

《凸优化》课程思政教学案例设计与改革构想

张雅婧^{1*}, 黄 鸣^{1*}, 宋洪凯¹, 晁晓丹¹, 杨婆婆^{2#}

¹大连海事大学理学院, 辽宁 大连

²大连医科大学附属第一医院, 辽宁 大连

收稿日期: 2026年8月30日; 录用日期: 2026年10月13日; 发布日期: 2026年10月23日

摘 要

课程思政是当今高等教育领域盛行的教学理念, 其核心目的在于将思想政治教育元素有机融入各类课程之中, 实现全员、全程、全课程的育人格局, 形成协同效应, 最终落实“立德树人”的根本任务。为了更好地将专业课程与课程思政相结合, 本文以大连海事大学研究生课程“凸优化”的教学内容为基础, 从课程思政的研究背景、在研究生课程中进行课程思政建设的必要性、“凸优化”的课程介绍等方面出发, 系统探究了如何在凸优化课程教学过程中巧妙引入“立德树人”教育理念和思政元素。本文设计了五个具有代表性的课程思政教学案例, 涵盖凸函数的扩展值延伸、凸函数的判定方法、线性规划、Lagrange对偶问题以及强弱对偶定理等核心教学内容, 深度挖掘其中蕴含的哲学思想与育人价值。研究表明, 将数学专业课程的严谨性与思想政治教育的人文性有机融合, 不仅能够提升学生的专业素养, 更能培养学生的家国情怀、创新精神与责任担当意识, 为培养德才兼备的高素质海事人才提供有益借鉴。

关键词

凸优化, 课程思政, 立德树人, 课程改革

Design of Teaching Cases and Reform Conception for Curriculum-Based Ideological and Political Education in “Convex Optimization”

Yajing Zhang^{1*}, Ming Huang^{1*}, Hongkai Song¹, Xiaodan Chao¹, Suosuo Yang^{2#}

¹College of Science, Dalian Maritime University, Dalian Liaoning

²The First Affiliated Hospital of Dalian Medical University, Dalian Liaoning

Received: August 30, 2026; accepted: October 13, 2026; published: October 23, 2026

*共同第一作者。

#通讯作者。

文章引用: 张雅婧, 黄鸣, 宋洪凯, 晁晓丹, 杨婆婆. 《凸优化》课程思政教学案例设计与改革构想[J]. 创新教育研究, 2026, 14(10): 412-423. DOI: 10.12677/ces.2026.1410805

Abstract

Curriculum-based ideological and political education is a prevailing teaching concept in today's higher education field. Its core objective is to organically integrate ideological and political education elements into various courses, achieve an all-staff, all-process, and all-course education pattern, form a synergy effect, and ultimately fulfill the fundamental task of "cultivating virtue and nurturing talent". In order to better integrate professional courses with ideological and political education in courses, based on the teaching content of the postgraduate course "Convex Optimization" of Dalian Maritime University, this paper starts from aspects such as the research background of ideological and political education in courses, the necessity of conducting ideological and political education in postgraduate courses, and the introduction of the "Convex Optimization" course. This paper systematically explored how to ingeniously introduce the educational concept of "moral education and talent cultivation" and ideological and political elements into the teaching process of convex optimization courses. This paper designs five representative teaching cases of ideological and political education in courses, covering core teaching contents such as the extension of the extended value of convex functions, the determination methods of convex functions, linear programming, the Lagrange duality problem, and the strong and weak duality theorem, and deeply explores the philosophical ideas and educational values contained therein. Research shows that organically integrating the rigor of mathematics professional courses with the humanistic nature of ideological and political education can not only enhance students' professional qualities, but also cultivate their sense of patriotism, innovative spirit and sense of responsibility, providing a useful reference for cultivating high-quality maritime talents with both moral integrity and professional competence.

Keywords

Convex Optimization, Curriculum-Based Ideological and Political Education, Cultivate Virtue and Nurture Talent, Curriculum Reform

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

2020年,教育部印发的《高等学校课程思政建设指导纲要》指出:“全面推进课程思政建设是落实立德树人根本任务的战略举措。落实立德树人根本任务,必须将价值塑造、知识传授和能力培养三者融为一体、不可分割。”这一纲领性文件的颁布,标志着课程思政从分散的实践探索上升为国家层面的制度设计,为各高校、各学科开展课程思政建设提供了明确的方向指引和基本遵循。《高等学校课程思政建设指导纲要》还明确指出:“对于理学类专业课程,要在课程教学中把马克思主义立场观点方法的教育与科学精神的培养结合起来,提高学生正确认识问题、分析问题和解决问题的能力”[1]。

随着时代的不断进步和科技的不断发展,高等教育面临着前所未有的机遇与挑战。在知识更新速度日益加快、学科交叉融合不断深化的背景下,高等学校理学类专业的教学改革也势在必行。教育部的要求不仅是对理学类专业课程思政建设的具体指导,也是对理学类人才培养目标的进一步明确。这就要求理学院教师不仅要向学生传授扎实的专业知识,还需要注重提升学生的综合能力水平,使学生具有较强的分析问题和解决问题的能力,更重要的是要引导学生树立正确的世界观、人生观和价值观,培养学生

的科学精神、创新意识和社会责任感。

我国各高校承担着“为国育才”的重要使命,善用“大思政课”,统筹挖掘思政教育资源,汇聚育人合力,构建全员、全程、全方位的育人大格局,是推动高校思政教育内涵式发展的有效路径,也是引导学生坚定理想信念、成长为担当民族复兴重任的时代新人的关键之举。在这一宏大背景下,如何将课程思政理念与数学类专业课程深度融合,成为广大数学教育工作者面临的重要课题。

