

# 基于轨道不平顺的机器学习方法 建模和预测

杜静伟<sup>1\*</sup>, 孙海燕<sup>1</sup>, 赵文博<sup>2#</sup>, 刘铭基<sup>3</sup>

<sup>1</sup>北京航空航天大学, 北京

<sup>2</sup>中国铁道科学研究院集团有限公司基础设施检测研究所, 北京

<sup>3</sup>东北财经大学, 辽宁 大连

收稿日期: 2021年9月8日; 录用日期: 2021年10月4日; 发布日期: 2021年10月11日

## 摘要

针对日常运营中火车轨道在列车荷载冲击作用下导致的轨道不平顺问题, 使用机器学习方法Prophet算法和基于卷积神经网络的时间卷积网络, 对轨道质量指数(TQI)数据进行建模分析和预测。对北京 - 上海某区段的TQI数据进行分析, 并与传统模型ARIMA和三次指数平滑模型进行比较, 发现其精确度更高, 拟合效果更好。说明了所使用方法处理轨道不平顺数据的有效性。

## 关键词

轨道不平顺, 机器学习, Prophet模型, 神经网络, 时间序列预测

# Modeling and Prediction of Machine Learning Method Based on Track Irregularity

Jingwei Du<sup>1\*</sup>, Haiyan Sun<sup>1</sup>, Wenbo Zhao<sup>2#</sup>, Mingji Liu<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing

<sup>2</sup>Infrastructure Inspection Institute, China Academy of Railway Sciences Group Co., Ltd., Beijing

<sup>3</sup>Dongbei University of Finance and Economics, Dalian Liaoning

Received: Sep. 8<sup>th</sup>, 2021; accepted: Oct. 4<sup>th</sup>, 2021; published: Oct. 11<sup>th</sup>, 2021

\*第一作者。

#通讯作者。

文章引用: 杜静伟, 孙海燕, 赵文博, 刘铭基. 基于轨道不平顺的机器学习方法建模和预测[J]. 计算机科学与应用, 2021, 11(10): 2417-2427. DOI: 10.12677/csa.2021.1110247

## Abstract

According to the problem of the track irregularity caused by the impact of train load in daily operation, the machine learning method Prophet algorithm and the temporal convolutional network based on convolutional neural network are used to analyze and predict the track quality index (TQI) data. Analyzing the TQI data of a certain section from Beijing to Shanghai and comparing it with the traditional model ARIMA and Exponential Smoothing models, it is found that the accuracy of Prophet and TCN model is higher and the fitting effect is better. It illustrates the effectiveness of the method that we used to deal with track irregularity data.

## Keywords

Track Irregularity, Machine Learning, Prophet Model, Neural Network, Time Series Prediction

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

铁路轨道是保障列车运行安全的重要结构，在日常运营中轨道在列车荷载的冲击作用下不可避免地会出现变形，引起轨道不平顺。随着客运、货运的高速化、重载化，列车与轨道之前的相互作用日趋剧烈，对轨道平顺性的要求越来越高，对轨道不平顺进行分析和预测防止其进一步恶化成为了保障铁路运输的重要基础。

近年来国内外有大量的学者在轨道不平顺预测方面开展了大量研究工作，预测方法主要分为两类：传统的预测方法和机器学习方法[1]。日本学者杉山德平等利用线路的实际检测数据，对轨道不平顺的短期变化趋势进行了回归分析，并给出了轨道高低不平顺非线性预测公式[2]。Kawaguchi 提出了一种轨向不平顺变化趋势的非线性恶化模型[3]。在机器学习预测方面 Lee 结合人工神经网络(ANN)和支持向量机(SVM)利用两年的轨道几何检测数据进行了平稳预测[4]。常燕龙建立 ARMA-BP 组合模型对 TQI 进行了预测，结果表明 ARMA-BP 模型比 ARMA 模型精度更高更可靠[5]。

