

Ho:YLF晶体光学制冷的性能分析

许 孟

天津工业大学物理科学与技术学院, 天津

收稿日期: 2026年5月20日; 录用日期: 2026年7月27日; 发布日期: 2026年8月4日

摘 要

固体激光制冷技术基于反斯托克斯荧光机制, 可实现无振动、无电磁干扰的低温制冷, 在精密光学仪器 and 深空探测等领域具有广阔应用前景。掺钬氟化锂铈(Ho:YLF)晶体因其在2 μm 波段较大的吸收截面和较低的声子能量, 被认为是实现中红外波段光学制冷的候选材料。然而, Ho^{3+} 离子丰富的4f能级结构引入了显著的能量传递上转换(ETU)效应, 使得传统准二能级模型的预测精度受到限制。本文基于 Ho^{3+} 的多能级速率方程, 建立了包含ETU通道的光学制冷模型, 对外量子效率进行了修正, 分析了Ho:YLF的净制冷功率密度与制冷效率。

关键词

固体激光制冷, Ho:YLF晶体, 能量传递上转换, 多能级速率方程

Performance Analysis of Ho:YLF Crystal Optical Cooling

Meng Xu

School of Physical Science and Technology, Tiangong University, Tianjin

Received: May 20, 2026; accepted: July 27, 2026; published: August 4, 2026

Abstract

Solid-state laser cooling technology is based on the anti-Stokes fluorescence mechanism to achieve low-temperature refrigeration without vibration and electromagnetic interference, and has broad application prospects in fields such as precision optical instruments and deep space exploration. Holmium-doped lithium yttrium fluoride (Ho:YLF) crystal is considered a candidate material for optical refrigeration in the mid-infrared band due to its large absorption cross section and low phonon energy in the 2 μm band. However, the abundant 4f level structure of Ho^{3+} ions introduces a significant energy transfer upconversion (ETU) effect, which limits the prediction accuracy of

traditional quasi-two-level models. Based on the multi-level rate equation of Ho^{3+} , this paper establishes an optical refrigeration model including ETU channels, corrects the external quantum efficiency, and analyzes the net refrigeration power density and refrigeration efficiency of $\text{Ho}:\text{YLF}$.

Keywords

Solid-State Laser Cooling, $\text{Ho}:\text{YLF}$ Crystal, Energy Transfer Upconversion, Multi-Level Rate Equations

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

固体激光制冷是一种基于反斯托克斯荧光冷却的制冷技术。当泵浦光能量略低于离子的平均荧光发射能时，离子会通过声子辅助过程吸收晶格中的热能。随后以高能荧光光子形式辐射热量，最终实现固体的净冷却[1]。与传统斯特林制冷机和脉冲管制冷机相比，光学制冷无需制冷剂和机械运动部件，从根本上消除了振动和电磁干扰源，在红外传感器冷却、超导量子比特退相干控制及深空探测等领域展现出独特优势[2]。

自 1995 年 Epstein 等人首次在 Yb^{3+} 掺杂 ZBLANP 玻璃中实现 0.3 K 的室温降温以来[3]，固体激光制冷技术已取得长足进展。 $\text{Yb}:\text{YLF}$ 晶体凭借其准二能级结构的简洁性和较高的量子效率，已被冷却至 87 K，逼近液氮温区[4]。与 Yb^{3+} 相比， Ho^{3+} 离子在 2 μm 波段具有较大的吸收截面，且发射谱与杂质离子吸收谱的光谱重叠较小，展现出良好的制冷应用潜力。2013 年，Bowman 等人提出了将光学制冷拓展至 2 μm 波段的可行性[5]，但其仅观察到掺 Ho^{3+} 激光材料的非辐射跃迁的产热现象。同年，Dong 等人理论预测了实现 1% $\text{Ho}:\text{YLF}$ 的光学制冷的可能性[6]。2019 年，Rostami 等人首次在 1% 掺杂的 $\text{Ho}:\text{YLF}$ 晶体中观测到制冷现象，估算最低可达温度约 130 K [7]，标志着 $\text{Ho}:\text{YLF}$ 制冷研究从理论预测迈向实验验证。

