

# 局域势调控下石墨烯/h-BN异质结的能带结构和量子相变

唐婷婷, 张 军\*

新疆大学物理科学与技术学院, 新疆 乌鲁木齐

收稿日期: 2022年7月1日; 录用日期: 2022年8月1日; 发布日期: 2022年8月5日

## 摘 要

采用紧束缚方法研究了局域势调控下石墨烯/六方氮化硼异质结的能带结构及量子相变。结果表明, 在给定石墨烯层内禀自旋轨道耦合强度时, 石墨烯层处于量子自旋霍尔态而六方氮化硼层处于绝缘态, 增大石墨烯层局域势, 系统会从量子自旋霍尔态变到半导体态。调节六方氮化硼层局域势可以使异质结产生新的无间隙边缘态, 从而使系统中石墨烯层的量子自旋霍尔态变成由层内和层间的边缘态共同构成的量子自旋霍尔态。

## 关键词

石墨烯/h-BN异质结, 内禀自旋轨道耦合, 局域势, 量子自旋霍尔态

## Band Structure and Quantum Phase Transition of Graphene/h-BN Heterojunction under Local Potential Control

Tingting Tang, Jun Zhang\*

School of Physical Science and Technology, Xinjiang University, Urumqi Xinjiang

Received: Jul. 1<sup>st</sup>, 2022; accepted: Aug. 1<sup>st</sup>, 2022; published: Aug. 5<sup>th</sup>, 2022

## Abstract

The band structure and quantum phase transition of graphene/hexagonal boron nitride hetero-  
\*通讯作者。

文章引用: 唐婷婷, 张军. 局域势调控下石墨烯/h-BN 异质结的能带结构和量子相变[J]. 凝聚态物理学进展, 2022, 11(3): 57-64. DOI: 10.12677/cmp.2022.113007

junction (h-BN) under local potentials are studied by the tight-binding method. The result shows that the graphene layer is in the quantum spin Hall state and the h-BN layer is in the insulating state when the intrinsic spin-orbit coupling strength of the graphene layer is given. As the local potential of the graphene layer increases, the system will change from a quantum spin Hall state to a semiconductor state. New gapless edge states can be generated by tuning the local potential of the h-BN layer, so that the quantum spin Hall state of the graphene layer becomes the quantum spin Hall state composed of the edge states within and between layers.

## Keywords

Graphene/h-BN Heterojunction, Intrinsic Spin-Orbit Coupling, Local Potential, Quantum Spin Hall State

Copyright © 2022 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 介绍

石墨烯是一种令人着迷的材料,有着较高的载流子迁移率,有希望成为新一代电子元件[1] [2]。但是石墨烯是零带隙,在制作元件时会导致开/关电流比很小,所以打开石墨烯带隙变得至关重要。通过在石墨烯底部施加衬底,破坏石墨烯空间反演对称性从而可以打开带隙[3] [4] [5]。研究人员已经通过理论计算和实验证明了六方氮化硼(h-BN)作为石墨烯衬底非常合适。h-BN 是有着较大带隙的绝缘体,与石墨烯形成范德瓦尔斯异质结不仅可以破坏石墨烯空间反演对称性打开能隙,还可以保持石墨烯高迁移率等特点[6] [7] [8]。对于石墨烯/h-BN 异质结在外场调控下的能带结构以及电子和输运已经有了广泛的研究[9] [10],但是与其自旋相关的性质还了解的比较少,有待进一步深入研究。

拓扑绝缘体是一种新的拓扑状态,它的内部是绝缘状态,而边缘是导电状态,电荷只能通过边缘传播。2005年,Kane和Mele在单层石墨烯中施加内禀自旋轨道耦合(ISOC),首次预言了一种非平庸拓扑状态,量子自旋霍尔(QSH)状态[11] [12]。QSH状态是一种二维拓扑绝缘态,以自旋和速度方向锁定的螺旋形边缘态为特征。QSH效应受到时间反演对称性保护,其 $Z_2$ 拓扑不变量 $\nu = 1$ 。当自旋守恒时,还可以引入自旋Chern数( $C_s$ )来表征此状态,此时 $C_s$ 与 $Z_2$ 等价。但与 $Z_2$ 不变量不同的是,即使时间反演对称性被破坏, $C_s$ 依然有效[13] [14] [15]。在之前的工作中,我们已经知道二维电子系统考虑到ISOC时可以实现QSH效应,产生非零的量子化自旋霍尔电导,而在此基础上考虑强Rashba SOC或强无序会破坏QSH效应的稳定性,从而产生非量子化的自旋霍尔电导,形成自旋霍尔效应[14] [16] [17]。另外,外场的调控会使处于QSH效应或weak-QSH效应的单双层石墨烯发生拓扑相变,形成新的拓扑状态[18] [19] [20]。这一系列的研究都推动了自旋电子学的进步,有着重要的理论和应用价值。