经过多年研究，轨道不平顺预测问题已经取得了一些成就，但仍存在一些问题，传统的预测模型仅考虑了部分影响因素，以至所建立的模型预测精度低、预测期短，且只能针对特定线路，有较大的局限性。比如传统模型如 ARIMA 的时间序列预测要求序列平稳，且精度低，基于循环神经网络的长短期记忆模型在处理容量大的数据时计算缓慢。机器学习模型受益于计算机科学技术的发展，具有运算速度快、泛化能力强的优点，可以考虑多种因素影响，处理多维时间序列数据。其中 LSTM、TCN 以及近些年新兴起的 Prophet 等机器学习模型，具有灵活性高、参数可解释性强、预测精度高等优点。Prophet 模型可以提取出时间序列的非线性趋势，季节性和节假日效应，可以将时间序列中突变数据自动看成“假期”，适用于有明显周期性，趋势性的时间序列。时间卷积网络(TCN)因其并行计算功能，解决了长短期记忆模型训练速度慢的问题，在预测时间序列上有更强的泛化能力，且适用于多维时间序列[6]。

本文对以上机器学习方法预测准确性进行对比，找出最适用于轨道不平顺预测的机器学习模型，预测未来一定时期轨道不平顺发展趋势，以期发现轨道已发生或潜在病害，提前进行预防和维修，指导现场养护维修。实验结果表明，Prophet 模型和 TCN 拟合轨道不平顺指标的精确度更高，误差更小，泛化

能力强，并应用于未来半年 TQI 的预测。

## 2. 模型介绍

本节介绍机器学习中的 TCN 模型和 Prophet 模型。

### 2.1. TCN 模型

2016 年 Lea 等人提出了时间卷积网络(Temporal Convolutional Network, TCN)，它是卷积神经网络(CNN)经过改进后处理时间序列数据的新方法，可用于时间序列数据的建模和预测。因其并发计算原理，速度相对于循环神经网络(RNN)有很大提高，具有特征提取能力强，时间序列数据处理精度和效率高，可以处理大量多维数据及长时间跨度的时间序列数据等特点[7]。TCN 方法包含了 3 种基本的结构：因果卷积[8]、膨胀卷积和残差连接。

为了确保未来信息不会遗失，TCN 严格按照时间先后顺序进行卷积操作。时刻  $t$  的卷积只发生在时刻  $t-1$  和  $t-1$  之前的数据，即对于上一层  $t$  时刻的值，只依赖于下一层  $t$  时刻及其之前时刻的值，因果卷积的结构和过程如图 1 所示。

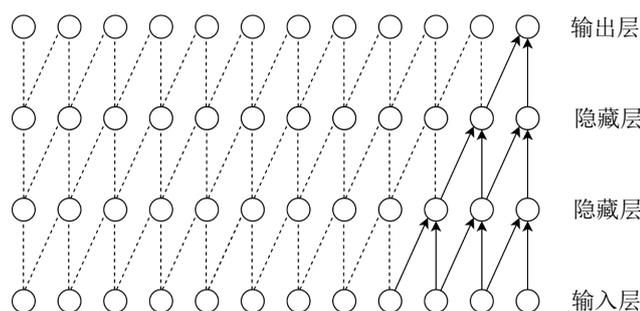


Figure 1. Causal convolution  
图 1. 因果卷积

相对于传统的卷积神经网络，因果卷积无法见到未来数据，它是一个单向的结构，这符合时间序列的特点。设卷积核为  $F = (f_1, f_2, \dots, f_K)$ ，其中  $K$  表示卷积核大小。若输入  $X = (x_1, x_2, \dots, x_T)$ ， $x_T$  处的因果卷积公式为

$$F(x_T) = \sum f_k x_{T-K+k} \quad (1)$$

单纯的因果卷积受限于卷积核的大小，对时间建模的长度有所限制。因此引入膨胀卷积，如图 2 所示。

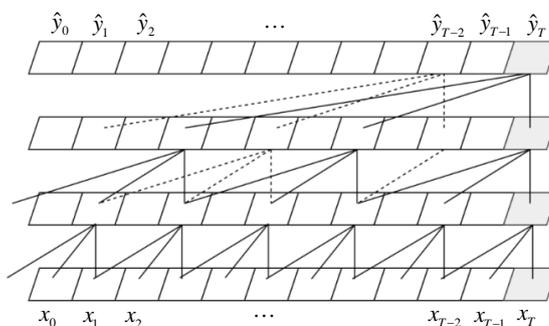


Figure 2. Expansion convolution  
图 2. 膨胀卷积

其可以减少因果卷积在处理跨度大的时间序列的依赖关系时网络的深度，增大感受野。膨胀卷积公式为

$$F_d(x_T) = \sum f_k x_{T-(k-k)d} \quad (2)$$

其中  $d$  为扩张卷积系数。

深层网络容易出现梯度消失和梯度爆炸的问题，残差链接使得网络能够以跨层的方式传递信息，可以解决梯度消失和爆炸的问题[9]，使得浅层网络很容易扩展为深层网络。残差连接如图 3 所示。

