

# 基于驻留指数的振镜伺服系统形状 - 幅值解耦前馈补偿方法

王绍盛, 李星星\*

五邑大学电子与信息工程学院, 广东 江门

收稿日期: 2026年3月26日; 录用日期: 2026年4月23日; 发布日期: 2026年4月30日

## 摘要

针对音圈式振镜伺服系统在低速往复扫描过程中存在的换向误差增大、低速爬行以及迟滞残余较明显等问题, 提出一种基于驻留指数的形状 - 幅值解耦前馈补偿方法。该方法首先采用速度查表插值驱动的加权Play算子网络提取归一化形状因子, 用于表征系统迟滞回线的路径记忆与几何形状; 其次, 基于分段匀速实验构建含经验衰减因子的广义Stribeck模型, 用于描述全速度域下的等效幅值变化; 进一步, 引入基于速度与加速度双阈值判据的驻留指数, 用于区分换向邻域与真实低动态状态, 并在此基础上构造幅值调制系数, 在换向邻域动态压低幅值函数, 减小局部过补偿。最终形成“线性粘滞项加法补偿 + 归一化形状因子与自适应幅值乘法调制”的复合前馈控制律。基于Zynq平台搭建实验系统, 并在0.5 Hz、8°正弦往复轨迹下进行对比验证。结果表明, 与纯PID控制及传统GPI前馈相比, 所提方法在跟踪误差均方根、换向附近局部误差、迟滞残余面积及反馈控制器输出负担等指标上均表现出较好的综合性能。所提方法结构清晰、参数较易辨识, 适用于嵌入式振镜伺服实时控制场景。

## 关键词

振镜伺服, 迟滞补偿, Play算子, Stribeck模型, 驻留指数, 前馈控制

# A Shape-Amplitude Decoupled Feedforward Compensation Method Based on a Dwell Index for Galvanometer Servo Systems

Shaosheng Wang, Xingxing Li\*

School of Electronics and Information Engineering, Wuyi University, Jiangmen Guangdong

Received: March 26, 2026; accepted: April 23, 2026; published: April 30, 2026

\*通讯作者。

文章引用: 王绍盛, 李星星. 基于驻留指数的振镜伺服系统形状-幅值解耦前馈补偿方法[J]. 计算机科学与应用, 2026, 16(4): 523-537. DOI: 10.12677/csa.2026.164150

## Abstract

To address the problems of increased reversal error, low-speed creeping, and noticeable hysteresis residuals in voice-coil galvanometer servo systems during low-speed reciprocating scanning, a shape-amplitude decoupled feedforward compensation method based on a dwell index is proposed. First, a velocity lookup-table interpolation driven weighted Play operator network is adopted to extract a normalized shape factor, which characterizes the path memory and geometric features of the hysteresis loop. Second, a generalized Stribeck model with an empirical attenuation factor is constructed from piecewise constant-velocity experiments to describe the equivalent amplitude variation over the full velocity range. Furthermore, a dwell index based on dual thresholds of velocity and acceleration is introduced to distinguish reversal neighborhoods from true low-dynamic states. Based on this index, an amplitude modulation coefficient is further constructed to dynamically reduce the amplitude function near reversal, thereby mitigating local overcompensation. On this basis, a composite feedforward control law is established, consisting of additive compensation of a linear viscous term and multiplicative modulation of the normalized shape factor with the adaptive amplitude function. An experimental platform is implemented on a Zynq system, and comparative tests are conducted under a 0.5 Hz, 8° sinusoidal reciprocating trajectory. The results show that, compared with pure PID control and conventional GPI feedforward, the proposed method achieves better overall performance in terms of RMS tracking error, local reversal-region error, hysteresis residual area, and feedback controller output burden. The proposed method features a clear structure and relatively easy parameter identification, making it suitable for real-time embedded control of galvanometer servo systems.

## Keywords

Galvanometer Servo, Hysteresis Compensation, Play Operator, Stribeck Model, Dwell Index, Feedforward Control

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

音圈式振镜具有响应速度快、机械间隙小和定位精度高等特点,在激光加工、光学扫描、增材制造以及精密测量等领域得到广泛应用。振镜在实际应用中通常需要在有限摆角范围内完成连续往复扫描任务,这对系统的动态响应能力和轨迹跟踪精度提出了较高要求。已有研究围绕振镜系统高性能控制开展了大量工作。例如, Yoo 等将迭代学习控制用于振镜重复扫描任务,以改善高速扫描过程中的轨迹跟踪性能[1] [2]; Chen 等设计了基于解耦扰动补偿器的离散滑模变结构控制方法,以提高数字振镜系统的鲁棒性与控制精度[3]; Zach 等在振镜控制中进一步考虑结构动态行为,提出了自适应逆控制方法,以减弱结构模态对跟踪性能的影响[4]; Zhao 等则提出了面向振镜激光扫描系统的高性能控制方法,以进一步提升系统的动态响应与跟踪精度[5]。然而,在低速往复扫描或轨迹换向过程中,系统对摩擦、迟滞及其他非线性因素更为敏感,容易出现换向误差增大、低速爬行以及迟滞残余等问题,从而影响轨迹精度,并增加反馈控制器的调节负担。

