

定日镜场地光学效率模拟中的蒙特卡洛光线跟踪方法中时间采样点灵敏度分析研究

叶晋炜, 何才透

温州大学计算机与人工智能学院, 浙江 温州

收稿日期: 2026年2月4日; 录用日期: 2026年3月3日; 发布日期: 2026年3月16日

摘要

为提高塔式太阳能光热电站定日镜场对接收器的光学效率模拟的精度与计算效率, 本文开展了时间采样点设置的灵敏度分析研究。通过构建融合Buie太阳模型、微表面散射模型及简化大气传输模型的光学仿真框架, 以单位镜面面积年均输出热功率为评价指标, 系统考察了日期采样(4日、12日、36日)与日内时段采样(5、7、13、25时点)对模拟结果的影响。研究基于GPU并行的蒙特卡洛光线追踪方法, 实现了高效率的大规模镜场仿真。结果表明: 时间采样密度与模拟精度显著相关, 其中时段采样对结果的影响更为敏感; 在相同计算资源下, “12日 × 13时点”采样方案可在保证模拟误差低于0.01%的同时, 大幅降低计算成本, 是兼顾精度与效率的较优策略。本研究为定日镜场光学仿真中的时间采样设置提供了定量依据, 对提升镜场设计优化效率具有实际工程意义。

关键词

计算机仿真, 塔式太阳能, 并行计算, 灵敏度分析

A Study on the Sensitivity Analysis of Time Sampling Points in Optical Efficiency Simulation of Heliostat Fields Using Computer Simulation

Jinwei Ye, Caitou He

College of Computer Science and Artificial Intelligence, Wenzhou University, Wenzhou Zhejiang

Received: February 4, 2026; accepted: March 3, 2026; published: March 16, 2026

Abstract

To enhance both the accuracy and computational efficiency in simulating the optical efficiency of heliostat fields toward receivers in solar power tower systems, this paper conducts a sensitivity analysis on the selection of time sampling points. By establishing an optical simulation framework that integrates the Buie sun shape model, a micro-surface scattering model, and a simplified atmospheric transmission model, and using the Annual Flux per unit Area as the evaluation metric, the study systematically investigates the influence of date sampling (4, 12, and 36 days) and intraday time sampling (5, 7, 13 and 25 points) on simulation results. A GPU-accelerated Monte Carlo ray tracing method is employed to enable high-efficiency large-scale field simulation. The results indicate that time sampling density significantly affects simulation accuracy, with intraday sampling showing higher sensitivity. Under the same computational constraints, the “12 days × 13 time points” sampling strategy achieves a simulation error below 0.01% while substantially reducing computational costs, representing an optimal balance between accuracy and efficiency. This research provides a quantitative basis for time sampling configuration in optical simulations of heliostat fields and offers practical guidance for improving the efficiency of field design and optimization.

Keywords

Computer Simulation, Solar Power Tower, Parallel Computing, Sensitivity Analysis

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在全球积极应对能源问题与气候变化的大背景下, 太阳能作为一种清洁、可再生的能源, 其高效开发利用受到广泛关注。太阳能光热发电因其可与储热系统及火电结合、实现连续稳定发电、调节能力强等优势, 已成为可再生能源领域的发展热点, 被视为未来替代传统煤电的重要技术路线之一[1][2]。在多种太阳能热发电技术路线中, 塔式太阳能光热发电系统以其聚光能力强、运行温度高等特点备受重视, 其主要由聚光集热、热交换、蓄热与发电四部分构成。

在塔式太阳能光热发电系统中, 定日镜场作为聚光集热系统的核心部件, 承担将太阳辐射能反射至吸热器的重要作用, 是能量转换的初始环节。其光学效率直接决定电站整体对太阳能的捕获与利用能力, 对电站发电性能具有决定性影响。此外, 定日镜及其相关建设成本在系统总投资中占比较高[3], 因此, 对定日镜场光学效率进行准确模拟与评估尤为关键。