近年来,大连海事大学在课程思政建设方面进行了卓有成效的探索与实践。学校坚持政策引领,通过机制、路径、标准、能力、资源“五环联动”协同推进课程思政建设,实现思政工作贯穿于教育教学全过程。学校凝练了具有海事特色的“三色”课程思政理念——将“红、蓝、绿”三色基因(红色血脉、蓝色文化、绿色科技)充分融入课程思政内容体系,固化为学校的课程思政特色。其中,“红色血脉”代表理想信念教育和爱国主义教育,传承学校“爱国为根”的优良传统;“蓝色文化”代表海洋意识教育、航运文化教育和行业特色教育;“绿色科技”代表可持续发展理念、创新精神和社会责任教育。“三色”理念的提出,将海事特色与思政教育有机融合,使课程思政从抽象的概念转化为可感可知、可教可学的具体实践。学校还牵头成立了航海类高校课程思政联盟、大连市课程思政教师发展联盟,打造跨校、跨区域的高校课程思政建设共同体,充分发挥了行业特色高校在课程思政建设中的示范引领作用。这些探索为各学科专业课程开展课程思政建设提供了坚实的制度保障、丰富的资源支持和良好的实践氛围。

数学是一切自然科学的基础,大学生和研究生最先学习的课程就是数学。将课程思政与数学类课程相融合,对于“培养什么人、为谁培养人、如何培养人”这些根本问题的解决,具有非常重要的作用。数学类课程因其高度的抽象性、逻辑性和普适性,在培养学生理性思维、科学精神和创新能力方面具有不可替代的优势。数学不仅是科学研究的工具,更是一种思维方式和世界观,这与思想政治教育所追求的价值引领具有深刻的内在联系。

然而,数学类课程因其高度的抽象性、逻辑性和符号化特征,在课程思政建设中面临着独特的挑战。一方面,数学课程的内容往往以定义、定理、证明和算法为主,思政元素的自然融入需要教师具备较高的教学设计和思政素养,稍有不慎就会流于生硬和牵强;另一方面,部分教师对课程思政的理解尚停留在“贴标签”层面,将思政教育与专业教学机械拼凑,未能实现专业知识传授与价值引领的有机统一,导致思政教育效果不佳甚至适得其反。此外,数学类课程普遍存在课时紧张、内容繁重的现实困难,教师往往在完成知识传授方面已倍感压力,难以有余力精心设计思政融入环节。如何在不增加课时负担的前提下实现思政教育的有效融入,是数学类课程思政建设亟须破解的现实难题[2]-[5]。

凸优化作为数学学科运筹学与控制论方向的核心研究生课程,既具有深厚的数学理论底蕴,又具有广泛的实际应用价值。在凸优化课程中开展思政建设,具有多重意义。首先,凸优化课程面向研究生群体开设,研究生作为国家科技创新的生力军,其思想政治素养直接关系到国家未来科技事业的发展,加强研究生课程思政建设具有战略性意义。其次,凸优化课程内容涵盖凸集、凸函数、对偶理论等核心概念,这些概念本身就蕴含着丰富的哲学思想,如对立统一、量变质变、一般与特殊等,为思政元素的融入提供了天然的理论接口。再次,凸优化在交通运输、信号处理、机器学习、经济管理等领域的广泛应用,为结合行业特色开展思政教育提供了丰富的实践素材。

国内外研究现状与理论基础

国外相关研究主要围绕三条脉络展开。一是 STEM 教育研究,强调科学、技术、工程与数学教育中科学精神、工程伦理和社会责任的融合,主张通过真实问题解决培养学生的综合素养。二是价值观教育研究,关注价值观如何通过隐性课程、学科教学和校园文化实现渗透,强调价值观教育不能仅依靠专门课程,而应嵌入学科学习过程。三是高等数学教学法研究,关注数学抽象、逻辑推理、建模求解等思维

过程对学生理性精神和问题解决能力的塑造[6]-[8]。

国内关于课程思政的研究近年来迅速增加,已从政策解读、内涵阐释逐步走向学科化、案例化和实证化。在数学类课程中,已有研究主要集中于“高等数学”“线性代数”“概率论与数理统计”“最优化方法”等课程,探讨思政元素挖掘、教学案例设计和实施路径。但总体来看,现有研究仍存在三方面不足:其一,对数学类研究生课程思政的特殊性关注不足;其二,思政元素与数学知识点的结合有时偏于外部附加,尚未充分从数学思维方式本身提炼育人价值;其三,教学效果评估多以经验总结为主,缺乏质性研究与量化研究相结合的实证支撑[9][10]。

基于此,本文构建“政策引领-学科特色-数学思维-价值塑造”四维分析框架:政策引领回答“为何做”,学科特色回答“从何处切入”,数学思维回答“如何自然融入”,价值塑造回答“达到什么效果”。该框架试图为数学类研究生课程思政教学设计提供更具解释力和操作性的学理依据。

本文当前主要完成基于课程核心知识点的课程思政教学设计与案例开发工作,尚未开展完整的教学实践与效果测评。后续教学实施中将采用量化-质性混合评价方案开展教学效果评估:量化层面设计课前-课后配对调查问卷,围绕专业知识掌握程度、课程学习兴趣、科学精神认同、家国情怀、责任担当等维度设置量表题项,对比教学干预前后学生认知与态度变化;质性层面采用半结构化焦点小组访谈,收集研究生对思政案例接受度、课堂融入感受、学习获得感的一手反馈,实现对课程思政育人成效的多维度研判。

