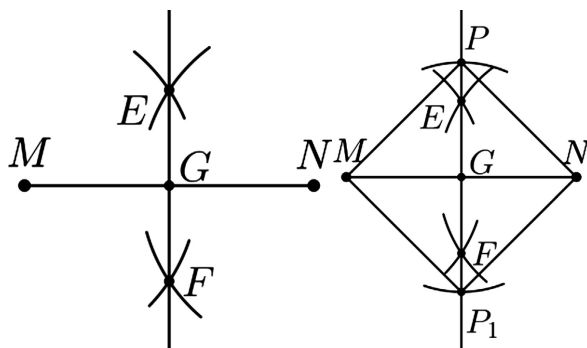


Figure 5. Schematic diagram of vertical bisector and circle  
图 5. 作垂直平分线与圆示意图

有了以上提示, 学生便能够想到是将前两步进行结合或改进, 因此容易想到将扇形中的某一条已知直线看作图 5 中的  $MN$  或  $MP$ , 来构造特定的等腰直角三角形, 以其直角顶点为圆心画弧(如图 6), 便可得出准确的作图步骤, 解题的全程体现了化繁为简、层层递进的分步思维特征。

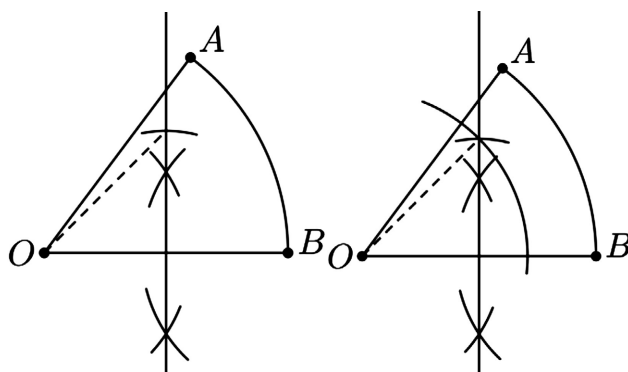


Figure 6. Schematic diagram of constructing isosceles right angled triangles and making arcs  
图 6. 构造等腰直角三角形与作圆弧示意图

解题难点分析: 分步的思维方式在解题过程中较为常见, 难点在于面对复杂任务时, 学生可能难以将其拆解为基础步骤, 容易出现步骤混乱或遗漏关键环节的问题, 暴露出几何直观与推理能力素养的不足。已有研究表明, 约半数 9 年级学生思维水平能够达到形式化演绎水平[8], 具备独立完成例 2 的认知条件, 而少部分未能达到该水平的学生可能只能考虑到题目给出的拆解思路, 若在扇形中随意构造等腰直角三角形, 也很难完成任务。这反映出部分学生的推理能力局限于表层操作, 较难建立等腰直角三角形与扇形相关定理之间的关联, 无法独立完整解题。

### 2.3. 逆向推导型

逆向推导是一种突破正向思维惯性的高阶思维方式, 通常表现为突破“按原理作图”的常规形式, 以最终的作图目标或作图痕迹为起点, 逆向推导作图背后的几何原理, 侧重于考查学生对作图原理的深度理

解, 以及抽象能力、推理能力与应用意识素养的发展。开展此类思维活动, 需要学生具备倒推的意识, 达到范希尔水平 3(形式化演绎层次), 能够理解操作与原理间的因果关系, 从操作中提炼原理并迁移应用。

### 例 3 (2022 年南通卷第 21 题) 【阅读材料】

老师的问题:

已知: 如图 7,  $AE \parallel BF$ ;

求作: 菱形  $ABCD$ , 使点  $C, D$  分别在  $BF, AE$  上。

小明的作法:

(1) 以  $A$  为圆心,  $AB$  长为半径画弧, 交  $AE$  于点  $D$ ;

(2) 以  $B$  为圆心,  $AB$  长为半径画弧, 交  $BF$  于点  $C$ ;