定日镜场的光学效率是由多个关键因素共同决定的, 主要包括余弦效率、大气透射损失、镜面反射率、阴影遮挡效率以及截断效率。在这些影响因素中, 阴影遮挡效率与截断效率的计算逻辑最为复杂。目前, 针对定日镜场截断效率的主流计算手段分为几何分析法[4]与蒙特卡洛光线追踪法[5]。前者计算速度快, 但受限于理想化高斯假设, 在处理非线性偏差时存在精度不足的问题; 后者尽管物理精确度高且算法灵活, 在面对大规模镜场仿真时却面临着显著的计算效率瓶颈。

在光学效率的计算机仿真过程中, 时间采样点的设置对模拟结果的精度具有显著影响。不同采样频率或采样间隔可能导致模拟结果出现偏差, 进而影响对定日镜场性能的真实评估以及后续优化方案的科学性。因此, 开展时间采样点灵敏度分析, 系统探究采样策略对定日镜场光学效率模拟的影响, 对于提

升仿真精度、指导镜场优化设计、降低电站成本、提高发电效率具有重要的工程与理论意义。

基于上述背景, 本文聚焦于计算机仿真在定日镜场光学效率模拟中的应用, 重点研究时间采样点设置对模拟结果的敏感性。通过构建高精度的定日镜场光学模型, 并依托 GPU 并行计算实现高效仿真, 开展系统性的时间采样灵敏度实验, 对比分析不同采样策略下光学效率模拟结果的差异, 旨在为定日镜场光学效率仿真提供更为科学、合理的时间采样建议。

2. 定日镜场模型建立

2.1. 太阳模型和微定日镜表面模型

为精确获取定日镜场的光学效率, 需对太阳辐射及定日镜表面微观结构进行精细化建模。鉴于入射太阳光束具有特定的角度分布特征, 经定日镜反射后的能流光束将发生一定扩散, 进而影响接收器端的截断效率。为此, 本文采用 Buie 太阳形状模型[6]来精确刻画定日镜的光学性能。该模型能够更真实地反映太阳盘面的能量分布, 包括边缘昏暗效应以及中心辐射强度的非线性变化。

在塔式光热发电系统中, 定日镜通常采用方位角 - 俯仰角双轴跟踪模型[7][8], 将太阳光束反射至接收器(图 1 左)。在已知定日镜中心点位置、接收器瞄准点坐标以及太阳矢量(全局坐标系下)的条件下, 可依据光学反射定律求解定日镜的法线方向。由于定日镜反射面并非理想光滑平面, 其表面微观粗糙度会导致反射光束产生扩散现象。为更真实地模拟定日镜的光学特性, 本文首先将定日镜表面离散化为微元单元, 随后通过引入两个随机角度变量 α 和 γ (其中 α 服从均匀分布 $U(0, 2\pi)$, γ 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$) 对每个微元定日镜的法线方向施加方位角与倾斜度偏差(图 1 右)。

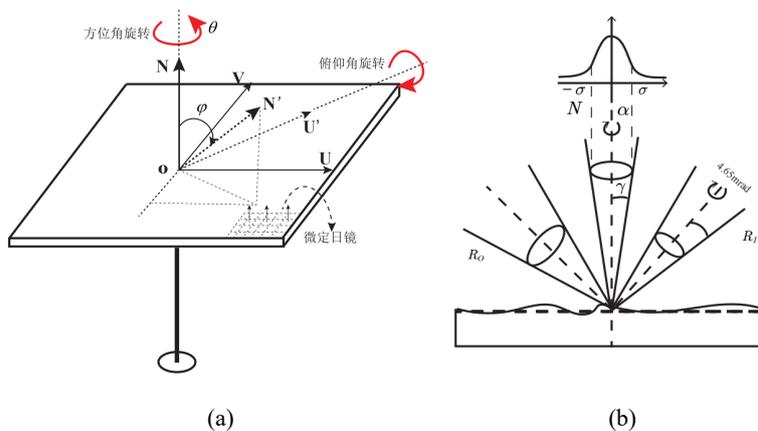


Figure 1. Heliostat tracking model and micro-surface normal deviation
图 1. 定日镜跟踪模型和微表面法向扰动