从工程实现角度看,振镜伺服系统中的非线性主要来源于摩擦效应、路径依赖特性以及驱动链路的动态耦合。其中,低速区静摩擦与动摩擦的过渡会引起明显的速度非线性。针对该问题,Armstrong-

Hélouvy 等系统综述了摩擦建模、分析工具及补偿方法, 为摩擦非线性研究提供了总体框架[6]; Canudas de Wit 等提出了 LuGre 动态摩擦模型, 可进一步表征预滑移、Stribeck 效应及摩擦滞后等复杂行为[7]; Olsson 等则从摩擦模型与摩擦补偿角度对相关方法进行了进一步总结与比较[8]。上述研究表明, Stribeck 模型及其扩展形式适于描述低速区摩擦补偿需求随速度变化的规律, 而 LuGre 等动态模型则更有利于刻画摩擦的内部动态特性。然而, 这类方法大多以速度为主导构造补偿, 在往复扫描任务中对换向邻域与真实低动态状态的区分能力仍有限。

除摩擦效应外, 振镜系统在往复运动过程中通常还表现出明显的路径依赖特性, 即同一位置在不同运动方向及不同历史状态下所对应的控制输入并不相同, 这类现象通常归纳为迟滞特性。针对迟滞非线性, Kuhnen 提出了改进的 Prandtl-Ishlinskii (PI)模型, 用于复杂迟滞非线性的建模、辨识与补偿[9]; Al Janaideh 等进一步提出广义 PI 模型, 以增强对迟滞与饱和等复杂非线性的描述能力[10], 并给出了其解析逆模型以服务于迟滞前馈补偿[11]; Ko 等研究了广义 PI 逆模型的直接辨识方法, 以提升非对称迟滞补偿中的工程适用性[12]; Feng 等则从模型压缩角度降低了广义 PI 模型的实现复杂度[13]。此外, Jin 等将扩展速率相关 PI 模型用于音圈电机动态迟滞建模与逆补偿[14], Wang 等将改进 PI 模型应用于快速转镜系统的速率相关迟滞补偿[15]。这些研究说明, PI 模型及其扩展形式在迟滞建模与补偿中具有良好的结构可解释性和工程实现潜力, 但针对振镜低速往复扫描过程中“形状变化 - 幅值变化 - 换向动态状态”耦合问题, 仍有进一步改进空间。

针对上述问题, 本文提出一种基于驻留指数的形状 - 幅值解耦前馈补偿方法。该方法首先利用加权 Play 算子网络提取归一化形状因子, 用于表征系统的迟滞路径记忆与几何特征; 其次构建含经验衰减因子的广义 Stribeck 基础幅值模型, 用于描述速度相关的等效幅值变化; 在此基础上, 引入基于速度与加速度双阈值判据的驻留指数 DI, 用于区分换向邻域与真实低动态状态, 并进一步构造幅值调制系数  $M(k)$ , 使基础幅值函数在换向邻域适当压低, 而在正常运动区及真实低动态状态下保持合理输出。通过将迟滞形状表达、速度相关幅值建模和换向邻域动态调制分离, 本文方法在保持结构相对简洁的同时减弱了参数耦合, 提高了工程可实现性。

本文主要工作如下:

- (1) 构建速度查表插值驱动的加权 Play 算子网络, 用于提取归一化形状因子;
- (2) 建立含经验衰减因子的广义 Stribeck 基础幅值模型, 描述全速度域下的非线性幅值变化;
- (3) 设计基于速度与加速度双阈值判据的驻留指数 DI, 并在此基础上构造幅值调制系数  $M(k)$ , 用于在换向邻域动态压低幅值函数;
- (4) 给出形状因子、基础幅值模型及驻留指数相关参数的辨识与整定方法;
- (5) 通过振镜伺服实验平台验证所提方法, 并分析其在迟滞残余、换向误差及反馈控制器输出负担方面的性能。