(3) 连接  $CD$

四边形  $ABCD$  就是所求作的菱形。

【解答问题】请根据材料中的信息, 证明四边形  $ABCD$  是菱形。

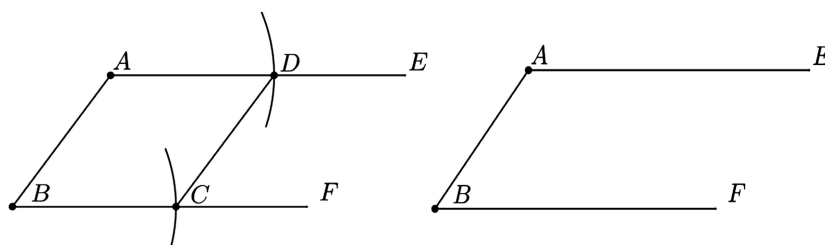


Figure 7. Image of question 21 in volume 2022 of Nantong

图 7. 2022 年南通卷第 21 题图

题目分析: 本题以证明题的形式呈现, 不同于常见的作图要求, 而是需要学生阅读材料, 根据已知的作图步骤证明四边形  $ABCD$  是菱形, 既考查学生对菱形定义与性质的掌握, 也考查对作图原理的深度理解。

思维特征分析: 逆向思维对学生来说比较难, 因此在解题中运用较少, 出现时也多以“给出作图步骤反向推导原理”的简单形式出现。例 3 中学生首先需要借助抽象能力解读作图步骤中的关键信息, 从“以  $A, B$  为圆心,  $AB$  长为半径画弧”的结论中提取出  $AD = AB, BC = AB$  的条件; 再通过推理能力将“菱形的四边相等”这一原理逆向推导出“以  $AB, BC, CD, AD$  作为菱形相等的四边”的条件; 最终结合已知条件  $AE \parallel BF$  完成证明, 实现从结论到条件再到结论的思维闭环。

解题难点分析: 逆向思维的核心障碍在于解读步骤的几何意义并迁移应用所得到的原理, 对学生的形式演绎水平要求较高, 不少学生只习惯于正向顺序作图, 并不会倒推原理。例如学生在学习过程中已经知道相等线段的作法是用圆规量取已知线段画弧, 但在例 3 中学生可能难以将“画弧取点”的操作转化为线段相等的几何条件, 便无法应用此条件完成任务。

## 2.4. 创新设计型

创新思维是解题过程中的一种高阶思维, 针对条件简单、解法开放的复杂作图题, 要求学生根据题目条件创造性地组合多种基础操作以解决复杂构造问题。主要考查学生的创新意识、抽象能力与推理能力, 要求学生突破固化思维, 自主建构几何关系并验证方案的严谨性。开展此类解题活动, 学生需要达到范希尔几何思维水平 3(形式化演绎), 还需要发展一部分水平 4(严密性)的思维能力, 大部分学生难以达成。但也有研究表明, 学生的几何思维在各个水平上的发展是同时进行的, 而并非在前一个水平完全获得的前提下后一水平才能发展起来[9], 因此有少部分学生可以在达到水平 3 的基础上发展部分水平 4

的思维能力, 能够形成部分解题思路。

**例 4 (2024 年南京卷第 26 题)**

(1) 如图 8, 点  $E, F$  分别在正方形  $ABCD$  边  $AB, CD$  上, 连接  $EF$ 。求作  $GH$ , 使点  $G, H$  分别在边  $BC, AD$  上 (均不与顶点重合), 且  $GH \perp EF$ ;

(2) 已知点  $PQRS$  的位置如图所示, 若它们分别在一个正方形的四条边上, 用两种不同的方法求作该正方形过点  $P$  的边所在的直线。

(要求: ① 用直尺和圆规作图; ② 保留作图的痕迹, 写出必要的文字说明)