2.2. 定日镜光学效率

在定日镜场工作效率的评估中, 光学效率是最为核心的评价指标, 主要包含余弦效率、阴影遮挡效率、截断效率、大气透射率及镜面反射率五个部分。这些分量共同决定了定日镜场对太阳辐射能的收集与转化能力。光学效率的计算可以表示为:

$$\eta = \eta_{\cos} \cdot \eta_{s\&b} \cdot \eta_{at} \cdot \eta_{trunc} \cdot \eta_{ref} \quad (1)$$

式中各项含义如下:

余弦效率 η_{\cos} : 表示定日镜反射光线中可被有效收集的能量比例, 其物理本质与太阳光线入射角度密

切相关。入射角越小(越接近垂直入射),有效收集的能量占比越高,因此该效率反映了定日镜对太阳辐射方向的适应能力。

阴影遮挡效率 $\eta_{s\&b}$:指太阳光线传播过程中未被相邻定日镜阻挡的能量比例。其中,入射光被遮挡称为“阴影”,反射光被遮挡称为“遮挡”。该效率在光学效率各组成部分中计算最为复杂、耗时最长,影响也最为关键。实际大规模镜场中,由于定日镜布置密集且太阳位置动态变化,部分定日镜在特定时段会因临近镜体或吸收塔遮挡,导致接收的太阳辐射显著减弱甚至中断,进而严重影响整体光学效率。

截断效率 η_{trunc} :表征反射光束中被接收器成功捕获的能量比例。其主要影响因素为定日镜与接收器之间的距离。距离过远会导致光束扩散超出接收器有效面积,距离过近则可能因光束聚焦偏差而无法完全覆盖接收面,两者均会造成截断效率显著下降。

大气透射率 η_{at} :反映光线在大气传播过程中因吸收与散射造成的能量衰减。太阳辐射经过大气时,会与气体分子、气溶胶等发生相互作用,导致到达定日镜表面的辐射强度减弱,衰减程度与大气成分、湿度、能见度等气象条件密切相关。本文采用简化大气透射模型[9],主要考虑传播距离对辐射强度的影响。

镜面反射效率 η_{ref} :取决于定日镜表面的粗糙程度,表征入射光线经镜面反射后得以保留的能量比例。镜面粗糙度越低,反射过程中的能量损失越小,反射效率越高,是决定定日镜自身光学性能的关键参数。

2.3. DNI

直接法向辐射照度(Direct Normal Irradiance,简称 DNI)是定日镜场光学效率评估中不可或缺的关键辐射参数,指垂直于太阳入射方向的单位面积上所接收的直接太阳辐射通量密度。其数值随时间动态变化,直接决定了定日镜可收集的太阳辐射能量基数,是影响定日镜场实际能量输出效果的重要前提条件。

DNI 数值的大小直接影响定日镜场的光能输入总量:数值越高,定日镜表面接收的太阳辐射能量密度越大,在相同光学效率条件下,镜场能够聚焦至吸收器的能量也越多;反之,若 DNI 较低,则能量输入受限,即便光学效率表现良好,最终的能量收集效果也会受到制约。

在定日镜场地光学效率仿真过程中,DNI 的准确获取与建模是保证模拟结果可靠性的基础。本文采用简化的 DNI 模型[9],该模型综合考虑了地理纬度、海拔(ALT)等因素对 DNI 的影响,具体公式如下:

$$DNI = G_0 \cdot \left(a + b \cdot e^{\frac{c}{\sin \phi}} \right) \left(W/m^2 \right) \quad (2)$$

其中,

$$\begin{aligned} G_0 &= 1.366 \text{ km}/m^2 \\ a &= 0.4237 - 0.00821 \cdot (6 - ALT)^2 \\ b &= 0.5055 + 0.00595 \cdot (6.5 - ALT)^2 \\ c &= 0.2711 + 0.01858 \cdot (2.5 - ALT)^2 \end{aligned}$$