基于石墨烯的这些特殊性质,研究者对石墨烯/h-BN异质结进行了大量的研究,发现了很多有趣的性质,例如次级狄拉克锥的出现,拓扑电流[21] [22] [23]等。但是石墨烯/h-BN纳米带(GBNNR)的许多性质仍不清楚,特别是受局域势调控下的石墨烯/h-BN异质结的能带结构和拓扑量子相变性质。在本文中,我们在晶格匹配的条件下采用紧束缚方法研究Bernal堆叠zigzag边界GBNNR在局域势调控下的能带结构及量子相变。

## 2. 模型与方法

单层石墨烯和单层h-BN在局域势作用下的紧束缚哈密顿量分别为:

$$H_{MLG} = -t_1 \sum_{\langle i,j \rangle, \alpha} C_{i\alpha}^\dagger C_{j\alpha} + i\lambda \sum_{\langle\langle i,j \rangle\rangle, \alpha\beta} v_{ij} C_{i\alpha}^\dagger (S_z)_{\alpha\beta} C_{j\beta} + \sum_{i,\alpha} V_i C_{i\alpha}^\dagger C_{i\alpha} \quad (1)$$

$$H_{h-BN} = -t_2 \sum_{\langle i,j \rangle, \alpha} C_{i\alpha}^\dagger C_{j\alpha} + \sum_{i,\alpha} E_i C_{i\alpha}^\dagger C_{i\alpha} + \sum_{i,\alpha} V_i C_{i\alpha}^\dagger C_{i\alpha} \quad (2)$$

其中  $H_{MLB}$  和  $H_{h-BN}$  分别表示单层石墨烯和单层 h-BN 的紧束缚哈密顿量。(1)和(2)中第一项描述最近邻格点之间的跃迁, 石墨烯层和 h-BN 层最近邻跃迁能分别为  $t_1$  和  $t_2$ ,  $C_{i\alpha}^\dagger$  ( $C_{j\alpha}$ ) 表示自旋为  $\alpha$  电子的产生(湮灭)算符; 第三项中  $V_i$  表示石墨烯层和 h-BN 层原子在  $i$  格点的局域势。(1)中第二项为 ISOC 项,  $\lambda$  为石墨烯层 ISOC 强度,  $\langle\langle i,j \rangle\rangle$  表示次近邻原子跃迁  $v_{ij} = \pm 1$ , 表示次近邻原子跃迁沿着逆时针(顺时针)为 +1 (-1),  $\alpha$  ( $\beta$ ) =  $\pm$  是自旋指标。(2)中第二项  $E_i$  表示 h-BN 层 B 原子和 N 原子在  $i$  格点的在位能, 分别用  $E_B$  和  $E_N$  表示。

Bernal 堆叠石墨烯/h-BN 异质结的哈密顿量为:

$$H = H_{MLB} + H_{h-BN} + t_\perp \sum_{i \in T, j \in B, \alpha} (C_{i\alpha}^\dagger C_{j\alpha} + C_{j\alpha}^\dagger C_{i\alpha}) \quad (3)$$

第一、二项分别为(1)和(2)中单层石墨烯和单层 h-BN 的哈密顿量, 最后一项为层间相互作用项, B 和 T 分别表示为 h-BN 层(底层)和石墨烯层(顶层)。

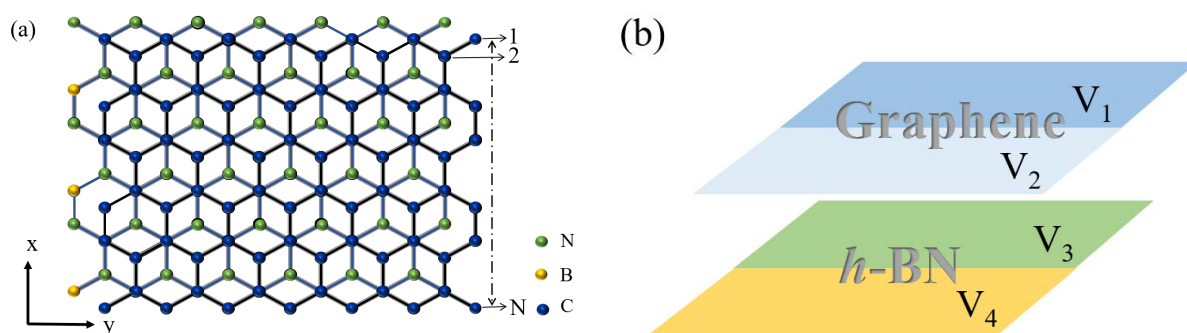
在研究过程中, 我们通过下面公式计算 Chern 数[24] [25] [26]:

$$C_{\alpha\beta} = \frac{1}{2\pi} \sum_n \int_{BZ} dk_x dk_y (\Omega_{xy})_{\alpha\beta} \quad (4)$$