## 2. 系统描述与问题分析

### 2.1. 系统结构

本文研究对象为某型音圈式振镜伺服系统。系统以音圈电机作为执行机构, 由数字控制器输出控制指令, 经数模转换后送入模拟功率放大器, 再驱动电机产生相应力矩。角位置信号由位置检测单元采集, 经模数转换后反馈至控制器, 构成位置闭环。实验平台中, 数字控制器基于 Zynq-7000 实现, 模数与数模接口均为 16 位分辨率, 采样周期为 50  $\mu$ s, 对应采样频率为 20 kHz; 功率放大器工作在电流环模式, 带宽约为 10 kHz。该硬件平台能够满足本文方法对实时采样与在线运算的要求。

图 1 给出了振镜伺服系统的硬件组成及控制结构框图。本文在位置闭环反馈控制基础上, 进一步引入前馈补偿通道, 以减小迟滞与摩擦等非线性因素对往复扫描轨迹跟踪精度的不利影响。

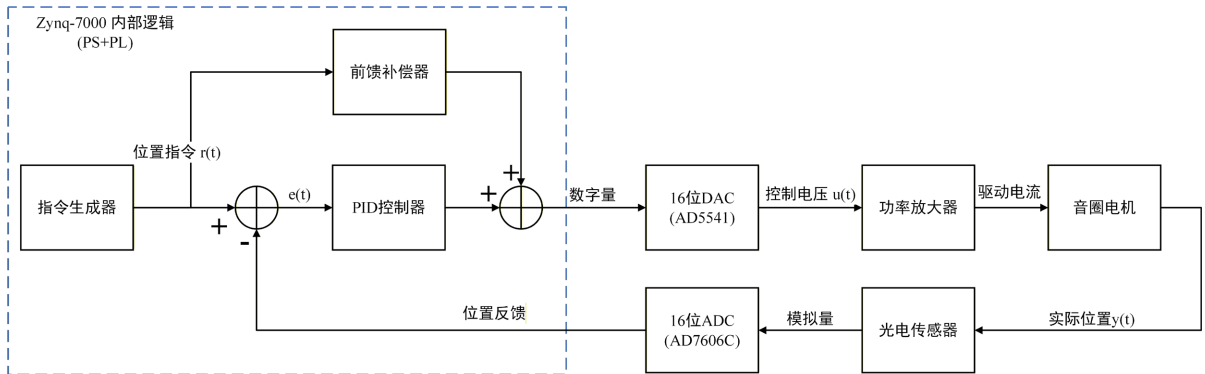


Figure 1. Block diagram of the hardware configuration and control structure of the galvanometer servo system  
图 1. 振镜伺服系统硬件组成及控制结构框图

### 2.2. 迟滞与摩擦现象

为观察系统的非线性特征, 对振镜开展多速度三角波激励测试。实验结果表明, 系统在“位置 - 控制电压”平面上呈现较明显的迟滞回线。同一位置在上升段与下降段对应不同的控制输入, 说明系统具有一定的路径记忆特性; 随着激励速度变化, 迟滞环的宽度和局部斜率也发生变化, 说明系统非线性具有一定的速率相关性; 在轨迹反转点附近, 回线局部转折更为明显, 反映出系统在低速换向过程中存在较复杂的非平滑动态特征。多速度三角波激励下的迟滞回线如图 2 所示。

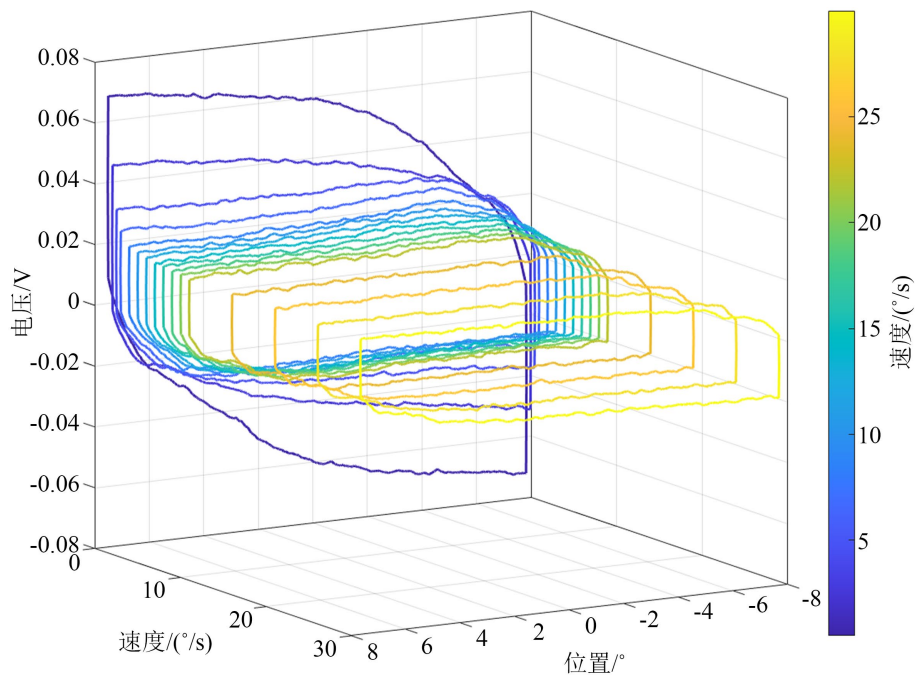


Figure 2. Position-control voltage hysteresis loops under triangular wave excitation at multiple velocities