图 2 是 36°N 地区中 DNI 随时间变化的趋势。从图中可以看出,DNI 在一天中的变化关于正午 12 点对称,而在一年中关于 6 月 21 日基本呈对称趋势。

2.4. 时间采样点灵敏度评估指标

随时间变化,镜场光学效率与 DNI 均呈动态变化,若仅以光学效率为评价指标,难以有效分析 DNI 对时间采样点的敏感性。因此,本文引入单位镜面面积年均输出热功率(AFPA)作为综合评价指标,用以考察时间采样点设置对 DNI 变化及其能量贡献的影响,具体计算公式如下:

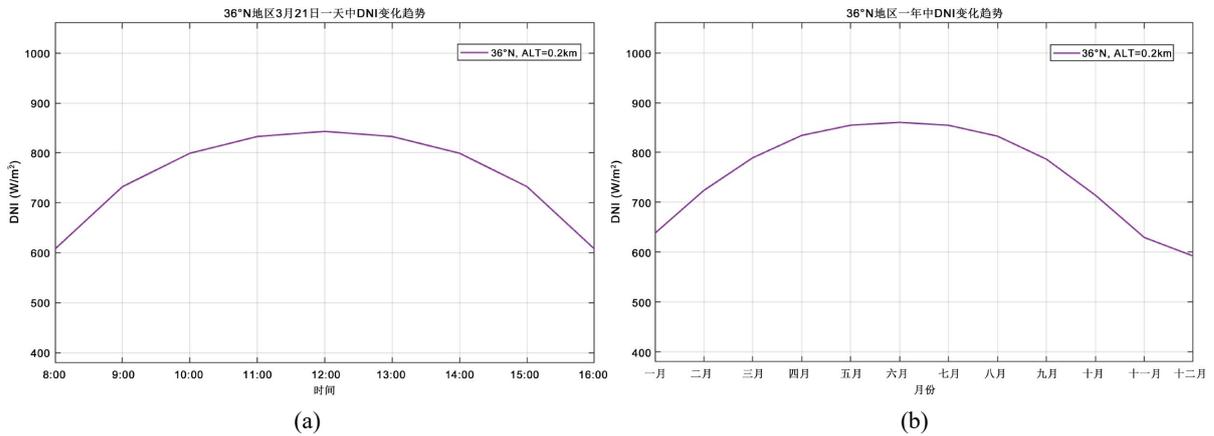


Figure 2. Visualization of the DNI model at 36°N
图 2. 36°N 地区 DNI 的变化趋势

$$\text{AFPA} = \frac{\int_t \sum_{j=0}^{N-1} \eta_j(t) \cdot \text{DNI}(t) \cdot A_j dt}{\int_t dt \sum_{j=0}^{N-1} A_j} \quad (3)$$

其中, A_j 表示第 j 面定日镜的面积, 积分区间为 1 年。根据定义, AFPA 指标的单位为瓦/平方米(W/m^2)。该指标通过综合考虑太阳辐射条件的动态变化, 提供了单位镜面面积年均输出热功率的综合度量。

3. 基于 GPU 的蒙特卡洛光线追踪

3.1. 基于 GPU 的 MCRT 方法

我们在 GPU 上采用并优化了双向蒙特卡洛光线追踪算法[10], 以高效处理最耗时的定日镜光学效率分量计算。该算法通过 GPU 并行计算统计被定日镜反射后最终抵达接收器的光线比例来实现这一目标。具体而言, 算法在目标定日镜反射面上生成均匀分布的虚拟光线, 并分别并行追踪其朝向太阳和接收器的路径。

针对阴影遮挡效率计算, 为提升仿真效率需避免不必要的射线-定日镜相交检测。首先, 为每个定日镜建立立方体轴向包围盒; 其次, 在 CPU 端构建辅助数据结构, 将整个定日镜场在空间上划分为多个尺寸均等的连续立方体体素。体素边长经验性设置为定日镜对角线长度的两倍。随后, 若某定日镜的包围盒与特定场域体素相交, 则将该定日镜分配到对应体素中。这种设计确保定日镜与场域体素的关联关系不随定日镜旋转而改变。若定日镜包围盒跨越多个场域体素, 其索引将被重复存储在所有相关体素中。定日镜-体素关联关系以数组形式记录并传输至 GPU 进行后续处理。