与 Yb^{3+} 的准二能级系统不同， Ho^{3+} 离子具有丰富的 4f 能级结构，容易发生能量传递上转换(ETU)过程。ETU 过程会将部分激发态粒子的能量通过离子间相互作用转化为晶格热振动，引入额外的寄生热负载。在传统二能级模型中，仅考虑 $^5\text{I}_7 \rightarrow ^5\text{I}_8$ 的制冷主通道，忽略了 $^5\text{I}_7$ 能级粒子通过 ETU 向高能级的能量转移及其后续的非辐射弛豫产热，会导致对制冷效率的预测出现偏差。因此，建立包含 ETU 通道的多能级制冷模型，对于准确评估 $\text{Ho}:\text{YLF}$ 的制冷性能至关重要。

2. $\text{Ho}:\text{YLF}$ 晶体的光谱特性与多能级结构

2.1. YLF 基质的物理特性

YLF (LiYF_4) 晶体属于四方晶系， Y^{3+} 离子占据 S_4 点群对称性的晶格位置。YLF 晶体的最大声子能量约 560 cm^{-1} ，远低于氧化物基质 YAG (约 850 cm^{-1}) 和硅酸盐玻璃 (超过 1000 cm^{-1})。根据能隙定律，较低的最大声子能量可有效抑制多声子非辐射弛豫[8]：

$$W_{nr} = W_0 \exp\left(-\alpha \frac{\Delta E}{\hbar \omega_{\max}}\right) \quad (1)$$

W_0 和 α 为基质相关常数， ΔE 为能级间隙， $\hbar \omega_{\max}$ 为最大声子能量。这使得 Ho^{3+} 的 $^5\text{I}_7$ 能级具有约 14

ms 的长荧光寿命(约为 Ho:YAG 中 7 ms 的两倍), 有利于激发态粒子的辐射跃迁。此外, YLF 具有负热光系数($dn/dT < 0$), 有助于抑制热透镜效应, 并且其折射率较低($n \approx 1.45$), 菲涅尔反射损耗较小[9]。

2.2. Ho³⁺的多能级结构与 ETU 机制

Ho³⁺离子的 4f 电子受外层 5s²5p⁶ 壳层的有效屏蔽, 表现为尖锐的原子状光谱特征。由图 1 可知, 在 Ho:YLF 中, ⁵I₇ 能级是主要的制冷能级, 但其上方存在 ⁵I₆、⁵I₅、⁵F₅ 等多个激发态能级。当基态 ⁵I₈ 的粒子被泵浦至 ⁵I₇ 能级后, 两个相邻的 ⁵I₇ 激发态离子之间可发生 ETU 过程: 一个离子返回基态 ⁵I₈, 另一个离子被激发至更高的 ⁵I₆ 能级, 此过程的能量传递速率记为 P_{11} 。类似地, 两个 ⁵I₆ 离子之间也可发生 ETU 过程, 此过程的能量传递速率记为 P_{22} 。这些高激发态的粒子(⁵I₅、⁵F₅ 等)通过快速的多声子非辐射弛豫跃迁回较低能级, 将能量以热的形式释放到晶格中。