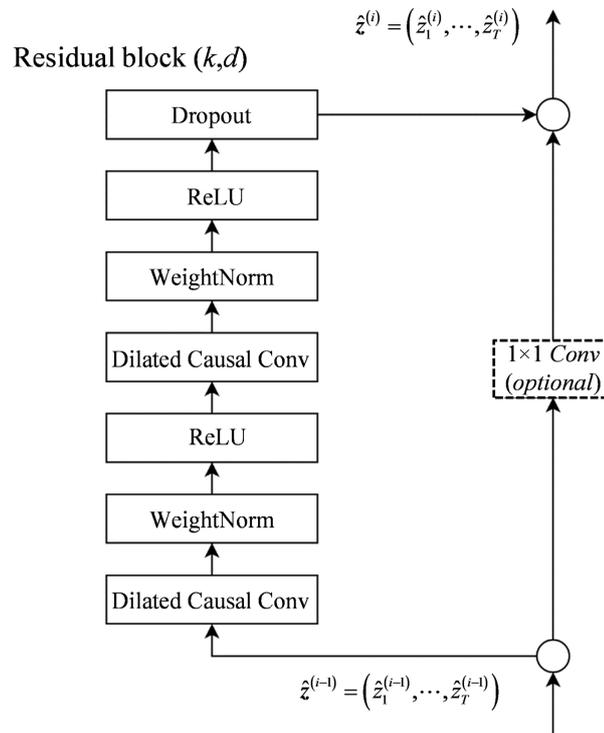


Figure 3. Residual connection  
图 3. 残差连接

TCN 采用并发计算方法，解决了神经网络模型训练速度慢的问题，在预测时间序列数据上有更强的泛化能力，且适用于多维时间序列分析。

## 2.2. Prophet 模型

Prophet 是 2017 年基于 STL 分解新开发的处理时间序列数据的机器学习框架，其中非线性趋势与年、周、日季节性，加上“节假日效应”进行拟合，对具有季节性效应的时间序列数据拟合效果较好。此外，Prophet 对数据缺失和趋势变化具有很强的稳健性，通常能很好地处理异常值[10]。Prophet 工作流程如图 4 所示。

Prophet 使用了一个可分解的时间序列模型，该模型有三个主要的组成部分：趋势项、周期项和节假日项[11]，将他们叠加可构成如下模型

$$y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t \quad (3)$$

其中， $y(t)$  为时间序列在时间  $t$  的观测值； $g(t)$  为趋势项，模拟了时间序列值的非周期性变化； $s(t)$  为

周期项, 代表了周期性变化(例如年, 季, 月等);  $h(t)$  为节假日项, 代表了在一天或多天的潜在不规则时间表上发生的假期影响;  $\varepsilon_t$  为误差项, 假定是服从正态分布的噪声因子。

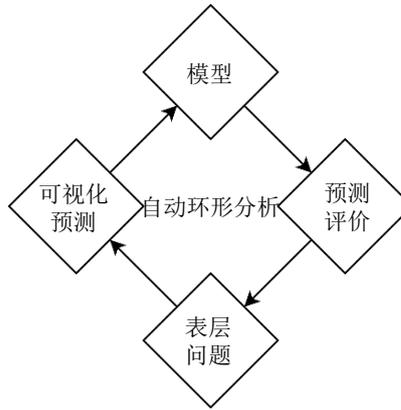


Figure 4. Prophet model flow figure  
图 4. Prophet 模型运行流程图

$g(t)$  公式为

$$g(t) = \frac{C}{1 + e^{-k(t-b)}} \quad (4)$$

其中,  $C$  代表饱和值, 或者说是承载能力、容量,  $k$  代表增长率,  $b$  代表偏移量,  $t$  代表时间。显然, 随着  $t$  的增长,  $1 + e^{-k(t-b)}$  趋近于 1, 于是  $g(t)$  趋近于  $C$ 。