其中,  $C_{\alpha\beta}$  是自旋为  $\alpha\beta$  部分的 Chern 数,  $\alpha$  ( $\beta$ ) =  $\pm$  是自旋指标,  $\Omega_{xy}$  是第  $n$  个能带在动量空间的 Berry 曲率[19] [27], 表达式如下:

$$\Omega_{xy} = - \sum_{n' \neq n} \frac{2 \text{Im} \langle \Psi_{nk} | v_x | \Psi_{n'k} \rangle \langle \Psi_{n'k} | v_y | \Psi_{nk} \rangle}{\omega_n - \omega_{n'}} \quad (5)$$

求和是对费米能以下所有被占据能带进行求和,  $v_{x,y} = \frac{\partial H}{\partial k_{x,y}}$  是速度算符。当自旋守恒时,  $C_s$  可以写成被占据空间自旋向上( $C_+$ )和自旋向下( $C_-$ )之差的一半  $C_s = (C_+ - C_-)/2$ 。



**Figure 1.** (a) Schematic diagram of Bernal stacking zigzag-edged GBNNR. The bottom layer is h-BN layer and the top layer is graphene layer.  $y$  is the periodic direction and the  $x$  direction contains  $N = 80$  sites. Green, yellow and blue solid circles represent N, B and C atoms, respectively; (b) Schematic diagram of graphene/h-BN heterojunction under local potentials.  $V_1$  and  $V_2$  are applied in the upper and lower half regions of the graphene layer respectively, and  $V_3$  and  $V_4$  are applied in the upper and lower half regions of the h-BN layer respectively

**图 1.** (a) Bernal 堆叠 zigzag 边界 GBNNR 示意图。底层为 h-BN 层, 顶层为石墨烯层。y 为周期性方向, x 方向包含  $N = 80$  个格点。绿色、黄色和蓝色实心圆分别表示 N 原子, B 原子和 C 原子; (b) 局域势作用于石墨烯/h-BN 异质结示意图。 $V_1$  和  $V_2$  分别被施加在石墨烯层的上半部分区域和下半部分区域,  $V_3$  和  $V_4$  分别被施加在 h-BN 层的上半部分区域和下半部分区域

### 3. 结果与讨论

论文研究的石墨烯/h-BN 异质结是由单层石墨烯和单层 h-BN 通过范德瓦尔斯力结合而成。异质结的顶层为石墨烯层, 底层为 h-BN 层, 这种堆叠最稳定的构型为 Bernal 堆叠, 即一个碳原子位于硼原子顶部, 而另一个碳原子位于 h-BN 环中心上方如图 1(a)。GBNNR 中  $y$  为周期性方向,  $x$  为开边界方向包含 40 条锯齿链(即  $N = 80$  个格点)。局域势  $V_1$  和  $V_2$  分别施加在石墨烯层的上半部分和下半部分,  $V_3$  和  $V_4$  分别施加在 h-BN 层的上半部分和下半部分如图 1(b)。

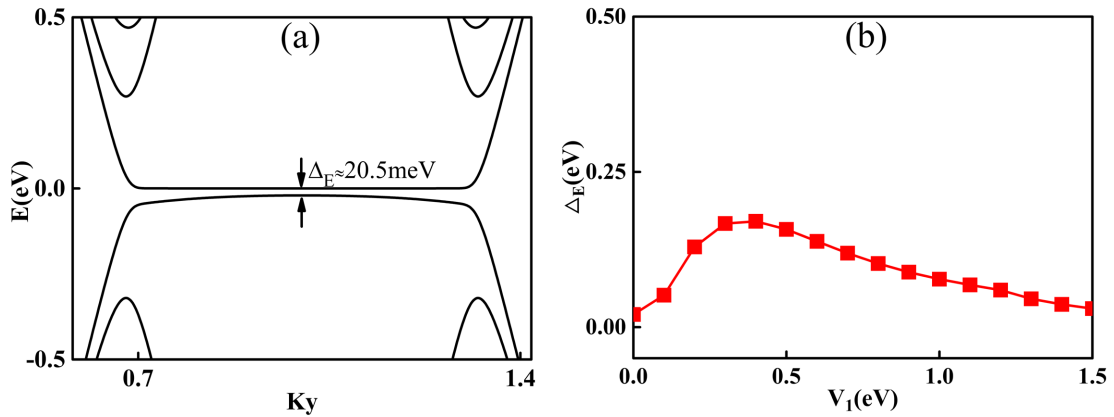
石墨烯和 h-BN 层相应的面内最近邻跃迁能分别为  $t_1 = 2.64$  eV 和  $t_2 = 2.79$  eV, 最近邻层间跃迁能为  $t_{\perp} = 0.43$  eV, 在位能  $E_B = 3.34$  eV 和  $E_N = -1.40$  eV, 如表 1 所示。