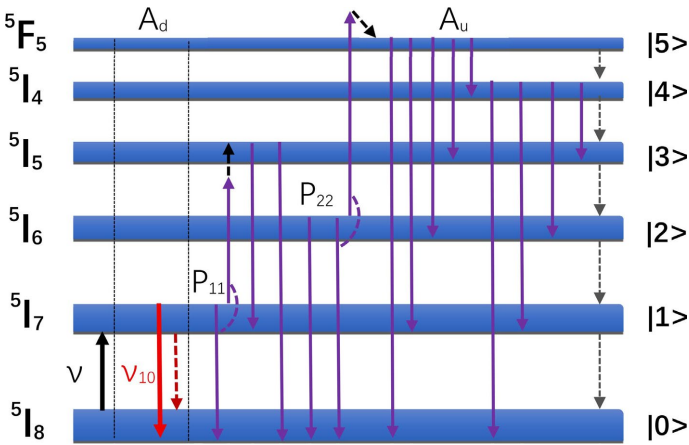


Figure 1. Ho:YLF energy level structure and transition diagram
图 1. Ho:YLF 能级结构及跃迁示意图

ETU 过程的速率与相关能级粒子数的平方成正比。这意味着随着泵浦功率的增加和激发态粒子数的积累, ETU 效应将更加显著。表 1 给出了 Ho:YLF 中主要能级的辐射寿命和跃迁分支比。

Table 1. Fluorescence branching ratio, radiative lifetime, and energy level fluorescence lifetime of Ho³⁺ in YLF crystals [10] [11]

跃迁	β	τ_r (ms)	τ (ms)
⁵ F ₅ → ⁵ I ₄	0.0000	—	0.05
⁵ F ₅ → ⁵ I ₅	0.0032	0.0018	
⁵ F ₅ → ⁵ I ₆	0.0417	0.0231	
⁵ F ₅ → ⁵ I ₇	0.1813	0.1005	
⁵ F ₅ → ⁵ I ₈	0.7738	0.4287	
⁵ I ₄ → ⁵ I ₅	0.0474	0.5753	—
⁵ I ₄ → ⁵ I ₆	0.3770	4.5748	
⁵ I ₄ → ⁵ I ₇	0.4772	5.7969	
⁵ I ₄ → ⁵ I ₈	0.0985	1.1953	

续表

$^5I_5 \rightarrow ^5I_6$	0.0348	0.2564	
$^5I_5 \rightarrow ^5I_7$	0.5649	4.1633	0.02
$^5I_5 \rightarrow ^5I_8$	0.4002	2.9495	
$^5I_6 \rightarrow ^5I_7$	0.0902	0.5410	2.5
$^5I_6 \rightarrow ^5I_8$	0.9098	5.4720	
$^5I_7 \rightarrow ^5I_8$	1.0000	14.50	13.68

由表 1 可以看出, 5I_7 能级的辐射寿命最长(13.68 ms), 是制冷过程的主要能级。而 5I_5 和 5F_5 能级的非辐射弛豫速率极高, 其粒子在辐射跃迁之前已将大部分能量通过声子耗散。 5I_6 能级的分支比表明, $^5I_6 \rightarrow ^5I_8$ 通道(分支比 0.8713)为主要跃迁通道, 而 $^5I_6 \rightarrow ^5I_7$ 通道(分支比 0.0902)的贡献较小。 5I_4 能级的寿命仅约 1~10 μs [12], 其非辐射弛豫速率远高于其他能级, 不具备粒子数积累能力。基于此, 在多能级模型中可将 5I_4 能级视为快速弛豫过程的一部分, 而 5I_5 和 5F_5 能级的直接辐射过程对制冷贡献可忽略。

3. 多能级制冷模型

根据图 1, 考虑 $^5I_6 \rightarrow ^5I_8$ 、 $^5I_6 \rightarrow ^5F_5$ 的 ETU 通道以及 $^5I_7 \rightarrow ^5I_5$ 、 $^5I_7 \rightarrow ^5I_8$ 的 ETU 通道。自基态起, 各能级按能量递增顺序排列, 其所对应的粒子数分别为 n_0 、 n_1 、 n_2 、 n_3 、 n_4 、 n_5 。其中, 下标 0~5 分别对应能级 5I_8 、 5I_7 、 5I_6 、 5I_5 、 5I_4 、 5F_5 。 Ho^{3+} 离子的多能级布居数随时间的变化可由速率方程描述:

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{\sigma_{abs}(v)I}{h\nu}(n_0 - n_1) + \beta_{31}\omega_{31}n_3 + \beta_{21}\omega_{21}n_2 + \beta_{41}\omega_{41}n_4 + \beta_{51}\omega_{51}n_5 - \omega_{10}n_1 - 2P_{11}n_1^2 + 2P_{30}n_0n_3 \quad (2)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = -(\beta_{21}\omega_{21} + \beta_{20}\omega_{20})n_2 + \beta_{32}\omega_{32}n_3 + \beta_{42}\omega_{42}n_4 + \beta_{52}\omega_{52}n_5 - 2P_{22}n_2^2 + 2P_{50}n_0n_5 \quad (3)$$

$$\frac{dn_3}{dt} = -(\beta_{32}\omega_{32} + \beta_{31}\omega_{31} + \beta_{30}\omega_{30})n_3 + \beta_{53}\omega_{53}n_5 + \beta_{43}\omega_{43}n_4 + P_{11}n_1^2 - P_{30}n_0n_3 \quad (4)$$

$$\frac{dn_4}{dt} = -(\beta_{43}\omega_{43} + \beta_{42}\omega_{42} + \beta_{41}\omega_{41} + \beta_{40}\omega_{40})n_4 + \beta_{54}\omega_{54}n_5 \quad (5)$$

$$\frac{dn_5}{dt} = -(\beta_{54}\omega_{54} + \beta_{53}\omega_{53} + \beta_{52}\omega_{52} + \beta_{51}\omega_{51} + \beta_{50}\omega_{50})n_5 + P_{22}n_2^2 - P_{50}n_0n_5 \quad (6)$$

$$\sum_i n_i = cN \quad (7)$$

c 为 Ho^{3+} 的掺杂浓度, β_{ij} ($i > j$; $i = 5, 4, 3, 2, 1, j = 4, 3, 2, 1, 0$) 为 $|i\rangle \rightarrow |j\rangle$ 的辐射跃迁分支比, P_{11} 和 P_{22} 是 ETU 参数, 其随掺杂浓度和温度变化。 ω_{ij} 为 $i \rightarrow j$ 的总的有效跃迁速率。可表示为:

$$\omega_{ij} = \eta_e \omega_{ij,r} + \omega_{ij,nr} \quad (8)$$

其中 $\omega_{ij,r}$ 为辐射跃迁速率, $\omega_{ij,nr}$ 为非辐射跃迁速率, η_e 为荧光逃逸率。

在传统 LITMoS 模型中, 制冷效率由外量子效率、背景吸收系数和量子亏损共同决定:

$$\eta_c = \eta_{ext} \frac{\lambda_p - \lambda_f}{\lambda_p} - \frac{\alpha_b}{\alpha_r(\lambda_p) + \alpha_b} \quad (9)$$

η_{ext} 为外量子效率, λ_p 为泵浦波长, λ_f 为平均荧光波长, α_r 为共振吸收系数, α_b 为背景吸收系数。对于准

二能级系统(如 Yb:YLF), 外量子效率主要由 $^5\text{I}_7 \rightarrow ^5\text{I}_8$ 单一通道决定:

$$\eta_{\text{ext}} = \frac{W_r}{W_r + W_{nr}} \eta_e \quad (10)$$

然而, 对于 Ho:YLF 的多能级系统, ETU 过程将部分 $^5\text{I}_7$ 激发态粒子的能量转移至更高能级。高能级粒子经多声子非辐射弛豫返回较低能级, 其外量子效率远低于主制冷通道。为量化 ETU 对整体发光效率的影响, 引入直接衰减通道能量比 f_d 和上转换通道能量比 f_u [13]:

$$f_d = \frac{W_1}{W_1 + W_{\text{ETU}}} \quad (11)$$

$$f_u = \frac{W_{\text{ETU}}}{W_1 + W_{\text{ETU}}} \quad (12)$$

$W_1 = W_r + W_{nr}$ 为 $^5\text{I}_7$ 能级的总衰变率, W_{ETU} 为 ETU 衰变率。由此, 包含 ETU 效应的等效外量子效率可写为:

$$\eta_{\text{eq}} = f_d \eta_{\text{ext},d} + f_u \eta_{\text{ext},u} \quad (13)$$