$s(t)$  为周期项, 代表周期性变化(例如, 每周、每月和每季等), 其表达式为

$$s(t) = \sum_{n=1}^N \left( a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{T}\right) \right) \quad (5)$$

其中  $T$  为周期,  $n$  为不超过周期数一半的最大整数。

$h(t)$  为节假日项, 代表了在一天或多天的潜在不规则时间表上发生的假期影响, 其可表示为

$$h(t) = \sum_{i=1}^L k_i I_{D_i}(t) \quad (6)$$

$$Z(t) = (I_{D_1}(t), \dots, I_{D_L}(t)) \quad (7)$$

$$h(t) = Z(t)k' \quad (8)$$

$$k = (k_1, k_2, \dots, k_L) \quad (9)$$

其中  $Z(t)$  为示性函数,  $L$  为节假日个数,  $k$  为节假日的影响范围。将训练集和预测的相同节假日设置为一个虚拟变量, 用  $D_i$  表示第  $i$  个虚拟变量,  $k_i$  是窗口期中设定的节假日影响, 一般  $k_i \sim N(0, \sigma^2)$ , 且  $k_1, k_2, \dots, k_L$  相互独立。

Prophet 模型能很好地处理缺失值与异常值, 运行速度快, 适合工业级应用, 且参数可解释性较强。Prophet 模型的参数相较于神经网络模型的参数, 更加清晰易懂, 在调参过程中更易于改进模型效果。

### 3. 算例分析

本节选取 2015 年 2 月至 2021 年 5 月的轨道质量指标数据进行分析 and 建模预测, 对其进行异常值检

测预处理。使用 Prophet 模型和 TCN 模型进行建模，与 ARIMA 和三次指数平滑模型(Exponential Smoothing)预测结果进行对比，运用 5 种指标对预测准确度进行预测评估。最后使用误差指标最小，精确度最高的 Prophet 模型预测未来 12 期的轨道质量指标。

### 3.1. 数据处理

轨道不平顺的评价主要通过采用统计特征值指标的方法使轨道区段内所有测点的检测值都参与到运算中[12]，铁路工务部分普遍采用的轨道质量指数(TQI)作为一项统计特征值可以在一定程度上反映轨道区段整体不平顺状态及轨道恶化程度[13]。

TQI 以 200 m 长度轨道区段作为计量单元，对单元区段内的轨道几何进行统计，用标准差来表示单项轨道几何不平顺状态，而 TQI 则为一个单元区段内左高低、右高低、左轨向、右轨向、轨距、水平和三角坑等七个单项几何不平顺标准差之和，计算方法如下列公式(11)~(12)。

$$TQI = \sum_{i=1}^7 \sigma_i \quad (10)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_i)^2} \quad (11)$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad (12)$$

式中， $\sigma_i$  为各单项标准差； $n$  为采样点个数； $x$  为不平顺幅值； $\bar{x}_i$  为第  $i$  单项的算术平均值； $x_{ij}$  为第  $i$  单项第  $j$  个采样点的不平顺幅值。

同一单元区段多个检测日期的轨道不平顺计算得到的 TQI 构成时间序列。动态检测时，由于设备故障、天气干扰等原因可能使得某次检测数据存在异常，表现为过大或过小偏离临近几次的检测结果，视为异常值。

时间序列异常值检测常采用 S-H-ESD (Seasonal Hybrid ESD)检测方法[14]，它可以检测多个异常值，且召回率高，鲁棒性强。该方法通过删除观察值来构造检验异常值的统计量。若假设时间序列有不多于  $M$  个异常值，则需进行  $M$  个假设检验，原假设为样本点不是异常值。在每一个假设检验中，计算与中位数偏离最远的残差，其中计算中位数时的数据序列应是删除前一个假设检验中最大残差样本数据后，检验统计量是残差与相应的绝对中位差的比值。与相应的临界值进行比较，若检验统计量的值大于临界值，则拒绝原假设，认为该样本点是异常点，否则接受原假设，认为该样本点不是异常点。