2. “凸优化”课程教学融入思政元素的必要性

2.1. 凸优化的发展历程

凸优化这门课程的理论渊源可追溯至 1906 年,凸函数的概念由当时丹麦数学家琴生(Jensen)首次提出,并给出了著名的 Jensen 不等式,这为凸优化理论的建立奠定了重要基础[11]。Jensen 的贡献不仅在于提出了凸函数的精确定义,更重要的是他揭示了凸函数所具有的一系列优美性质,使得这一概念在后续的数学发展中产生了深远影响。20 世纪 50 年代,运筹学的蓬勃发展推动了凸优化的深入研究,尤其是在解决大规模实际问题时,凸优化作为一种特殊的优化问题得到了广泛关注。以 Dantzig 提出单纯形法为标志,线性规划成为最早被系统研究的凸优化问题,并在军事、经济等领域迅速得到应用。此后,Kuhn-Tucker 条件的提出为非线性规划和对偶理论的发展奠定了理论基础。

随着数学和计算机科学的迅猛发展,凸优化在多个领域找到了广泛应用,包括经济学、工程学、机器学习、信号处理、自动控制、金融工程等。在这些领域中,凸函数的良好性质——如局部最优即全局最优、对偶理论、分离定理等——使得优化问题的求解变得更加简单和高效。特别是进入 21 世纪以来,随着大数据和人工智能的兴起,凸优化作为机器学习的核心数学工具之一,迎来了前所未有的发展机遇。从支持向量机到深度学习的优化算法,从压缩感知到矩阵填充,凸优化的理论与方法正在深刻改变着科学研究和工程实践的面貌。

凸优化的发展历程本身就是一部生动的科学史教材。从 Jensen 的开创性工作,到 20 世纪中期运筹学兴起时的理论突破,再到 21 世纪机器学习时代凸优化的复兴,这一历程充分体现了科学发展的连续性与创新性,展现了数学理论从抽象到应用、从经典到现代的演进逻辑。教师在讲授凸优化的发展历史时,可以引导学生了解数学家们追求真理、勇于创新的科学精神,学习他们坚持不懈、严谨求实的治学态度,这与大连海事大学“坚定、严谨、勤奋、开拓”的海大精神高度契合。同时,我国学者在凸优化领域也做出了重要贡献,如越民义、韩继业等老一辈优化专家的工作,为中国优化理论的发展奠定了坚实基础,这些都可以作为思政教育的生动素材。

2.2. 课程的核心内容与教学目标

凸优化课程的理论性及应用性极强, 学生在学习的过程中首先要了解凸分析的发展历程, 掌握一些预备知识, 例如: 超平面、半空间、仿射变换、锥、凸集的分离定理等。这些预备知识是理解后续内容的数学基础, 需要学生扎实掌握。

其次是要掌握凸集、凸函数、凸优化问题、对偶理论等重要内容并且能够熟练应用。具体而言, 课程的核心内容包括: (1) 凸集的定义、性质与运算, 凸锥、极值点、多面体等概念; (2) 凸函数的定义、判定方法、保凸运算及其性质; (3) 凸优化问题的标准形式与分类, 包括线性规划、二次规划、半定规划等; (4) Lagrange 对偶理论, 包括对偶函数的构造、对偶问题的形式、强弱对偶定理及其条件; (5) KKT 最优性条件; (6) 若干经典凸优化算法, 如梯度下降法、牛顿法、内点法等。

在专业能力培养方面, 本课程旨在使学生充分掌握凸分析的基础知识及专业理论, 培养学生利用这些知识解决实际问题的能力, 提升认识问题、分析问题、解决问题的核心专业素养, 为学生今后的学术研究和职业发展奠定坚实的理论基础。具体而言, 学生应具备以下能力: (1) 能够准确判断一个集合是否为凸集、一个函数是否为凸函数; (2) 能够将实际问题建模为凸优化问题; (3) 能够构造给定优化问题的对偶问题; (4) 能够选择合适的算法求解凸优化问题; (5) 能够将凸优化的理论方法应用于本专业领域的具体问题。

在思想品德培养方面, 对于科学家热爱科研、坚持不懈的精神, 所有学生都应该致敬并且学习, 要从所学知识及算法中挖掘其蕴含的哲学思想, 努力做一个不断进取、不断探索的研究生。教师应引导学生在学习凸优化的过程中, 感受数学的简洁美、对称美和统一美, 体会理性思维的力量, 培养严谨求实的科学态度和勇于创新的探索精神。

2.3. 凸优化课程思政建设的特殊意义

凸优化作为运筹学与控制论方向的核心课程, 在研究生培养体系中具有承上启下的关键地位。该课程的理论方法广泛应用于经济学、工程学、机器学习、信号处理、交通运输等众多领域, 尤其与大连海事大学的航运、海洋、交通等特色学科有着密切的关联。在凸优化课程中融入思政元素, 不仅能够帮助学生更好地掌握专业知识和研究方法, 还能引导学生理解数学理论背后的哲学思想, 培养学生用辩证唯物主义观点认识世界、分析问题的能力。

从大连海事大学的办学特色出发, 凸优化课程思政建设还具有特殊的行业意义。学校致力于培养“具有家国情怀、全球视野、综合素养、创新能力的高素质专门人才”。海事领域的诸多实际问题——如航线优化、资源配置、信号处理、路径规划、港口调度等——都可以抽象为凸优化问题。在讲授这些应用案例时, 教师可以自然而然地融入海洋强国建设、交通强国战略等思政主题, 激发学生的专业认同感和使命感。因此, 凸优化课程思政建设不仅是落实立德树人根本任务的要求, 也是培养高素质海事人才的内在需要。

从数学学科自身的特点来看, 凸优化课程具有高度的逻辑性、抽象性和系统性, 这为思政教育提供了独特的机会。数学理论中的每一个概念、每一条定理都经过了严格的推导和验证, 体现了人类理性思维的最高成就。在学习这些内容的过程中, 学生不仅掌握了知识, 更潜移默化地培养了严谨求实的科学态度、锲而不舍的钻研精神和辩证统一的思维方式。这些都是思想政治教育所追求的重要目标。