随后, 采用 3D-DDA 算法[10][11]进行快速射线-定日镜碰撞检测。当每条光线在 GPU 上以固定步长穿越场域体素时, 会与途经体素中存储的定日镜进行几何相交检测。若光线与任一定日镜相交, 则被标记为被遮挡光线并终止追踪, 同时根据光线索引更新阴影遮挡效率数组(记为 S&B 数组)。否则, 算法通过射线-接收器相交检测判断光线是否成功抵达接收器, 结果记录于另一数组(记为 SPI 数组)。所有光线处理完毕后, 利用 GPU 共享内存对 S&B 数组和 SPI 数组进行归约求和, 从而获得目标定日镜的阴影遮挡因子及截断效率。

该基于 GPU 的蒙特卡洛光线追踪算法在配备 Intel(R) Core(TM) i7-13700 CPU (主频 2.10 GHz)和 NVIDIA GeForce RTX 3060(12G)GPU 的台式机上实现。所有代码均采用 C++与 CUDA 11.3 编写, 在 64 位 Windows 11 操作系统下通过 Visual Studio 2019 编译完成。该算法为大规模定日镜场的实时仿真与优

化提供了高效支持。

3.2. 算法正确性验证

为验证所提出的基于 GPU 的 MCRT 算法, 本文对 3 月 21 日中午 12 时与 SolTrace [12]进行了仿真对比实验。通过 SolarPILOT [13]生成了一个由 3807 面定日镜构成的虚拟镜场(图 3), 该镜场假定位于美国犹他州, 详细定日镜场参数见表 1。两种方法均对单面定日镜追迹 3×10^6 条光线, 以评估整个镜场的主要光学效率指标。表 2 展示了两种方法的对比结果。实验表明, 本文提出的 MCRT 方法能够获得与 SolTrace 精度相当的仿真结果, 印证了仿真框架的稳健性。值得关注的是, 本方法的计算速度较 SolTrace 提升了三个数量级。

Table 1. Heliostat field parameters

表 1. 定日镜场参数

太阳	太阳模型	Buic 模型
	太阳张角	18.6 mrad
接收器	形状	圆柱体
	高度	8 m
	半径	3.5 m
	位置	{0, 0, 120}
定日镜	形状	矩形, 平面镜
	长度	7.5 m
	宽度	6 m
	安装高度	5 m
	镜面反射率	0.92
	法向扰动	1.0 mrad

Table 2. Simulation results of SolTrace and the proposed MCRT method

表 2. SolTrace 与提出 MCRT 方法的计算结果对比

	SolTrace	MCRT	误差(%)
阴影和余弦效率(%)	80.15	80.08	0.07
遮挡效率(%)	99.97	99.98	0.01
截断效率(%)	90.84	90.75	0.09
镜场光学效率(%)	72.81	72.65	0.15
单面定日镜计算时间(ms)	6200	1	

4. 时间灵敏度实验及分析

4.1. 实验参数设置

镜场光学效率各分量均随时间动态变化, 而高精度仿真往往伴随巨大的计算开销。为在保证模拟精度的前提下提升计算效率, 本文对定日镜场仿真中的时间参数开展灵敏度分析实验。在计算年均光学效率时, 时间参数主要沿两个维度展开: 一年内的采样日期和一天内的采样时间。