**Table 1.** Tight-binding parameters of graphene/h-BN heterojunctions calculated by density functional theory [28] (Unit of Energy: eV)

**表 1.** 密度泛函理论计算出的石墨烯/h-BN 异质结紧束缚参数[28] (能量单位: eV)

$t_1$	$t_2$	$t_{\perp}$	$E_B$	$E_N$
2.64	2.79	0.43	3.34	-1.40

基于以上参数我们采用紧束缚模型计算了 Bernal 堆叠 GBNNR 能带结构, 如图 2(a)所示。当局域势和 ISOC 均为零时, 能带图中有一个有微小带隙, 大小约为  $\Delta_E = 20.5$  meV, 这表明 GBNNR 是半导体。改变石墨烯层局域势  $V_1$ , 使其从零开始增大, 发现带隙  $\Delta_E$  先增大后减小如图 2(b)中红色曲线, 系统始终处于半导体相。



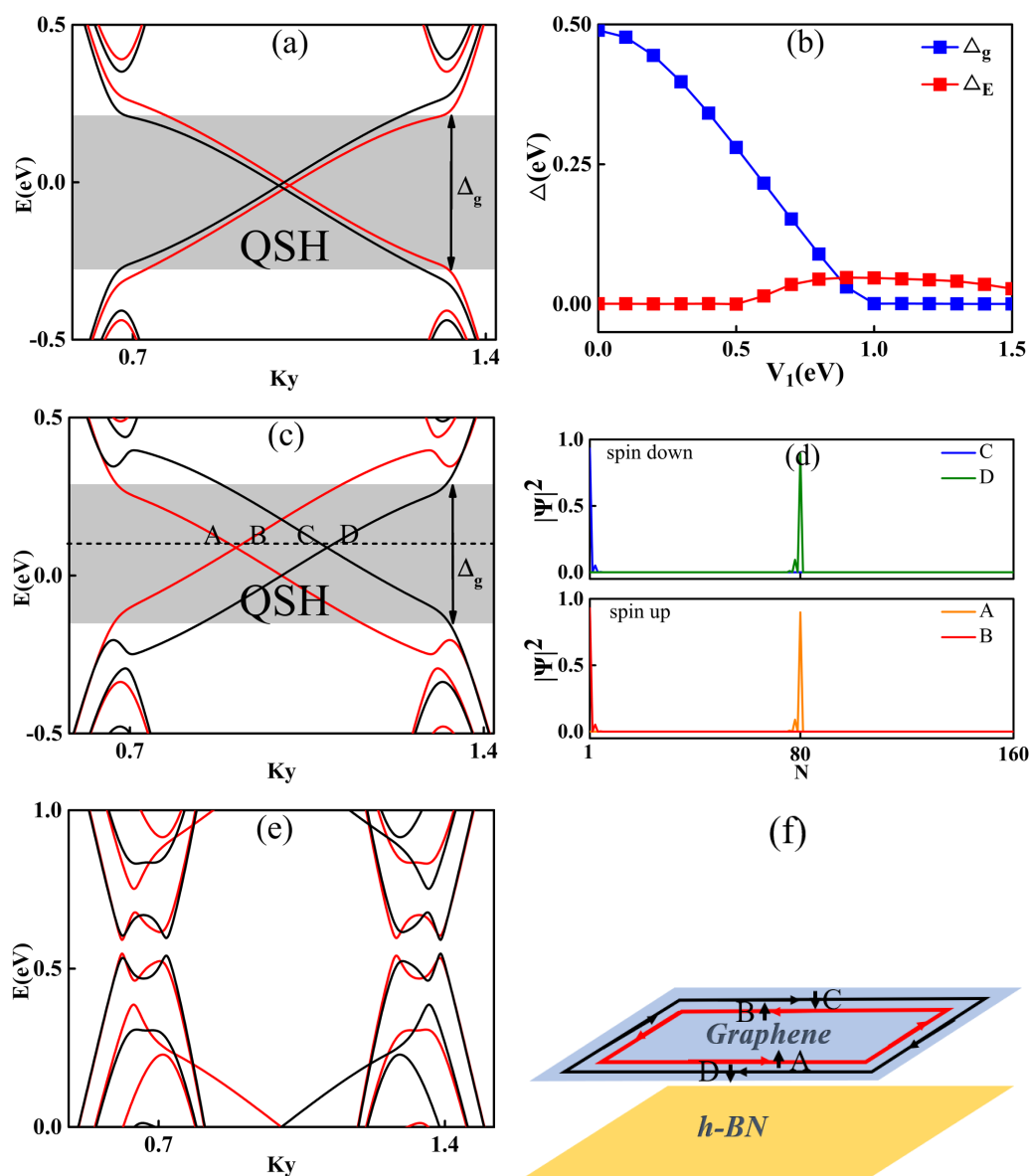
**Figure 2.** (a) Band structure of GBNNR with zero local potential and ISOC; (b) Band gap of GBNNR  $\Delta_E$  as a function of  $V_1$