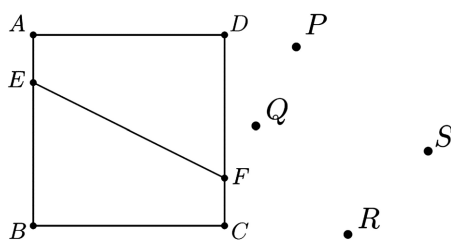


Figure 8. Image of question 26 in volume 2024 of Nanjing  
图 8. 2024 年南京卷第 26 题图

题目分析: 本题中的“作垂线”“作正方形的边”都是条件简单的开放性任务。第(1)问要求作  $GH \perp EF$ , 学生需要通过几何直观感知正方形的垂直特征, 用创新意识突破“作垂线”的常规方法, 探索“利用正方形边的平行性构造全等三角形”或“以  $EF$  为直径作圆找交点”等多种作图路径(如图 9); 第(2)问要求过点  $P$  作正方形的边, 并非简单考查尺规作图的操作技能, 而是需要学生以抽象能力重构四点位置关系, 自主组合基础操作, 设计出不同的作图方案。

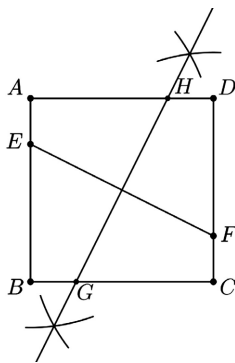


Figure 9. Schematic diagram of the perpendicular line of  $EF$   
图 9. 作  $EF$  垂线示意图

思维特征分析: 题目中多解法的要求, 能够帮助学生在尝试不同解法的过程中打破单一构图思维, 体会不同思维层次所对应的不同解题角度, 有研究者已经归纳出基于“十字形”模型、旋转变换或量化比例分析等多种解题路径[10], 这些方法对应着学生在解题时不同的思考过程与素养表现。

从几何直观与模型观念的素养维度来看, 学生在解决例 4 时, 需要突破单一的“垂直作图”固化思维, 例如第(2)问中, 学生不能仅考虑点  $P$ , 而是需要重构  $P, Q, R, S$  四点在正方形四边上的位置关系, 通过构造三角形或旋转变换来确定目标直线, 这一过程本质上是抽象的位置关系转化为熟悉的模型,

从而有效提高模型联想的能力; 或从思维发散性与灵活性的角度来看, 例 4 的设计可以帮助学生做到从直接作图到分析构图的思维转变, 充分锻炼了学生解题思维的发散性、灵活性与创造性, 真正体现了创新思维在几何解题中的价值。

解题难点分析: 作为省会城市, 南京市的尺规作图题目在难度与思维深度上更具代表性, 对学生创新思维的要求也更为突出。创新思维的难点在于学生从依赖常规模型到主动创新构图的思维转化过程, 这在例 4 中得到体现, 多数学生仅能掌握一种基础构图方法, 且往往会被题目中直观观察到的  $PR$  与  $QS$  不垂直的条件所干扰, 陷入点、线位置都不确定的困境, 面对未知图形的构造任务无从下手, 也暴露出学生在发散思维与综合推理上的局限性[11]。这种从单一到多元思维的转化, 正是创新设计思维培养中需要重点解决的问题, 教师可以通过引导学生进行针对性的解题训练, 帮助打破思维定式, 构建开放的创新解题视角。

### 3. 研究结论与启示

#### 3.1. 尺规作图解题难点需从操作与素养层面系统突破

从操作层面来看, 尺规作图题型的解题难点主要体现为基础技能的不足与复杂任务的拆解能力薄弱, 容易出现作图痕迹不规范、步骤逻辑混乱等问题。例如在多步骤综合作图题中, 学生常出现步骤顺序颠倒、关键环节缺失等问题, 影响作图的完整性与严谨性。从素养层面来看, 解题中学生的思维难点主要集中在对核心素养的应用能力不够, 从而导致基础操作与素养的融合不足。例如学生通常会因为几何直观能力不足而无法提取题干中的隐含条件, 或因抽象能力欠缺无法将作图步骤转化为几何原理, 导致无法形成完整的思维链。

出现这些难点的深层原因在于思维定式的局限, 学生长期依赖正向操作的模式, 遇到需要创新或逆向思考的问题时就容易卡壳, 也缺乏系统规划复杂任务的意识, 导致面对多步骤问题时无从下手, 因此教师应当针对不同思维类型设计合适的思维提升训练活动, 以帮助学生优化解题的方法。