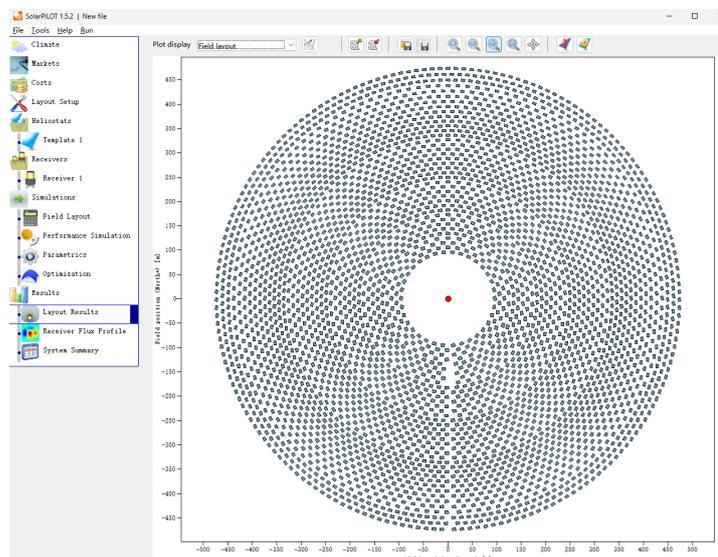


Figure 3. Heliostat field generated in SolarPILOT

图 3. SolarPILOT 生成的定日镜场

为考察全年太阳位置变化对镜场效率的影响, 本文设置了 3 种具有代表性的日期采样方案(表 3)。方案一选取春分(3 月 21 日)、夏至(6 月 21 日)、秋分(9 月 21 日)、冬至(12 月 21 日)这 4 个关键天文日期; 方案二扩展至全年每月 21 日, 共 12 个采样点; 方案三进一步加密, 在每月 21 日基础上每间隔 10 天补充采样, 全年共计 36 个采样日。该设计旨在逐步增加时间采样密度, 从而分析日期采样对年均效率评估的影响趋势。

在日间有效辐照时段(9:00~15:00)内, 本文设计了 3 种不同密度的采样方案(表 4), 以探讨日内时间分辨率对光学效率模拟的影响。方案一每日采样 5 次, 间隔 1.5 小时; 方案二采样 7 次, 间隔 1 小时; 方案三和方案四进一步加密至间隔 0.5 和 0.25 小时, 每日采样 13 和 25 次。该梯度设计便于量化分析时间分辨率提升对模拟精度的影响程度。

Table 3. 3 types of sample dates

表 3. 3 种采样日期

采样数量	采样说明
4	春分、夏至、秋分、冬至
12	全年每月 21 日
36	在每月 21 日的基础上, 每间隔 10 天进行一次采样

Table 4. 3 types of sample times

表 4. 3 种采样时间

采样数量	采样时间
5	9:00~15:00, 每隔 1.5 h 采样
7	9:00~15:00, 每隔 1 h 采样
13	9:00~15:00, 每隔 0.5 h 采样
25	9:00~15:00, 每隔 0.25 h 采样

4.2. 实验结果分析

本实验采用日期采样与时段采样相结合的方案设计, 以 SolarPILOT 生成的 Delsol 镜场为研究对象, 对定日镜场光学效率模拟的时间采样点灵敏度开展系统研究。如表 5 所示, 实验将三种日期采样方案(4 日、12 日、36 日)与三种时段采样方案(5 时点、7 时点、13 时点、25 时点)进行交叉组合, 共形成 12 种采样策略。每种策略均计算了单位镜面面积年均输出热功率(AFPA)及对应的模拟误差, 其中误差以采样 365 日, 25 时点的 AFPA 计算结果为参照进行度量。实验结果如表 5 和图 4 所示。

Table 5. The results of time point sensitivity analysis

表 5. 时间采样点灵敏度实验结果

方案(日期*时点)	η	η_{\cos}	$\eta_{s\&b}$	η_{trunc}	AFPA	误差
4*5	0.565	0.767	0.935	0.908	0.432	1.32%
4*7	0.568	0.769	0.937	0.907	0.438	0.75%
4*13	0.570	0.771	0.939	0.906	0.443	0.18%
4*25	0.571	0.772	0.939	0.906	0.444	0.02%
12*5	0.566	0.767	0.937	0.908	0.433	1.27%
12*7	0.569	0.769	0.939	0.907	0.439	0.57%
12*13	0.572	0.771	0.941	0.906	0.445	0.01%
12*25	0.572	0.772	0.941	0.906	0.446	0.00%
36*5	0.567	0.767	0.937	0.908	0.434	1.13%
36*7	0.569	0.769	0.939	0.907	0.440	0.57%
36*13	0.572	0.771	0.941	0.906	0.445	0.01%
36*25	0.572	0.772	0.941	0.906	0.446	0.01%
GT	0.572	0.772	0.941	0.906	0.446	