$\eta_{\text{ext},d}$ 为 $^5\text{I}_7 \rightarrow ^5\text{I}_8$ 通道的外量子效率, $\eta_{\text{ext},u}$ 为上转换通道的等效外量子效率, 取决于上转换荧光的各跃迁通道的外量子效率和平均荧光波长的加权贡献。这一表达式揭示了 ETU 效应对制冷效率的影响: 一方面, ETU 通道消耗了部分 $^5\text{I}_7$ 激发态粒子, 但这些粒子的发光效率远低于 $\eta_{\text{ext},d}$; 另一方面, 上转换荧光的平均波长位于短波区域, 其量子亏损 $(\lambda_p - \lambda_f)/\lambda_p$ 可能为负值, 即上转换荧光携带的制冷量不足以补偿泵浦能量消耗, 甚至表现为净加热。

接下来, 将等效外量子效率 η_{eq} 代入 LITMoS 框架[1], 可得 Ho:YLF 在多能级体系下的净制冷功率密度:

$$P_{\text{net}} = \frac{\eta_{\text{eq}} \lambda_p - \lambda_f}{\lambda_f} \alpha_r I - \alpha_b I \quad (14)$$

相应地, 制冷效率为:

$$\eta_c = \frac{\alpha_r (\lambda_p)}{\alpha_r (\lambda_p) + \alpha_b} \eta_{\text{eq}} \frac{\lambda_p}{\lambda_f} - 1 \quad (15)$$

与准二能级系统相比, 上述表达式在形式上与 LITMoS 模型一致, 但其核心差别在于 η_{eq} 已包含 ETU 效应对外量子效率的修正。这种处理方式的优势在于: 无需重新推导多能级的制冷效率表达式, 仅通过修正外量子效率即可将多能级效应纳入 LITMoS 框架, 使得理论分析与实验表征方法兼容。

4. Ho:YLF 制冷性能分析

为了评估 Ho:YLF 的光学制冷性能, 本文采用蒙特卡洛光子追踪算法结合速率方程进行模拟计算。首先, 在蒙特卡洛模拟中, 通过随机抽样和统计分析, 模拟系统中的能量传递和跃迁过程[14]。在室温条件下(约 300 K), 采用掺杂浓度 0.5% 的 Ho:YLF 样品, 模拟光子的吸收、散射、反射与逃逸过程, 通过对各跃迁通道的发射谱进行加权平均计算, 可得 Ho:YLF 样品的不同能级之间跃迁的荧光逃逸率 η_e 与平均荧光波长 λ_f 。

接下来, 结合 P_{11} 和 P_{22} 的值, 模拟可得 Ho:YLF 的净制冷功率密度与制冷效率。经 Förster-Dexter 能量传递理论以及文献报道的数据[10] [12] [14]-[16], 计算可得, P_{11} 和 P_{22} 的值分别约为 $1.1 \times 10^{-24} \text{ m}^3/\text{s}$ 、

$4.2 \times 10^{-26} \text{ m}^3/\text{s}$ 。图 2 为净制冷功率密度随泵浦波长以及泵浦光强的变化关系，图中红色区域为系统的加热状态，蓝色区域为系统的制冷状态。