#### 3.2. 尺规作图教学可针对四类思维类型设计活动

想要实现作图教学中基础技能训练与核心素养培育的融合, 教师在日常教学中, 应结合不同解题思维类型的特征设计教学活动, 适时增加学生练习的机会, 让学生能够在操作过程中理解尺规作图的基本概念和原理, 体会其中蕴含的数学思想和方法, 积累作图经验, 进而适应中考题型灵活多变的新趋势[12]。

针对直观分析型思维方式, 可以开展“图形条件识别”的训练活动, 教师给出作图题题干后, 要求学生先不使用作图工具, 只在图中标出已知条件或数量关系, 以此强化几何直观素养, 帮助学生养成精读题干和规范留痕的好习惯; 针对分步拆解型, 可以通过设计任务清单来强化复杂任务拆解训练, 教师引导学生以清单形式梳理出需要完成的子任务, 确定每一步操作的先后顺序, 提升学生规划复杂任务的能力; 针对逆向推导型, 可以强化由作图步骤反推几何原理的练习, 教师向学生呈现一套完整的作图过程, 学生反推该操作能够得到什么结论, 帮助学生理解每一步作图步骤背后的几何原理; 针对创新设计型, 可以组织一题多解或变式探究任务, 教师组织学生小组交流, 收集学生对于同一道题的不同构图思路, 或对已完成的作图进行拓展, 改变图形条件后让学生重新作图, 探索不同情境下的作图方法, 进一步丰富基本活动经验, 提升学生多角度思考和解决问题的能力。

除此之外, 也要建立反思机制, 引导学生养成严谨作图、规范作答的解题习惯, 在遇到错误时反思思维过程, 明确问题, 从而针对性地改正误区。学生通过动手与动脑的结合, 能够在实践中锻炼推理能力与解决实际问题的能力, 让尺规作图真正成为培育学生核心素养的重要载体。

## 基金项目

太原师范学院 2026 年度教学改革项目“高观点与强实践导向下初等几何研究课程的教学研究”(JGLX26076)。

## 参考文献

- [1] 刘春书. 尺规作图的回归: 为何, 何为[J]. 数学通报, 2023, 62(6): 14-18.
- [2] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022 年版) [S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [3] 金鹏, 孙凯. 立足基本作图发展思维能力——以尺规作图专题课的教学为例[J]. 中学数学月刊, 2026(4): 23-25.
- [4] 纪定春, 周思波. 范希尔理论下的几何思维困境及其教学突破[J]. 教学与管理, 2020(33): 101-104.
- [5] 鲍建生, 周超. 数学学习的心理基础与过程[M]. 上海: 上海教育出版社, 2009.
- [6] 白胜南, 王烨晖, 史宁中, 等. 除法运算试题编制与思维特征分析的协同研究——以“商的变化规律”为例[J]. 考试研究, 2025, 21(6): 61-70.
- [7] 王红兵. 针对初中毕业阶段学生范希尔几何思维水平的调查及其分析[J]. 数学教育学报, 2018, 27(3): 52-56.
- [8] 黄兴丰, 顾圆圆, 顾婷, 等. 7-9 年级学生几何思维水平的发展——来自苏南 C 市的调查[J]. 数学通报, 2013, 52(6): 13-17.
- [9] 黄兴丰, 裔晶晶, 孙庆庆, 等. 高三学生空间几何思维水平发展的调查研究[J]. 数学教育学报, 2016, 25(2): 75-79.
- [10] 郭源源. 尺规作特殊图形的构图思路探析: 从 2024 年中考江苏南京卷第 26 题谈起[J]. 中国数学教育(初中版), 2025(1): 53-56, 64.
- [11] 姜鹏. 弱化强化量化——从 2024 年南京中考数学尺规作图题谈起[J]. 中学数学月刊, 2025(3): 71-73.
- [12] 陶家友. 关联调用核心知识理性构建基本图形——一道尺规作图题的解法探究赏析及教学价值导向[J]. 数学通报, 2022, 61(3): 41-46.