**图 2.** (a) 局域势和 ISOC 均为零时 GBNNR 能带结构; (b) GBNNR 带隙  $\Delta_E$  随局域势  $V_1$  变化图

在 GBNNR 中, 考虑到石墨烯层 ISOC (自旋轨道耦合强度  $\lambda = 0.02t_1$ ), 则系统由半导体相变为 QSH 相。通过改变局域势  $V_1$ , 可以调控 GBNNR 的能带结构, 如图 3 所示。单层石墨烯中 ISOC 打开的体间隙为  $\Delta_g = 2\Delta_{SO} = 0.55$  eV, 其中  $\Delta_{SO} = 3\sqrt{3}\lambda$ , 而在 GBNNR 中, 当  $V_1=0$  时, 由于异质结受到层间相互作用的影响, ISOC 打开的体间隙实际上为  $\Delta_g = 2\Delta_{SO} - \delta$ , 大小约为 0.49 eV。图 3(a)中, 当费米能  $|E_f| < \Delta_g$  时, 系统处于 QSH 态, 此时自旋陈数为非零值,  $C_s = 1$ 。

如图 3(c), 当  $V_1 = 0.2$  eV 时, 系统依然具有较大的体间隙  $\Delta_g = 0.44$  eV, 局域势将体间隙中自旋向上和自旋向下的能带左右分开。费米能  $|E_f| < \Delta_g$  范围内与能带有四个交点, 用 A, B, C, D 来表示, 我们计算了这四个点对应的状态概率分布如图 3(d)所示, A 和 B 表示自旋向上的状态, 分别分布在石墨烯层

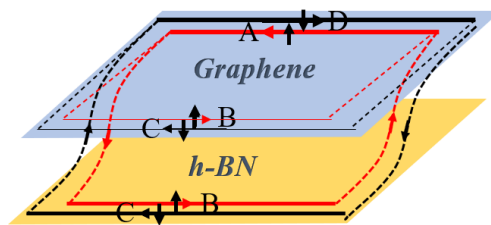
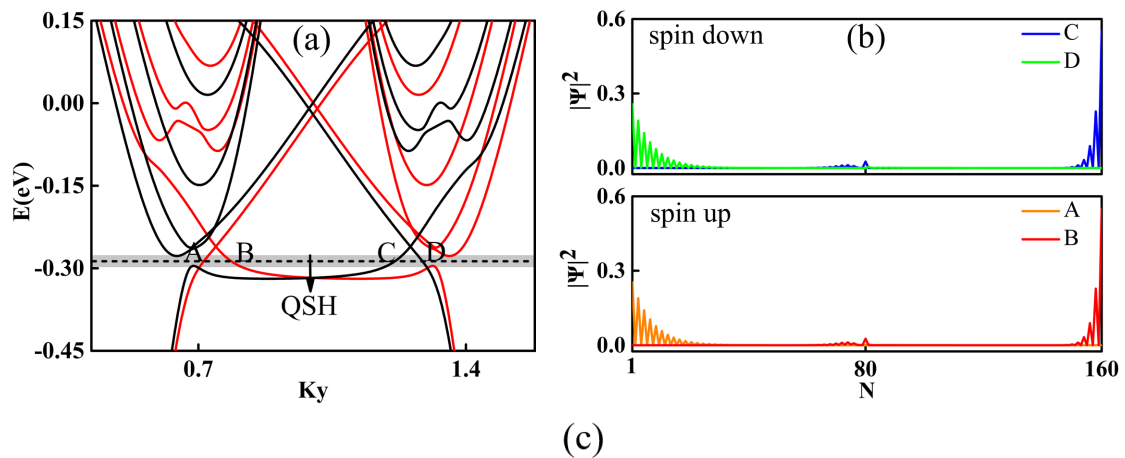
的两个边缘处, 即  $N = 80$  和  $1$  附近, C 和 D 表示自旋向下的状态, 分别分布在石墨烯层的两个边缘处, 即  $N = 1$  和  $80$  附近。根据  $v_y = \frac{\partial E_k}{\partial k_y}$  得到这四个边界态在纳米带中的流向示意如图 3(f), A 和 D 位于石墨烯层相同边界上, 具有相反的自旋方向和传播方向, B 和 C 与之类似, 从而形成了螺旋性边缘态。这表明此时石墨烯层依然处于 QSH 态, 自旋陈数  $C_s = 1$ 。