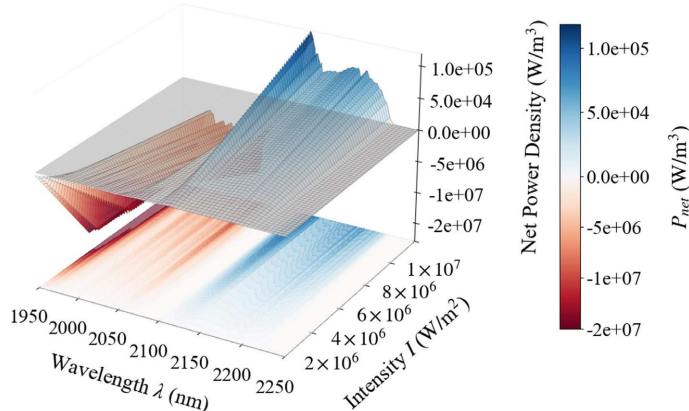


Figure 2. The net cooling power density of Ho:YLF varies with pump light intensity and wavelength

图 2. Ho:YLF 的净制冷功率密度随泵浦光强以及波长的变化

首先，观察制冷功率密度随波长的变化可知，随着泵浦波长从 1950 nm 增加至 2095 nm， P_{net} 呈现出显著的单调上升趋势。在此区域， P_{net} 为负值，表明此波段内泵浦光子能量以声子形式耗散于基质中，导致系统处于加热状态。随着波长的继续红移(>2095 nm)，反斯托克斯荧光带走的热量超过了材料背景吸收及非辐射跃迁产生的热量，背景吸收系数相对减小。随着制冷效率升高，导致 P_{net} 逐渐由负转正，进入净制冷区。随后，制冷效应在波长 2219 nm 附近终止， P_{net} 再次转为负值，这一波长过零点标志着制冷窗口的长波上限。这是由于当波长进一步增加超过 2219 nm，掺杂离子的共振吸收系数随波长增加而急剧下降。当共振吸收极其微弱时，基质材料的背景吸收系数开始主导热平衡过程，导致系统重新进入加热状态。

其次，在较高的光强($I \approx 10^7 \text{ W/m}^2$)激发下，净功率密度的变化斜率更陡峭。具体表现为：在图中蓝色区域，光强的增加显著提升了制冷功率密度，意味着更强的泵浦光强能够激发更多的反斯托克斯光子以带走热量，有利于在短时间内降低样品温度；而在图中红色区域，提升光强加剧了寄生吸收产热，尤其是在 1950 nm 附近，高强度的泵浦光会导致更加严重的热积累。因此，为了获得最优的制冷性能，应当选择波长为 2095 nm 附近的泵浦光源进行激发，并尽可能地提高泵浦光强。模拟结果显示，最大制冷功率密度约为 $1.2 \times 10^5 \text{ W/m}^3$ 。

接下来，模拟 Ho:YLF 的制冷效率随波长的变化。通过图 3 可以看到，制冷波长范围约为 2097~2219 nm。在短波长侧($\lambda < \lambda_f$)，泵浦光子的能量低于平均荧光光子的能量，因此荧光光子所提供的制冷量，不足以抵消由非辐射跃迁以及背景吸收所引入的加热量，所有光谱都处于 $\eta_c < 0$ 区域，系统表现为加热。当 λ 从较短波长接近 λ_f 并随后超过该波长时，制冷效率 η_c 上升，并在特定的制冷窗口内变为正值。

由图可知，零交叉点($\eta_c = 0$)的波长大于 λ_f 的值，这是由于外量子效率小于 1，且背景吸收系数大于 0，使得波长阈值向长波长方向移动。图中青色阴影区域为材料的制冷窗口，在此区间内，反斯托克斯荧光带走的热量成功克服了各项产热机制，实现了净制冷。在波长约为 2197 nm 处，制冷效率达到峰值，大约为 2.7%。随着波长继续增长，制冷效率急剧下降并迅速转负。这主要是因为在该波段下，掺杂离子的共振吸收截面随波长增加呈指数级衰减，导致对制冷有利的共振吸收与背景吸收的比值(α_r/α_b)显著下降。此时，材料的背景吸收损耗逐渐占据主导地位，加之 ETU 效应在高激发态布居下持续产生热量，最终导致制冷失效。