选取两组分别具有周期特征的 K48.4 区段和趋势特征的 K24.4 区段轨道质量指标数据，对其进行异常值检测。对 K48.4 区段数据使用 S-H-ESD 方法进行异常值检测，在显著性水平  $\alpha = 0.05$  下，无异常值。

对 K24.4 区段数据进行异常值检测，检测结果如图 5 所示，该区段检测到 4 个异常值，剔除该异常值。在显著性水平  $\alpha = 0.10$  下，检测出的异常值如表 1 所示。

**Table 1.** Orbital data outliers

**表 1.** 轨道数据异常值

检测日期	轨道数据
2012-12-25	0.16
2013-02-05	1.72
2013-04-08	0.19
2017-05-23	0.91

将检测出来的异常值用星号标记出来，如图 5 所示。

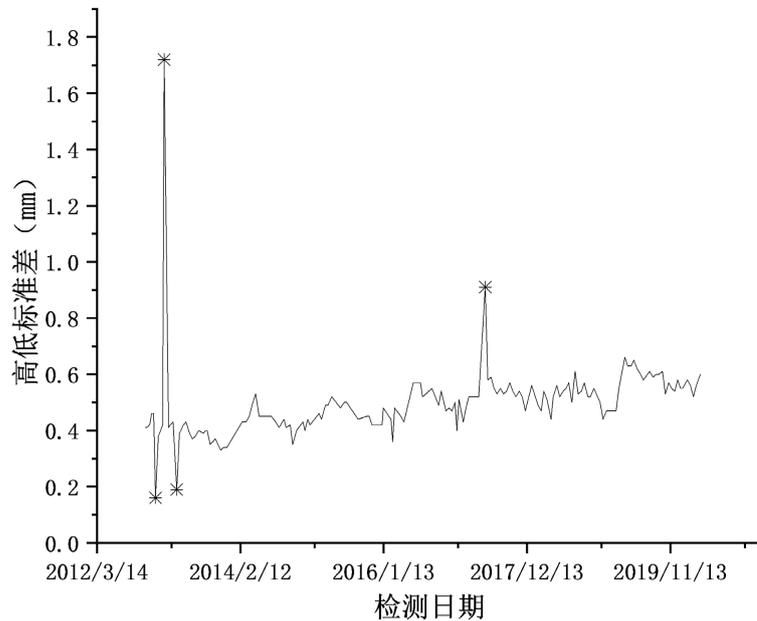


Figure 5. S-H-ESD outlier detection  
图 5. S-H-ESD 异常值检测

原始的时间每次测量的时间间隔是不同的，这就需要进行数据处理，统一成时间间隔相同的月度数据。具体流程如图 6 所示。



Figure 6. Data pre-processing  
图 6. 数据预处理

数据重采样：将数据取月度平均；

线性插值：转换后的月度数据可能存在空值，对其进行线性插值。

### 3.2. 预测模型对比

本节选取 2020 年 6 月至 2021 年 5 月轨道质量指标数据进行建模分析。采用 MSE (均方误差)、RMSE (均方根误差)、MAE (平均绝对误差)、MAPE (平均绝对百分比误差)、SMAPE (对称平均绝对百分比误差) 等指标对模型精度进行评价。设有  $n$  个数据， $y_1, y_2, \dots, y_n$ ， $\hat{y}_i$  为  $y_i$  的估计值，则具体计算公式如下，数值越低表明误差越小。

MSE (Mean Squared Error):

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad (13)$$

RMSE (Root Mean Square Error):

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2} \tag{14}$$

MAE (Mean Absolute Error):