**Figure 3.** Left column is the band structure of GBNNR. The red and black curves represent the spin-up and spin-down energy bands respectively. The parameters are:  $\lambda = 0.02t_1$ , (a)  $V_1 = 0$  eV; (c)  $V_1 = 0.2$  eV; (e)  $V_1 = 1.2$  eV. (b) The blue curve is the bandgap of the heterojunction under periodic boundary conditions, *i.e.* the bulk gap; the red curve is the GBNNR bandgap. (d) and (f) are the schematic diagrams of the probability distributions of edge states and the edge state propagation in (c), respectively

**图 3.** 左列为 GBNNR 能带图。红色和黑色曲线分别表示自旋向上和自旋向下的能带。参数为:  $\lambda = 0.02t_1$ , (a)  $V_1 = 0$  eV; (c)  $V_1 = 0.2$  eV; (e)  $V_1 = 1.2$  eV。(b) 蓝色曲线为异质结在周期性边界条件下的带隙, 即体间隙; 红色曲线为 GBNNR 带隙。(d)和(f)分别是(c)中边缘态的波函数概率分布与流向示意图

继续增大局域势  $V_1$ , 体间隙  $\Delta_g$  不断减小, 当  $V_1 = 0.3 \sim 0.9$  eV 时, 体间隙与局域势几乎成线性关系:  $\Delta_g \approx 2\Delta_{SO} - \delta - \frac{V_1}{4}$ , 当  $V_1 \geq 1.0$  eV 时,  $\Delta_g = 0$ , 如图 3(b) 中蓝色曲线。而当  $V_1 = 0 \sim 0.5$  eV 时 GBNNR 带隙  $\Delta_E = 0$ , 当  $V_1 > 0.5$  eV 时系统打开一个较小的带隙, 如图 3(b) 中红色曲线。这说明在  $V_1 = 0 \sim 0.5$  eV 时, 体带隙中会有无间隙的边缘态出现, 此时 GBNNR 处于 QSH 相, 当继续增大  $V_1$  时, 无间隙的边缘态消失, 系统从 QSH 相变成半导体相, 如图 3(e)。



**Figure 4.** (a) Band structure of GBNNR with  $\lambda = 0.02 t_1$ ,  $V_4 = -3.665$  eV. The red and black curves represent the spin-up and spin-down energy bands respectively. (b) and (c) are schematic diagrams of the probability distributions of edge states and the edge state propagation in (a), respectively

**图 4.** (a) GBNNR 能带图, 红色和黑色曲线分别表示自旋向上和自旋向下的能带,  $\lambda = 0.02t_1$ ,  $V_4 = -3.665$  eV。 (b)和(c)分别是(a)中边缘态的波函数概率分布与流向示意图