值得指出的是,若采用传统的准二能级模型对 Ho:YLF 进行评估,由于未计入部分 $^5\text{I}_7$ 能级粒子向高能级跃迁所引发的非辐射产热,会显著低估系统的寄生热负载。当在本模型的模拟中不考虑上转换通道时,系统为传统的二能级模式,计算得出的制冷窗口为 2059~2215 nm,与文献中报道一致[7]。而在室温下,ETU 效应是 Ho:YLF 制冷系统中不可忽视的一部分,这种理论上的偏差在强泵浦条件下尤为明显,会导致对制冷窗口和峰值效率的高估,本文建立的多能级模型则有效修正了这一偏差。此外,基质的背景吸收系数 α_b 对制冷窗口的长波极限具有约束作用。当 α_b 增加时,有效制冷波段会被压缩,制冷效率降低。因此,在实际应用中,提升晶体生长工艺以抑制背景吸收,是拓展 Ho:YLF 制冷潜力的关键前提。

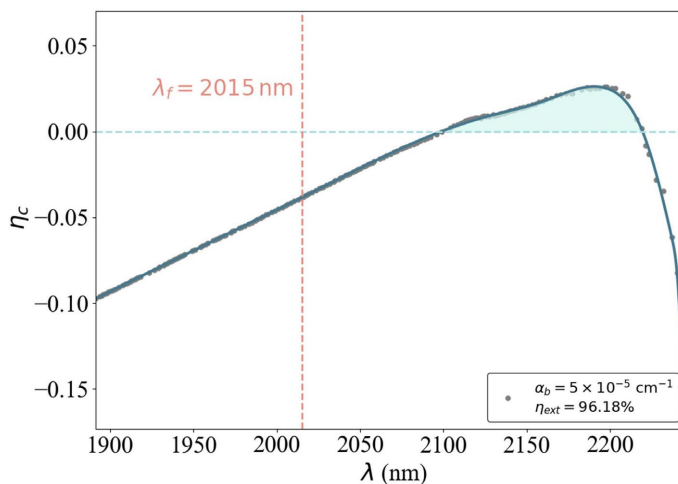


Figure 3. The cooling efficiency of Ho:YLF varies with wavelength
图 3. Ho:YLF 的制冷效率随波长的变化

5. 总结

本文围绕 Ho:YLF 晶体在 2 μm 波段的光学制冷应用,基于 Ho^{3+} 离子的 4f 能级结构,建立了包含能量传递上转换(ETU)通道的多能级速率方程,在 LITMoS 框架中,通过外量子效率的修正引入 ETU 效应。使理论分析与实验表征方法兼容。揭示了 ETU 效应对制冷性能的抑制效应。并且,预测了 Ho:YLF 晶体的净制冷功率密度与制冷效率,验证了 ETU 效应对制冷效率的影响。

参考文献

- [1] Sheik-Bahae, M. and Epstein, R.I. (2007) Optical Refrigeration. *Nature Photonics*, **1**, 693-699. <https://doi.org/10.1038/nphoton.2007.244>
- [2] Peysokhan, M., Rostami, S., Mobini, E., Albrecht, A.R., Kuhn, S., Hein, S., *et al.* (2021) Implementation of Laser-Induced Anti-Stokes Fluorescence Power Cooling of Ytterbium-Doped Silica Glass. *ACS Omega*, **6**, 8376-8381. <https://doi.org/10.1021/acsomega.1c00116>
- [3] Epstein, R.I., Buchwald, M.I., Edwards, B.C., Gosnell, T.R. and Mungan, C.E. (1995) Observation of Laser-Induced Fluorescent Cooling of a Solid. *Nature*, **377**, 500-503. <https://doi.org/10.1038/377500a0>
- [4] Gragossian, A., Meng, J., Ghasemkhani, M., Albrecht, A.R., Tonelli, M. and Sheik-Bahae, M. (2017) Enhanced Cooling of Yb:YLF Using Astigmatic Herriott Cell (Conference Presentation). *Optical and Electronic Cooling of Solids II*, San Francisco, 1-2 February 2017. <https://doi.org/10.1117/12.2254623>
- [5] Bowman, S.R., O'Connor, S., Condon, N.J., Friebele, E.J., Kim, W., Shaw, B., *et al.* (2013) Non-Radiative Decay of Holmium-Doped Laser Materials. *Laser Refrigeration of Solids VI*, San Francisco, 2 February 2013. <https://doi.org/10.1117/12.2007511>
- [6] Dong, G., Zhang, X. and Li, L. (2013) Energy Transfer Enhanced Laser Cooling in Ho^{3+} and Tm^{3+} -Codoped Lithium