2.4. 课程与大连海事大学学科特色的关联

大连海事大学数学学科涵盖基础数学、应用数学、计算数学、运筹学与控制论四个二级学科方向, 其中应用数学为辽宁省重点(培育)学科和优势特色学科。数学学科下设“优化方法及其应用”等研究方向,

在非线性优化、组合优化、最优控制等方面形成了较为稳定的研究团队和特色方向。凸优化课程作为运筹学与控制论方向的核心课程,与学校的学科布局和人才培养目标高度一致。

更重要的是,凸优化的理论和方法与大连海事大学的涉海学科有着天然的联系。交通运输工程是学校的国家“双一流”建设学科,在交通运输领域,凸优化被广泛应用于交通流优化、路径规划、资源配置、智能交通系统等问题;在船舶与海洋工程领域,凸优化可用于船体设计优化、航线规划、海上搜救路径优化、海洋资源勘探数据处理等;在通信与信息技术领域,凸优化是机器学习、压缩感知、信号恢复、无线通信资源分配等方向的重要数学工具;在控制科学与工程领域,凸优化被广泛应用于最优控制、鲁棒控制、模型预测控制等方向。因此,凸优化课程不仅是数学学科研究生的核心课程,也为全校涉海学科的研究生提供了重要的方法论支撑。在课程教学中结合海事应用背景讲授凸优化理论,能够有效激发学生的学习兴趣,增强课程的针对性和实效性,使学生深切感受到数学理论与实际应用之间的紧密联系。

3. “凸优化”课程思政案例设计与思政元素挖掘

在“凸优化”课程教学过程中,笔者以教学案例设计为载体,深度挖掘并巧妙融入“立德树人”这一教育理念与思政元素,对如何将二者有机结合于课堂教学之中进行了积极的探索与研究,从而实现知识传授与价值引领的有机统一。以下五个教学案例覆盖了凸优化课程的核心教学内容,每个案例均从专业知识出发,结合大连海事大学的校训精神、海大文化和“三色”育人理念,系统挖掘其中蕴含的思政元素,力求实现“如盐入水、润物无声”的思政教育效果。

本文案例设计遵循“数学思维育人优先、思政元素自然融入”的原则。即先从数学概念、定理和算法中提炼抽象、逻辑、系统、优化、条件等思维品质,再与科学精神、创新意识、规则意识、辩证思维和责任担当等价值目标对接,避免简单“贴标签”和机械拼凑,力求实现“如盐入水、润物无声”的育人效果。

案例一:凸函数的扩展值延伸——创新思维与突破精神

专业知识内容:

凸函数的扩展值延伸是指将凸函数在定义域外的值定义为无穷大,从而将这个凸函数延伸至全空间 R^n 。具体定义如下:

$$\tilde{f}(x) = \begin{cases} f(x) & x \in \text{dom } f \\ \infty & x \notin \text{dom } f \end{cases}$$

其中, f 是凸函数, $\tilde{f}$ 是其扩展值延伸。

通过扩展值延伸,我们可以将凸函数定义在所有 R^n 上,而不需要每次使用函数时去明确其定义域;并且扩展值延伸后的函数 $\tilde{f}$ 仍然是凸函数,即保持凸性。这一看似简单的操作,实则具有深刻的理论意义和实用价值。它使得许多关于凸函数的定理和算法可以在统一的框架下表述,无需针对不同的定义域分别讨论,大大简化了理论分析和算法设计的复杂度。在优化算法的收敛性分析中,扩展值延伸更是不可或缺的工具,它使得算法可以从任意初始点出发,而无需要求初始点落在可行域内部。

思政元素挖掘:

(1) 创新思维的培养。扩展值延伸是一种创新的数学概念,它将函数的定义域从有限扩展到无限,这种“突破边界”的思维方式可以启发学生在其他领域也敢于突破传统、勇于创新。历史上许多重大的科学突破都源于对既有框架的超越——非欧几何突破了欧氏几何的束缚,量子力学突破了经典力学的局限。大连海事大学“学汇百川”的校训本身就蕴含着开放包容、广纳百川的创新精神。在航运与海洋领域,许多重大突破都源于对传统思维框架的突破——从帆船到蒸汽机船、从传统航海到智能船舶、从近海运输到深海探索,无一不是创新思维的结晶。教师在讲授这一概念时,可以引导学生思考,在学术研究和

实际工作中, 如何突破既有框架的束缚, 以创新的视角审视和解决问题。

(2) 简化问题的智慧。通过扩展值延伸, 可以简化许多复杂的数学问题, 使问题更容易处理。这种“化繁为简”的方法论不仅适用于数学研究, 也适用于人生的各个方面。在面临复杂问题时, 要善于寻找恰当的视角和方法将其简化, 从而更高效地找到解决方案。这体现了“大道至简”的哲学智慧, 也契合海大“严谨、勤奋”的精神品质——在严谨的学术训练中追求简洁优雅的解决方案。教师可以引导学生思考, 在我们的日常生活中, 是否有类似的情况——通过换个角度或改变定义方式, 让原本棘手的问题变得简单易解。

(3) 本质不变的哲理。扩展值延伸后的函数仍然保持凸性, 即函数的核心性质并未因形式的变化而改变。这启示学生: 在追求形式创新和表达多样化的同时, 要始终保持对事物本质的把握。无论外在形式如何变化, 内在的本质和规律才是真正重要的。这一思想与辩证唯物主义中“现象与本质”的范畴相呼应, 有助于培养学生的哲学思辨能力。在数学中, 一个凸函数无论其定义域如何延伸, 其凸性不变; 在生活中, 一个人无论外在环境如何变化, 其内在的品德和信念应当保持恒定。