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\hat{y}_i - y_i| \tag{15}$$

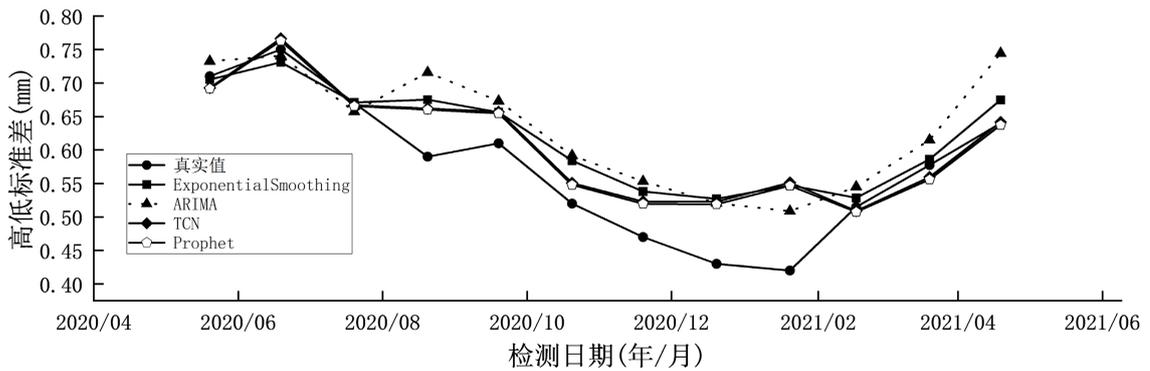
MAPE (Mean Absolute Percentage Error):

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right| \times 100\% \tag{16}$$

SMAPE (Symmetric Mean Absolute Percentage Error):

$$SMAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|\hat{y}_i - y_i|}{\left( \frac{|\hat{y}_i| + |y_i|}{2} \right)} \times 100\% \tag{17}$$

本节选取 ARIMA、三次指数平滑模型作为比较基准，运用 5 种指标对预测准确度进行预测评估。各个模型对比结果如图 7 所示。



**Figure 7.** Comparison of results of different models  
**图 7.** 不同模型结果对比

从图 7 可以看出，整体上来看 Prophet 模型和 TCN 模型的预测值比 ARIMA、三次指数平滑模型的预测值更加接近真实值，进一步，也可以看出 Prophet 模型比 TCN 模型效果较优。为了更准确的比较四种模型的预测效果，在此用五种误差指标作为评价标准，其计算结果如表 2 所示。

**Table 2.** Performance comparison of different models (3 decimal places reserved)  
**表 2.** 不同模型性能对比(保留 3 位小数)

	MSE	RMSE	MAE	MAPE	SMAPE
Exponential-Smoothing	0.004	0.062	0.047	0.095	0.088
ARIMA	0.005	0.072	0.062	0.117	0.108
TCN	0.003	0.056	0.041	0.083	0.076
Prophet	0.003	0.054	0.040	0.081	0.074

由表 2 可以看出，相对于其它两种模型，综合五种指标来看，TCN 模型和 Prophet 模型的表现优于

ARIMA、三次指数平滑模型，预测精度更高。而 Prophet 比 TCN 的综合误差更小，预测效果更好。

### 3.3. 模型应用

由 3.2 节可知，Prophet 模型相对于其他模型预测效果更好，因此本小节选取两组分别具有周期特征的 K48.4 区段和趋势特征的 K24.4 区段轨道质量指标数据，使用 Prophet 模型进行效果分析和预测。

选取 K48.4 区段进行实证分析，2015 年 2 月~2020 年 5 月共 64 个数据为训练集，2020 年 6 月至 2021 年 5 月共 12 个数据为测试集，并向后预测 12 个月。

在使用 Prophet 时，参数的选取直接影响到模型预测的效果。乘法季节性是一个重要参数。时间序列具有明显的周期性，但季节性并不像模型所假设的是一个恒定加法因子，可以使用乘法季节性来进行调整。另一个重要的参数是趋势变化点的范围，模型默认值为 0.8，即趋势变更点只对时间序列的前 80% 进行推断，以便有足够的空间来预测未来的趋势，并避免在时间序列预测结束时过度拟合波动。这个默认值在很多情况下有效，但不是所有情况。经过试验，将其设置为 0.95，这样扩大了趋势变更点的覆盖范围，以便更好地适应数据变化情况。