- Yttrium Fluoride. *Journal of the Optical Society of America B*, **30**, 939-944. <https://doi.org/10.1364/josab.30.000939>
- [7] Rostami, S., Albrecht, A.R., Volpi, A. and Sheik-Bahae, M. (2019) Observation of Optical Refrigeration in a Holmium-Doped Crystal. *Photonics Research*, **7**, 445-451. <https://doi.org/10.1364/prj.7.000445>
- [8] Shi, R. and Mudring, A. (2022) Phonon-Mediated Nonradiative Relaxation in Ln^{3+} -Doped Luminescent Nanocrystals. *ACS Materials Letters*, **4**, 1882-1903. <https://doi.org/10.1021/acsmaterialslett.2c00595>
- [9] Adair, R., Chase, L.L. and Payne, S.A. (1989) Nonlinear Refractive Index of Optical Crystals. *Physical Review B*, **39**, 3337-3350. <https://doi.org/10.1103/physrevb.39.3337>
- [10] Walsh, B.M., Barnes, N.P. and Di Bartolo, B. (1998) Branching Ratios, Cross Sections, and Radiative Lifetimes of Rare Earth Ions in Solids: Application to Tm^{3+} and Ho^{3+} Ions in LiYF_4 . *Journal of Applied Physics*, **83**, 2772-2787. <https://doi.org/10.1063/1.367037>
- [11] Yuan, W., Dai, R., Zhang, Z., Lin, X., Xu, H. and Cai, Z. (2025) Spectral Analysis and Emission Properties of Ho^{3+} : YLF in the Visible-Near Infrared Band. *Journal of Luminescence*, **277**, Article ID: 120915. <https://doi.org/10.1016/j.jlumin.2024.120915>
- [12] Walsh, B.M., Barnes, N.P., Petros, M., Yu, J. and Singh, U.N. (2004) Spectroscopy and Modeling of Solid State Lanthanide Lasers: Application to Trivalent Tm^{3+} and Ho^{3+} in YLiF_4 and LuLiF_4 . *Journal of Applied Physics*, **95**, 3255-3271. <https://doi.org/10.1063/1.1649808>
- [13] Dong, G., Ma, Y., Zhao, X. and Zhang, X. (2022) Model for Optical Refrigeration of Ho^{3+} -Doped Fluoride Crystals. *Journal of the Optical Society of America B*, **39**, 3195-3199. <https://doi.org/10.1364/josab.465982>
- [14] Tanaka, H. and Püschel, S. (2024) Monte Carlo Fluorescence Ray Tracing Simulation for Laser Cooling of Solids. *Optics Express*, **32**, 2306-2320. <https://doi.org/10.1364/oe.503250>
- [15] Förster, T. (1948) Zwischenmolekulare Energiewanderung und Fluoreszenz. *Annalen der Physik*, **437**, 55-75. <https://doi.org/10.1002/andp.19484370105>
- [16] Dexter, D.L. (1953) A Theory of Sensitized Luminescence in Solids. *The Journal of Chemical Physics*, **21**, 836-850. <https://doi.org/10.1063/1.1699044>