(4) 数学思维育人价值。扩展值延伸通过重新定义函数在定义域外的取值, 使凸函数能够在全空间上统一表述。这一过程体现了数学中的“一般化”和“统一化”思维: 通过扩展概念边界, 将局部问题纳入全局框架。它启示学生, 面对复杂问题时, 应善于从特殊到一般、从局部到整体进行抽象概括, 培养突破原有框架、追求统一简洁的数学思维品质。这种思维训练直接指向科学创新中的一般化能力和理论建构能力。

案例二: 凸函数的判定方法——多角度思维与批判性精神

专业知识内容:

凸函数的判定方法有以下四种主要途径(假设 $f(x)$ 的定义域是凸集)

方法 1 (定义法): 对于任意 $x, y \in \text{dom} f$ 和任意 $0 \leq \theta \leq 1$, 有

$$f(\theta x + (1-\theta)y) \leq \theta f(x) + (1-\theta)f(y).$$

这一定义直接刻画了凸函数的几何直观——函数图像上任意两点的连线位于函数图像的上方。

方法 2 (一阶条件): 假设 f 可微(即其梯度在开集 $\text{dom} f$ 内处处存在), 则函数 f 是凸函数的充要条件是, $\text{dom} f$ 是凸集且对于任意 $x, y \in \text{dom} f$, 下式成立

$$f(y) \geq f(x) + \nabla f(x)^T (y - x)$$

一阶条件的几何解释是, 凸函数在某点的切线(或切平面)始终位于函数图像的下方, 即凸函数是“向上弯曲”的。

方法 3 (二阶条件): 假设函数 f 二阶可微, 即对于开集 $\text{dom} f$ 内的任意一点, 它的 Hessian 矩阵或者二阶导数 $\nabla^2 f$ 存在, 则函数 f 是凸函数的充要条件是, 其 Hessian 矩阵是半正定阵: 即对于所有的 $x \in \text{dom} f$, 有

$$\nabla^2 f \succeq 0.$$

二阶条件将凸性与函数的局部曲率联系起来, 使得凸性的判定转化为矩阵半正定性的检验。

方法 4 (上镜图法): 一个函数是凸函数, 当且仅当其上镜图是凸集。上镜图定义为

$\text{epi} f = \{(x, t) \in \mathbb{R}^{n+1} \mid f(x) \leq t\}$ 。这一方法建立了函数凸性与集合凸性之间的深刻联系, 体现了数学中不同概念之间的统一性。

思政元素挖掘:

(1) 多角度思维的培养。同一个数学对象——凸函数, 可以通过定义、一阶条件、二阶条件和上镜图四种完全不同的角度来判定。每种方法各有其适用范围和优势: 定义法最为基础, 适用于任何凸函数的判定; 一阶条件便于几何解释, 适合可微函数的分析; 二阶条件适合二阶可微函数的判定, 通过 Hessian

矩阵的半正定性来检验；上镜图法则建立了函数与集合之间的深刻联系，体现了数学的统一美。这清晰地展示出从不同角度思考问题能带来截然不同的认知和理解——有的角度直观、有的角度深刻、有的角度便于计算、有的角度便于理论分析。这与思政教育中倡导的批判性思维和多元视角高度契合，要激励学生勇于质疑既定结论，大胆探索不同的可能性，不拘泥于一种方法、一个视角。

(2) 追求真理的严谨态度。四种判定方法殊途同归，都指向同一个真理——函数是否为凸。这种“多路径验证”的思维方式在科学研究中至关重要——一个结论若能通过多种独立的方法予以验证，其可靠性就大大增强。在追求真理的道路上，不满足于表面的浅尝辄止，而是深入挖掘，通过多种途径去验证与思考，以此培养严谨的治学态度和独立思考的能力。这与海大精神中“坚定、严谨”的内涵高度一致——海大人像船钟一样严谨求真、严谨求实、严谨求是。教师可以引导学生思考：在你的研究中，是否也可以通过多种方法来验证你的结论。

(3) 理论联系实际的意识。在实际应用中，根据不同的问题情境选择恰当的判定方法，是一种重要的能力。有时定义法最直接，有时一阶条件最方便，有时二阶条件最适用，有时上镜图法最具启发性。这启发学生在学习和工作中要善于根据具体情况选择最优的解决方案，培养灵活应变的能力和理论联系实际的意识。这也提醒学生：掌握多种方法不是为了炫耀，而是为了在需要的时候能够灵活运用。

(4) 数学思维育人价值。四种判定方法从定义、一阶条件、二阶条件和上镜图等不同角度刻画同一数学对象，体现了数学中“等价刻画”和“多路径验证”的思维特征。它训练学生理解：同一真理可以通过不同逻辑路径抵达，不同方法之间具有内在统一性。这种多角度论证能力是科学严谨性和批判性思维的重要基础，有助于学生形成不满足于单一解释、主动寻求多重验证的求实态度。

案例三：线性规划——规则意识与量变质变规律

专业知识内容：

当目标函数和约束函数都是仿射时，问题称作线性规划(LP)。具体形式：

$$\begin{aligned} \min \quad & c^T x + d \\ \text{s.t.} \quad & Gx \leq h \\ & Ax = b \end{aligned}$$

其中 $G \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $A \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 。

线性规划的几何解释可见下图 1，线性规划的可行集是多面体 P (即有限个半空间的交集)，问题是在 P 上极小化仿射函数 $c^T x + d$ (或者等价地，极小化线性函数 $c^T x$)。可行集 P 是多面体，如阴影所示。目标函数 $c^T x$ 是线性的，其等位曲线是与 c 正交的超平面(如虚线所示)。最优解 x^* 是 P 中在方向 $-c$ 上最远的点，即目标函数沿方向 $-c$ 在可行域上的最大值点。线性规划是最早被系统研究的凸优化问题，其求解算法——单纯形法和内点法——分别是 20 世纪中期和末期优化领域的标志性成果。