图 8 为 Prophet 拟合历史数据及预测未来 12 期的情况。对轨道质量指标数据做移动平均，如图 8 虚线部分，可以看出该区段的趋势性并不明显。

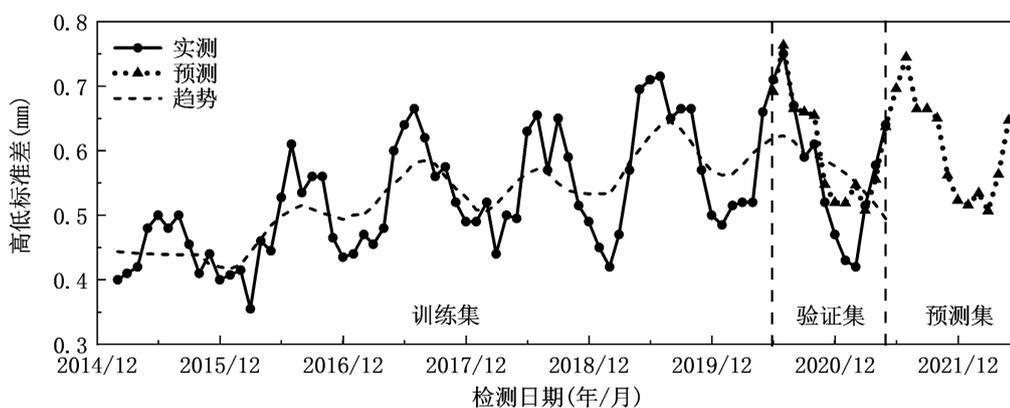


Figure 8. K48.4 section demo

图 8. K48.4 区段演示

由图 8 可以看出，在预测集中，模型预测值的高点在 0.75 左右，超出了轨道质量指标的正常范围，说明轨道在此区段可能存在不平顺的问题，需要对此区段进行进一步的检查。对未来 12 个月的轨道质量情况进行预测，结果如表 3 所示。

Table 3. Forecast results of K48.4 in the future 12 periods

表 3. K48.4 区段未来 12 期预测结果

日期(年/月)	预测值
2021/6	0.70
2021/7	0.74
2021/8	0.66
2021/9	0.66
2021/10	0.65
2021/11	0.56

Continued

2021/12	0.52
2022/1	0.52
2022/2	0.53
2022/3	0.51
2022/4	0.56
2022/5	0.65

从图 8 可以看出，表 3 的预测值延续了历史数据的周期性。

下图为 K24.4 区段数据图，对该区段的轨道质量指标数据做移动平均，如图 9 虚线部分，可以看出该区段趋势性比较强，使用 prophet 模型预测未来 12 期结果如图 9 所示。

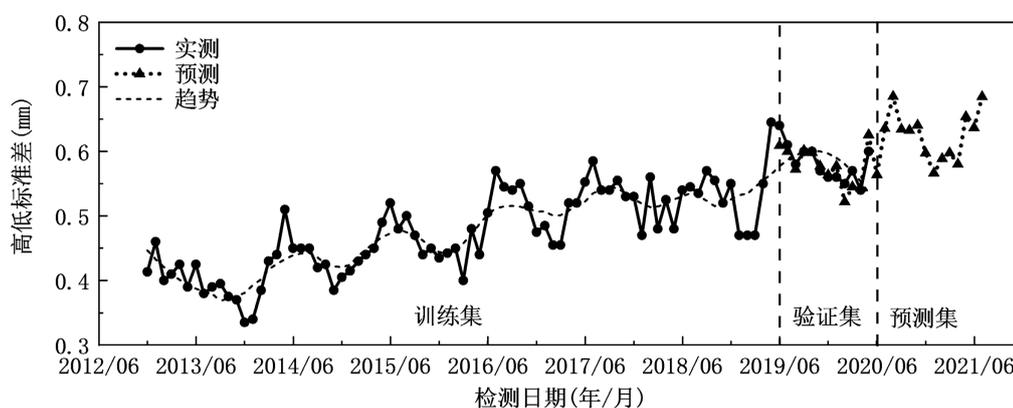


Figure 9. K24.4 section demo  
图 9. K24.4 区段演示

由图 9 可以看出该区段呈明显的上升趋势，说明轨道不平顺问题随着使用时间增加会越来越严重。对未来 12 个月的轨道质量情况进行预测，结果如表 4 所示。

Table 4. Forecast results of K24.4 in the future 12 periods  
表 4. K24.4 区段未来 12 期预测结果

日期(年/月)	预测值
2020/6	0.56
2020/7	0.64
2020/8	0.69
2020/9	0.63
2020/10	0.63
2020/11	0.64
2020/12	0.60
2021/1	0.57
2021/2	0.59
2021/3	0.60
2021/4	0.58
2021/5	0.65