随着日期采样数量(从 4 日增加至 36 日)与时段采样数量(从 5 时点增加至 25 时点)的提升, AFPA 模拟值均呈现逐步增加趋势, 误差相应显著降低。当采用 12 日 \times 13 时点采样策略时, 模拟误差已降至极低水平, 表明该采样密度已能较好地逼近准确的结果。

在相同日期采样方案下, 时段采样数量的增加所带来的精度提升更为明显。例如, 在 4 日采样方案中, 时段从 5 时点增加至 25 时点, 误差由 1.32%显著下降至 0.02%。这说明日内太阳位置及 DNI 的快速变化对光学效率模拟的影响较为显著, 提高时段分辨率是提升年均效率模拟精度的关键。

日内采样敏感度较高的物理成因主要包括以下三个方面:

首先, 太阳高度角与方位角的连续变化导致余弦效率日内波动显著。在日出和日落时段, 太阳高度角较低, 入射角较大, 余弦效率迅速下降; 正午前后, 太阳高度角达到峰值, 余弦效率相应升高。这种非线性的日内变化特征使得低分辨率时段采样难以捕捉余弦效率的峰值与谷值, 从而引入较大误差。

其次, 阴影遮挡效率呈现显著的时段聚集性特征。在大规模定日镜场中, 阴影与遮挡现象主要发生在太阳高度角较低的早晨和傍晚时段。此时, 光线入射方向接近水平, 定日镜之间的相互遮挡效应显著增强, 导致阴影遮挡效率急剧下降。

第三, DNI 的日内波动特性直接影响能量输入基数的准确性。DNI 作为定日镜场的能量输入来源, 其数值受大气衰减、云层覆盖等因素影响, 呈现复杂的日内变化特征。尤其在多云天气条件下, DNI 可

能在短时间内出现剧烈波动。低分辨率时段采样容易遗漏这些瞬态变化, 导致能量输入总量的估算偏差, 进而影响 AFPA 计算结果的精度。

12 日 \times 13 时点方案在实现高模拟精度的同时, 其采样总数远低于 36 日 \times 25 时点方案, 在计算效率上更具优势, 可作为兼顾精度与效率的推荐采样策略。在保证模拟精度的前提下, 通过合理减少全年采样次数, 可大幅降低仿真计算负担, 为大规模定日镜场的快速性能评估与优化设计提供可行的采样依据(图 4)。

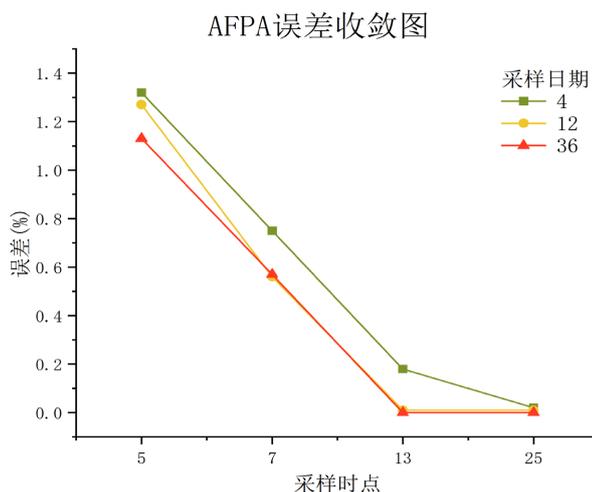


Figure 4. Visualizaition of AFPA convergence

图 4. AFPA 误差收敛图

5. 结论

本文围绕计算机仿真在定日镜场光学效率模拟中的时间采样点灵敏度分析展开研究。通过对定日镜场光学特性与效率构成的系统分析, 建立了包含太阳形状、镜面微结构及大气传输在内的精细化光学模型, 并采用单位镜面面积年均输出热功率作为综合评价指标, 以更全面地反映时间变化对镜场能量输出能力的影响。