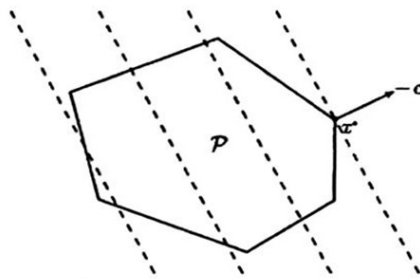


Figure 1. Geometric interpretation of linear programming
图 1. 线性规划的几何解释

思政元素挖掘:

(1) 规则意识与纪律观念。线性规划问题的求解是在给定的约束条件下进行的——没有可行域,再好的目标也无法实现;有可行域但可行域无界,也难以达到最优。这正如在我们现实生活中,人们的行为举止都受到各种规则和纪律的约束。正如中国人的老话“国有国法,家有家规”,只有自觉遵守规章制度,我们所生存的社会才能正常地运转,在此基础上,个人的发展才能达到最高。对于海事领域而言,规则意识尤为重要——航海安全、海洋环境保护、海上交通秩序、船舶航行规则等无不依赖于严格的规则和纪律。国际海事组织(IMO)制定的各类公约和规则,正是保障全球航运安全与海洋环境的“约束条件”。这与海大半军事管理的传统以及“同舟共济”的团队精神一脉相承。教师可以引导学生思考,为什么说“没有约束的自由不是真正的自由”?在科研中,学术规范和法律伦理是不可逾越的“约束条件”,只有在这个前提下,创新的“目标函数”才能达到最优。

(2) 量变引起质变的哲学思想。线性规划的求解往往是一个逐步迭代的过程,通过不断调整变量的取值,使目标函数的值逐渐向最优解靠近。无论是单纯形法的顶点转移,还是内点法的迭代寻优,都体现了从初始解到最优解的渐进过程。这体现了量变引起质变的哲学思想——在学习、生活和工作中,要注意积累和持续努力,通过量的积累最终实现质的飞跃,达成目标。正如海大精神中的“勤奋”——像船桨一样脚踏实地、努力工作、无私奉献。每一次迭代看似只是微小的改进,但累积起来最终能将目标函数推向最优。这与古人“不积跬步,无以至千里”的智慧一脉相承。教师可以结合自身科研经历,讲述在研究过程中如何通过持续的小步改进最终解决关键难题的故事。

(3) 目标导向与路径优化。线性规划的目标函数代表了优化的方向,而约束条件则划定了可行的范围。这启示学生:在确立人生目标时,既要有远大的理想和明确的方向(目标函数),也要充分认识到现实条件的约束(约束条件),在约束范围内寻找最优的发展路径。过于理想化的目标脱离了现实约束,就如同线性规划没有可行解;而缺乏明确的目标,则如同优化没有目标函数。对于海大学子而言,这意味着要在服务交通强国、海洋强国建设的宏大目标下,立足自身专业特长,脚踏实地地实现个人价值与社会价值的统一。

(4) 数学思维育人价值。线性规划是在约束条件下寻找目标函数最优解的典型问题,体现了“目标-约束-可行域-最优解”的系统优化思维。它要求学生同时关注目标方向与可行边界,在规则框架内进行最优决策。这种思维可自然迁移到工程伦理、学术规范和社会责任教育中:没有约束的“最优”不可持续,只有在合理规则和可行边界内追求最优,才能实现个人发展与社会价值的统一。

案例四: Lagrange 对偶问题——对立统一与多元路径

专业知识内容:

考虑如下优化问题(原问题):

$$\begin{aligned} \min & f_0(x) \\ \text{s.t. } & f_i(x) \leq 0, i=1, \dots, m \\ & h_i(x) = 0, i=1, \dots, p \end{aligned}$$

其 Lagrange 对偶问题为:

$$\begin{aligned} \max & g(\lambda, v) \\ \text{s.t. } & \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

其中 $g(\lambda, v) = \inf_{x \in D} L(x, \lambda, v)$ 是对偶函数, $L(x, \lambda, v) = f_0(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i f_i(x) + \sum_{i=1}^p v_i h_i(x)$ 是 Lagrange 函数。

Lagrange 对偶理论是凸优化中最优美、最深刻的理论之一。其核心思想是, 将原约束优化问题转化为一个无约束或简单约束的对偶问题, 通过对偶问题来获取原问题的信息。对偶函数 $g(\lambda, v)$ 是 Lagrange 函数关于 x 的下确界, 它具有一个关键性质——无论原问题是否为凸, 对偶函数总是凹函数, 因此对偶问题总是一个凸优化问题(最大化凹函数)。这一性质使得对偶方法在非凸优化中同样适用, 展现了其强大的普适性。

思政元素挖掘:

(1) 对立统一的辩证思想。对偶问题和原问题之间存在着深刻的对立统一关系——它们相互依存、相互制约, 又在一定条件下相互转化。原问题关注的是在约束条件下极小化目标函数, 而对偶问题关注的是在约束条件下极大化对偶函数。两者看似方向相反(一个极小化、一个极大化), 实则指向同一个优化目标。这种“你中有我、我中有你”的关系, 正是辩证唯物主义中对立统一规律的生动体现。原问题和对偶问题可以相互转化且结果一致(在强对偶条件下), 这就要求我们在实际生活中要用辩证的眼光看待问题, 感知事物的多面性和复杂性, 认识到看似对立的事物之间可能存在着深刻的统一性。正如海大传统中的“同舟共济”——休戚相关、患难与共, 体现风雨同舟的团结精神。教师可以引导学生思考: 在日常生活和学术研究中, 是否也遇到过类似“对立统一”的现象? 竞争与合作、自由与纪律、理论与实践, 这些看似对立的概念是否也存在着统一的根基?