从图 9 可以看出, 表 4 中的预测结果很好的延续了历史数据的上升趋势。

#### 4. 结论与展望

实验证明, Prophet 模型能够更好地揭示模型变量(季节性特征、增长的趋势等), 比较符合实际值的发展趋势, 且误差更小, 模型精度和效率更高。长时间的规模预测可以帮助我们从宏观层面分析事物的变化规律与未来发展趋势。对于轨道质量指标这种具有季节性特征、趋势特征的数据, Prophet 模型能够利用历史数据进行长时间的规模预测, 提高了预测速度与精度, 对于铁路的正常运行和及时诊断检修, 保证铁路安全具有重要意义。

Prophet 方法的不足之处是无法处理多维度时间序列数据, 但轨道质量指标数据往往是多维度时间序列数据, 而基于卷积神经网络的 TCN 模型可以用来处理此类数据, 并因其并发式计算原理, 处理数据速度快, 因此可以尝试使用 TCN 模型进行分析和预测。而如何进行 TCN 模型的调参, 以增强模型泛化能力和提高精确度是需要思考的问题。

使用机器学习方法对未来发展趋势进行建模和预测, 从而科学合理地根据轨道几何质量状态的优劣程度编排养护维修计划, 对实现维修资源的合理配置、提高维修效率等产生了极其重要的现实意义和理论价值。

#### 致 谢

感谢中国国家铁路集团有限公司系统性重大基金项目的支持。

#### 基金项目

中国国家铁路集团有限公司系统性重大项目(P2020T001)。

#### 参考文献

- [1] 常惠, 饶志强, 赵玉林. 轨道几何不平顺的预测研究进展[C]//中国计算机用户协会网络应用分会 2019 年第二十三届网络新技术与应用年会, 2019.
- [2] 许玉德, 李海峰, 周宇. 铁路轨道高低不平顺的预测方法[J]. 同济大学学报, 自然科学版, 2003, 31(3): 291-295.
- [3] Kawaguchi, A. and Miwa, M. (2005) Actual Data Analysis of Alignment Irregularity Growth and Its Prediction Model. *Quarterly Report of RTRI*, **46**, 262-268. <https://doi.org/10.2219/rtriqr.46.262>
- [4] Lee, J.S., Hwang, S.H., Choi, I.Y., et al. (2018) Prediction of Track Deterioration Using Maintenance Data and Machine Learning Schemes. *Journal of Transportation Engineering Part A: Systems*, **144**, Article ID: 04018045. <https://doi.org/10.1061/JTEPBS.0000173>
- [5] 常燕龙. ARMA-BP 组合模型在某高速铁路轨道不平顺预测中的应用[J]. 科学技术创新, 2021(12): 21-22.
- [6] 李志国, 钟将, 钟璐蔓. 复杂事件管理的多元时序数据处理技术研究[J]. 计算机科学, 2019, 46(6): 61-69.
- [7] Gan, Z., Li, C., Zhou, J., et al. (2021) Temporal Convolutional Networks Interval Prediction Model for Wind Speed Forecasting. *Electric Power Systems Research*, **191**, 106865. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2020.106865>
- [8] 孔震, 张华鲁, 岳圣凯, 袁明磊, 路通. 基于时域卷积网络的多尺度双线性天气预测模型[J]. 图学学报, 2020, 41(5): 80-86.
- [9] 郭继昌, 吴洁, 郭春乐, 等. 基于残差连接卷积神经网络的图像超分辨率重构[J]. 吉林大学学报(工学版), 2019, 49(5): 1726-1734.
- [10] 沈时宇, 陈明. Prophet 时序模型在短期水质溶氧预测中的应用[J]. 渔业现代化, 2020(3): 29-35.
- [11] 赖慧慧. 基于时间序列 Prophet 模型的乘用车消费税预测[J]. 税收经济研究, 2020(1): 34-39.
- [12] 罗微. 高低和 TQI 的轨道不平顺预测模型研究[D]: [硕士学位论文]. 成都: 西南交通大学, 2013.
- [13] 魏世斌, 杨凤春, 翁绍德. 轨道质量指数的研究和应用[J]. 中国铁道科学, 1996(2): 23-33.
- [14] Hochenbaum, J., Vallis, O.S. and Kejariwal, A. (2017) Automatic Anomaly Detection in the Cloud via Statistical Learning. arXiv:1704.07706 [cs.LG]