研究设计了多维时间采样实验, 从日期和日内时段两个层面设置了不同采样密度的对比方案。基于 GPU 加速的蒙特卡洛光线追踪方法, 实现了高效率、高精度的光学仿真计算。实验结果表明, 时间采样点的设置对模拟结果具有显著影响: 随着采样密度的增加, 模拟精度逐步提升, 尤其在时段采样方面表现更为敏感; 同时, 采样策略存在精度与计算效率的权衡, 其中“12 日 \times 13 时点”的组合方案在误差控制与计算成本之间取得了良好平衡, 可作为推荐采样策略。

本研究不仅为定日镜场光学效率的精确模拟提供了可靠的时间采样依据, 也为大规模镜场仿真中计算资源的高效利用提供了方法参考, 对塔式光热电站的镜场设计与性能优化具有一定的工程指导意义。

参考文献

- [1] Duffie, J.A. and Beckman, W.A. (2013) *Solar Engineering of Thermal Processes*. Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781118671603>
- [2] Heller, P. (2017) *The Performance of Concentrated Solar Power (CSP) Systems: Analysis, Measurement and Assessment*. Woodhead Publishing.
- [3] Jones, S.A., Kolb, G.J. and Donnelly, M.W. (2007) Heliostat Cost Reduction Study. *Energy Procedia*, **8**, 60-70.

-
- [4] 何才透. 基于计算机图形学的光热太阳能建模、仿真及应用研究[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2026.
- [5] 段晓悦. 定日镜光斑辐射能密度分布仿真的并行 Monte Carlo 光线跟踪算法研究[D]: [硕士学位论文]. 杭州: 浙江大学, 2019.
- [6] Buie, D., Monger, A.G. and Dey, C.J. (2003) Sunshape Distributions for Terrestrial Solar Simulations. *Solar Energy*, **74**, 113-122. [https://doi.org/10.1016/s0038-092x\(03\)00125-7](https://doi.org/10.1016/s0038-092x(03)00125-7)
- [7] Chen, Y.T., Kribus, A., Lim, B.H., Lim, C.S., Chong, K.K., Karni, J., *et al.* (2004) Comparison of Two Sun Tracking Methods in the Application of a Heliostat Field. *Journal of Solar Energy Engineering*, **126**, 638-644. <https://doi.org/10.1115/1.1634583>
- [8] He, C., Feng, J. and Zhao, Y. (2017) Fast Flux Density Distribution Simulation of Central Receiver System on GPU. *Solar Energy*, **144**, 424-435. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2017.01.025>
- [9] Leary, P.L. and Hankins, J.D. (1979) A User's Guide for MIRVAL: A Computer Code for Comparing Designs of Heliostat-Receiver Optics for Central Receiver Solar Power Plants. Technical Report SAND77-8280, Sandia National Laboratories.
- [10] Duan, X., He, C., Lin, X., Zhao, Y. and Feng, J. (2020) Quasi-Monte Carlo Ray Tracing Algorithm for Radiative Flux Distribution Simulation. *Solar Energy*, **211**, 167-182. <https://doi.org/10.1016/j.solener.2020.09.061>
- [11] Fujimoto, A., Tanaka, T. and Iwata, K. (1986) ARTS: Accelerated Ray-Tracing System. *IEEE Computer Graphics and Applications*, **6**, 16-26. <https://doi.org/10.1109/mcg.1986.276715>
- [12] SolTraceV3.4. <https://www.nrel.gov/csp/soltrace>
- [13] SolarPILOTV1.1. <https://www.nrel.gov/csp/solarpilot>