(2) 实现理想的多元路径。无论是原问题还是对偶问题, 其最终目的都是寻找问题的最优解。这表明实现理想的途径有很多——条条大路通罗马。当原问题难以直接求解时, 我们可以尝试求解其对偶问题; 当从正面看问题看不清时, 不妨从反面看一看。不管选择哪条途径, 都要坚持不懈地追求下去。教师在讲述该知识点时要鼓励学生在自己的人生道路上, 首先要树立远大理想, 其次要为之不断奋斗, 提升自己的认知能力、优化自己的知识结构, 最后为实现个人价值与社会价值做出实际行动。在这个过程中要培养学生的理想信念和积极向上的人生态度。正如通往大海的河流有千条, 但最终都汇入海洋——“学汇百川”的校训精神正在于此。

(3) 全局观念与系统思维。对偶理论告诉我们, 从原问题的“正面”看问题和从对偶问题的“反面”看问题, 最终会汇聚于同一个答案。这启发学生要培养全局观念和系统思维, 在分析复杂问题时既要看到事物的正面, 也要看到事物的反面; 既要分析局部, 也要把握整体; 既要关注眼前, 也要放眼长远。对偶视角的转换本质上是一种思维方式的重构——从“如何直接求解”转变为“如何间接逼近”, 这种思维的灵活性是创新能力的核心要素。

(4) 数学思维育人价值。对偶理论的核心是视角转换: 将原问题转化为对偶问题, 从另一侧逼近同一最优目标。它体现了数学中的“对偶思维”和“间接求解”策略, 训练学生在复杂问题中切换视角、重构问题、寻找等价路径。这种思维不仅提升问题求解能力, 也有助于培养系统思维和辩证思维, 使学生理解正面与反面、直接与间接、局部与整体之间的相互联系。

案例五: 强弱对偶定理——一般性与特殊性的辩证关系

专业知识内容:

弱对偶性是指对于任意的原问题可行解 x 和对偶问题可行解 $(\lambda, v)(\lambda \geq 0)$, 对偶问题的目标函数值总是小于等于原问题的目标函数值。具体来说, 如果原问题的最优值为 p^* , 对偶问题的最优值为 d^* , 则有: $d^* \leq p^*$ 。

弱对偶性的证明只需利用 Lagrange 函数的定义, 对任意可行解 x 和 $(\lambda, v)(\lambda \geq 0)$, 有 $g(\lambda, v) \leq L(x, \lambda, v) \leq f_0(x)$, 从而对两边分别取最优值即得 $d^* \leq p^*$ 。弱对偶性之所以“弱”, 是因为它始终成立, 不依赖于任何额外条件——这是一种普适的、一般性的规律。

强对偶性是指在某些条件下(如 Slater 条件, 即存在严格可行点使得所有不等式约束严格成立), 原问

题和对偶问题的最优值相等, 即: $d^* = p^*$, 对偶间隙为 0。强对偶性的成立需要满足约束品性(constraint qualification)条件, 其中 Slater 条件是最常用的一个。当强对偶性成立时, 求解对偶问题就等价于求解原问题, 这为数值求解提供了极大的便利。

思政元素挖掘:

(1) 一般性与特殊性的辩证关系。弱对偶定理说明对偶问题的最优值是原问题最优值的下界, 这是一个普适的规律, 适用于所有优化问题(无论凸与非凸)。而强对偶性则只在特定条件(如 Slater 条件)下成立, 即原问题和对偶问题的最优值相等。这启示学生在分析问题, 既要看到一般性规律, 又要关注特殊条件下的特殊情况, 培养全面、深入的思考能力。这一思想与马克思主义哲学中“矛盾的普遍性与特殊性”原理高度契合——普遍性寓于特殊性之中, 特殊性中包含着普遍性。弱对偶是普遍规律, 永远成立; 强对偶是特殊情形, 需要条件保证。没有弱对偶这个“普遍性”的框架, 强对偶这个“特殊性”就失去了依托; 而强对偶这个“特殊性”的发现, 又深化了我们对优化问题“普遍性”的认识。教师可以结合具体例子, 说明条件在理论中的重要性, 引导学生理解“任何真理都是有条件的”这一认识论原理。

(2) 追求最优的坚定信念。强弱对偶定理告诉我们, 在一定的条件下, 我们完全可以通过求解对偶问题来获得原问题的最优解。这启示学生: 无论面对多么复杂的问题, 只要找到合适的条件和路径, 就一定能够找到最优的解决方案。要树立克服困难、追求卓越的信心和勇气。这与海大精神中“开拓”的内涵相呼应——像舵轮一样开拓进取、开拓向前、开拓发展。强对偶性的成立条件(如 Slater 条件)看似严苛, 但在许多实际问题中都是可以满足的——这告诉我们, 看似理想化的目标并非遥不可及, 只要具备了相应的条件, 理想就能变为现实。

(3) 理论条件与现实应用。强对偶性的成立需要满足一定的条件(如 Slater 条件), 这提醒学生在应用理论解决实际问题时, 必须认真审视理论成立的前提条件, 避免盲目套用。在科学研究中, 最常见的错误之一就是在不满足条件的情况下滥用理论。这种严谨求实的科学态度, 既是学术研究的基本要求, 也是为人处世的应有品格。同时, Slater 条件也告诉我们, 约束条件的“严格可行性”是实现强对偶性为零的关键——这可以引申为: 在追求理想的过程中, 不仅要关注目标, 还要确保实现路径的可行性和稳健性。