在 GBNNR 的能带中, 低能区域的能带主要来源于石墨烯层, h-BN 层的能带则主要分布在高能区域, 接下来我们通过调节局域势  $V_4$ , 能使 h-BN 层的能带向低能区域移动, 从而发现了有趣的能带演化现象。如图 4(a) 所示, 当局域势  $V_4 = -3.665$  eV 时, 能带结构中出现了由 ISOC 打开的带隙, 在此带隙中间有无间隙的边缘态存在。通过计算费米能  $E_f$  与能带相交的 A, B, C, D 四点的波函数概率分布可以知道这些态均为边缘态, 如图 4(b) 所示。A 和 D 分别表示自旋向上和自旋向下的状态, 它们的传播方向相反, 但是都分布在石墨烯层的同一个边缘处, 即  $N=1$  附近。B 和 C 分别表示自旋向上和自旋向下的状态, 它们的传播方向也相反, 但是它们同时分布在石墨烯层和 h-BN 层的同一个边缘处, 即  $N = 80$  和  $160$  附近。根据边缘态的分布情况, 我们可以给出边缘态在异质结中的流向图, 如图 4(c) 所示。图中自旋向上的电流(红色虚线)和自旋向下的电流(黑色虚线)都各自形成两个闭合回路, 其中一个回路在石墨烯层, 另一个回路在横跨石墨烯层与 h-BN 层。每一个回路中, 边缘态都是螺旋型的。从波函数的概率分布值上可以发现, 边缘态主要分布于石墨烯层与 h-BN 层的两个不同边缘处, 即  $N = 1$  和  $160$  处。将两个回路合在一

起, 系统的边缘态依然是量子化的, 对应的状态为 QSH 态, 自旋陈数  $C_s = 1$ 。但是此 QSH 态, 与单层的 QSH 态不同, 它是由层内和层间的边缘态共同构成的。

#### 4. 结论

本文在晶格匹配的条件下, 采用紧束缚模型研究了 Bernal 堆叠 zigzag 边界 GBNNR 在局域势调控下的能带结构及量子相变。我们发现当石墨烯层内禀自旋轨道耦合强度给定时, 石墨烯层处于量子自旋霍尔态而六方氮化硼层处于绝缘态, 此时增大石墨烯层局域势强度, 系统会从量子自旋霍尔相变到半导体相。而调节 h-BN 层局域势可以使 GBNNR 产生新的无间隙边缘态, 从而使系统中石墨烯层的量子自旋霍尔态变成由层内和层间的边缘态共同构成的量子自旋霍尔态。

#### 致 谢

本文受到国家自然科学基金资助 No. 11864039。

#### 参考文献

- [1] Sarma, S.D., Adam, S., Hwang, E.H., *et al.* (2011) Electronic Transport in Two-Dimensional Graphene. *Reviews of Modern Physics*, **63**, 407-470. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.407>
- [2] Rutherglen, C., Jain, D. and Burke, P. (2009) Nanotube Electronics for Radiofrequency Applications. *Nature Nanotechnology*, **4**, 811-819. <https://doi.org/10.1038/nnano.2009.355>
- [3] Moon, P. and Koshino, M. (2014) Electronic Properties of Graphene/Hexagonal-Boron-Nitride Moiré Superlattice. *Physical Review B*, **90**, Article ID: 155406. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.90.155406>
- [4] N'Diaye, A.T., Bleikamp, S., Feibelman, P.J., *et al.* (2006) Two-Dimensional Ir Cluster Lattice on a Graphene Moiré on Ir(111). *Physical Review Letters*, **97**, Article ID: 215501. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.215501>
- [5] Varchon, F., Feng, R., Hass, J., *et al.* (2007) Electronic Structure of Epitaxial Graphene Layers on SiC: Effect of the Substrate. *Physical Review Letters*, **99**, Article ID: 126805. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.126805>
- [6] Sachs, B., Wehling, T.O., Katsnelson, M.I., *et al.* (2011) Adhesion and Electronic Structure of Graphene on Hexagonal Boron Nitride Substrates. *Physical Review B*, **84**, Article ID: 195414. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.195414>
- [7] Slotman, G.J., Wijk, M.V., Zhao, P.L., *et al.* (2015) Effect of Structural Relaxation on the Electronic Structure of Graphene on Hexagonal Boron Nitride. *Physical Review Letters*, **115**, Article ID: 186801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.186801>
- [8] Fan, Y., Zhao, M., Wang, Z., *et al.* (2011) Tunable Electronic Structures of Graphene/Boron Nitride Heterobilayers. *Applied Physics Letters*, **98**, Article ID: 083103. <https://doi.org/10.1063/1.3556640>
- [9] Sun, J., Xu, L. and Zhang, J. (2020) Electronic Structure and Transport Properties of Graphene/h-BN Controlled by Boundary Potential and Magnetic Field. *Modern Physics Letters B*, **34**, Article ID: 2050180. <https://doi.org/10.1142/S0217984920501808>
- [10] Li, X., Xu, L. and Zhang, J. (2020) Band Structure and Transport Property of Graphene/h-BN Heterostructure under Local Potentials. *Chinese Journal of Physics (Taipei)*, **65**, 75-81. <https://doi.org/10.1016/j.cjph.2020.02.011>
- [11] Kane, C.L. and Mele, E.J. (2004) Quantum Spin Hall Effect in Graphene. *Physical Review Letters*, **95**, Article ID: 226801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.226801>
- [12] Kane, C.L. and Mele, E.J. (2005) Z<sub>2</sub> Topological Order and the Quantum Spin Hall Effect. *Physical Review Letters*, **95**, Article ID: 146802. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.146802>
- [13] Sheng, D.N., Weng, Z.Y., Sheng, L., *et al.* (2006) Quantum Spin Hall Effect and Topologically Invariant Chern Numbers. *Physical Review Letters*, **97**, Article ID: 036808. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.036808>
- [14] Sheng, L., Sheng, D.N., Ting, C.S., *et al.* (2005) Nondissipative Spin Hall Effect via Quantized Edge Transport. *Physical Review Letters*, **95**, Article ID: 136602. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.136602>
- [15] Prodan, E. (2009) Robustness of the Spin-Chern Number. *Physical Review*, **80**, Article ID: 125327. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.80.125327>
- [16] Sheng, L., Sheng, D.N. and Ting, C.S. (2005) Spin-Hall Effect in Two-Dimensional Electron Systems with Rashba Spin-Orbit Coupling and Disorder. *Physical Review Letters*, **94**, Article ID: 016602. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.94.016602>