(4) 数学思维育人价值。弱对偶定理具有普遍性, 强对偶定理需要满足 Slater 条件等约束品性, 二者共同揭示了数学命题的“条件性”和“普适性”之间的张力。它训练学生形成条件意识: 任何结论都有其成立前提, 理论应用必须检验条件。这种严谨求实的思维习惯是科学精神的核心, 也是学术研究和工程实践中避免盲目套用的重要保障。

4. 结论与展望

“凸优化”课程主要以凸集、凸函数、凸优化问题、对偶理论为重点, 内容由浅入深、循序渐进, 既有严密的数学理论基础, 又有广泛的实际应用价值。在课程教学过程中, 将各章节的教学内容与思政元素深度融合, 引导学生从中汲取丰富的人生哲理和实用的做事方法, 同时充分彰显教师在思政教育中的关键引领作用, 是实现立德树人根本任务的有效途径。

本文从课程思政的时代背景、研究生课程思政建设的必要性、凸优化课程的教学内容出发, 设计了五个具有代表性的课程思政教学案例, 涵盖了凸函数的扩展值延伸、凸函数的判定方法、线性规划、Lagrange 对偶问题以及强弱对偶定理等核心知识点。每个案例都从专业知识出发, 深入挖掘其中蕴含的哲学思想和育人价值。

教学实践表明, 将凸优化的数学理论与思想政治教育有机融合, 能够帮助学生从更高的哲学层面理解数学概念和方法, 增强学习的深度和广度, 实现“1+1>2”的育人效果。同时, 思政元素的融入也使

课程更具温度和感染力, 有助于激发学生的学习兴趣和内在动力。

本研究完成了凸优化研究生课程思政的案例设计与理论层面教学改革构想, 但研究仍存在若干局限。第一, 本教学设计当前仅完成方案开发, 尚未开展多轮次课堂教学实践, 育人效果缺乏来自教学现场的实证数据支撑, 教学设计的实际课堂接受度、不同基础学生的学习获得感有待教学实践检验。第二, 案例开发主要面向本校运筹学方向研究生, 教学设计的适用边界受学生数学基础、研究生课程课时约束、教师课程思政教学设计能力影响, 直接复制到其他院校或本科层次教学中需要进行适配调整。第三, 本文思政挖掘主要围绕课程理论知识点展开, 针对凸优化算法编程实践、课程作业、课程考核环节的思政融入设计尚有不足。

针对上述局限, 后续将从三方面开展进一步研究。首先, 将本套教学设计落地到课堂教学, 采用量化问卷前后测结合焦点小组访谈的混合研究方法收集教学数据, 评估课程思政对学生专业学习、科学精神、价值认同的实际影响, 迭代优化案例, 实现理论设计与教学实践双向修正。其次, 面向不同层次、不同院校学生开展适配性改造, 探究高阶数学课程思政案例的迁移路径。最后, 拓展课程思政覆盖场景, 探索将思政元素融入课程作业、编程实践、过程性考核的实现路径, 完善全教学环节的课程思政体系, 为数学类研究生课程思政建设提供更多实践参考。

未来, 笔者将继续深化凸优化课程思政的教学改革, 进一步丰富和完善课程思政案例库, 探索更加多元化的思政融入方式, 加强与思政课教师和专业同行的交流与合作, 不断提升课程思政建设的质量和水平, 为培养德才兼备的高素质专门人才贡献力量。

基金项目

大连海事大学研究生教育教学改革项目: 研究生课程思政示范项目(YJG2024404); 大连海事大学校级本科教育教学改革研究项目(BJG-C2026134); 大连医科大学教学改革研究项目(DY LX25076)。

参考文献

- [1] 教育部关于印发《高等学校课程思政建设指导纲要》的通知[EB/OL]. https://www.gov.cn/zhengce/zhengceku/2020-06/06/content_5517606.htm, 2020-05-28.
- [2] 董小妹, 郭琼. “最优化方法”与思政融合教学设计探究[J]. 科教文汇, 2024(5): 58-61.
- [3] 吴飞, 赵俊芳, 廉海荣. “最优化方法”课程思政案例设计及其实现[J]. 中国地质教育, 2023, 32(1): 72-75.
- [4] 于艳辉, 李志华, 王晓敏. 研究生课程“最优化方法与理论”课程思政案例探讨[J]. 科教文汇, 2023(8): 127-130.
- [5] 胡淑珂. 大学数学专业基础课程思政的教学设计研究——以运筹与优化课程思政为例[C]//华教创新(北京)文化传媒有限公司, 中国环球文化出版社. 2022 教育教学现代化精准管理高峰论坛论文集. 驻马店: 黄淮学院, 2022: 188-191.
- [6] Bybee, R.W. (2013) The Case for STEM Education: Challenges and Opportunities. NSTA Press.
- [7] Halstead, J.M. and Taylor, M.J. (2000) Learning and Teaching about Values: A Review of Recent Research. *Cambridge Journal of Education*, 30, 169-202. <https://doi.org/10.1080/713657146>
- [8] Schoenfeld, A.H. (2006) Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics. In: Grouws, D.A., Ed., *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, Emerald Publishing Limited, 334-370. <https://doi.org/10.1108/978-1-60752-874-620251019>
- [9] 张奠宙, 宋乃庆. 数学教育概论[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004.
- [10] 高德毅, 宗爱东. 从思政课程到课程思政: 从战略高度构建高校思想政治教育课程体系[J]. 中国高等教育, 2017(1): 43-46.
- [11] (美)鲍德, 等, 著. 凸优化[M]. 王书宁, 等, 译. 北京: 清华大学出版社, 2013.