- 
- [17] Andrei Bernevig, B. and Zhang, S.-C. (2006) Quantum Spin Hall Effect. *Physical Review Letters*, **96**, Article ID: 106802. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.106802>
- [18] Xu, L., Zhou, Y. and Gong, C.D. (2013) Topological Phase Transition Induced by Spin-Orbit Coupling in Bilayer Graphene. *Journal of Physics Condensed Matter*, **25**, Article ID: 335503. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/25/33/335503>
- [19] Ren, Y., Qiao, Z. and Niu, Q. (2016) topological Phases in Two-Dimensional Materials: A Review. *Reports on Progress in Physics Physical Society*, **79**, Article ID: 066501. <https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/6/066501>
- [20] Chen, T.W., Xiao, Z.R., Chiou, D.W., *et al.* (2011) High Chern Number Quantum Anomalous Hall Phases in Single-Layer Graphene with Haldane Orbital Coupling. *Physical Review B*, **84**, Article ID: 165453. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.165453>
- [21] Wang, E., Lu, X., Ding, S., Yao, W., Yan, M., Wan, G., *et al.* (2016) Gaps Induced by Inversion Symmetry Breaking and Second-Generation Dirac Cones in Graphene/Hexagonal Boron Nitride. *Nature Physics*, **12**, 1111-1115. <https://doi.org/10.1038/nphys3856>
- [22] Yang, W., Chen, G., Shi, Z., Liu, C.-C., Zhang, L., Xie, G., *et al.* (2013) Epitaxial Growth of Single-Domain Graphene on Hexagonal Boron Nitride. *Nature Materials*, **12**, 792-797. <https://doi.org/10.1038/nmat3695>
- [23] Gorbachev, R.V., Song, J.C.W., Yu, G.L., Kretinin, A.V., Withers, F., Cao, Y., *et al.* (2014) Detecting Topological Currents in Graphene Superlattices. *Science*, **346**, 448-451. <https://doi.org/10.1126/science.1254966>
- [24] Den Nijs, M. (1984) Quantized Hall Conductance in a Two Dimensional Periodic Potential. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, **124**, 199-210. [https://doi.org/10.1016/0378-4371\(84\)90239-5](https://doi.org/10.1016/0378-4371(84)90239-5)
- [25] Kohmoto, M. (1985) Topological Invariant and the Quantization of the Hall Conductance. *Annals of Physics*, **160**, 343-354. [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(85\)90148-4](https://doi.org/10.1016/0003-4916(85)90148-4)
- [26] Hatsugai, Y. (1993) Chern Number and Edge States in the Integer Quantum Hall Effect. *Physical Review Letters*, **71**, 3697-3700. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.3697>
- [27] Chang, M.C. and Niu, Q. (1995) Berry Phase, Hyperorbits, and the Hofstadter Spectrum. *Physical Review Letters*, **75**, 1348-1351. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.1348>
- [28] Slawinska, J., Zasada, I., Kosinski, P., *et al.* (2010) Reversible Modifications of Linear Dispersion: Graphene between Boron Nitride Monolayers. *Physical Review B: Condensed Matter*, **82**, Article ID: 085431. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.82.085431>