图 2. 多速度三角波激励下的位置 - 控制电压迟滞回线

进一步采用分段匀速方式对不同目标速度下的稳态控制量进行统计。结果显示, 系统在低速区存在典型的 Stribeck 效应, 即摩擦补偿需求随速度增大先明显下降; 而在更高速度范围内, 实测等效摩擦幅值未表现为单纯线性增长, 而是出现一定程度的饱和或下降。这说明, 对于本文所用振镜平台, 若仅采用单一传统静态 Stribeck 模型, 或仅以简单线性粘滞项近似全部速度相关补偿, 均难以在全速度域内较准确地反映等效幅值变化规律。分段匀速实验测得的等效摩擦幅值与速度关系如图 3 所示。

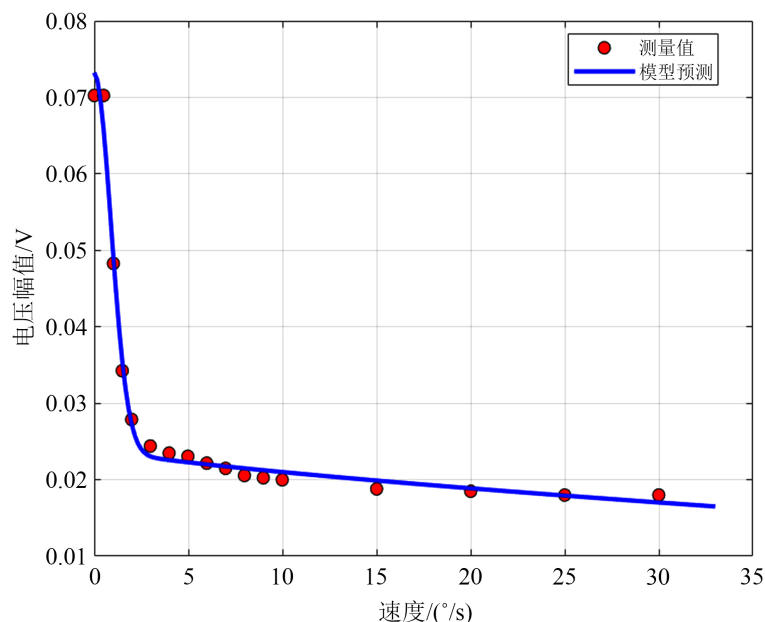


Figure 3. Equivalent friction amplitude as a function of velocity under piecewise constant-velocity experiments

图 3. 分段匀速实验下等效摩擦幅值与速度关系曲线

从上述实验现象可以看出, 振镜系统的非线性至少包含两类具有不同物理含义的特征: 一类体现在迟滞回线的路径依赖几何形状上, 另一类体现在等效补偿幅值随速度变化的规律上。此外, 在零速附近的动态反转过程中, 系统响应还表现出与普通匀速段明显不同的局部特征。这些现象说明, 若采用单一模型将迟滞形状、速度相关幅值以及换向附近的特殊动态统一编码, 往往会增加模型参数耦合程度, 并降低参数辨识与工程应用的灵活性。

### 2.3. 问题分析

结合实验现象, 本文所面临的补偿问题主要体现在以下三个方面。

首先, 迟滞回线形状与摩擦幅值在实际系统中同时存在并相互耦合。若采用单一逆模型统一描述全部非线性, 则参数辨识难度较大, 不同工况下的迁移能力也可能受到影响。因此, 有必要将回线形状特征与幅值变化规律适当分离, 分别建模。

其次, 摩擦补偿量并非只由速度符号决定, 而与速度大小及动态状态密切相关。特别是在换向点附近, 速度虽然趋近于零, 但系统通常处于加速度较大的动态反转阶段, 与真实静止或持续低动态状态在控制意义上并不等价。若仅依据速度信息进行补偿, 容易在换向邻域产生局部过补偿。

最后, 振镜伺服控制通常部署于嵌入式硬件平台, 补偿算法除考虑精度外, 还需兼顾运算量、参数数量和在线实现复杂度。因此, 补偿方法需要在模型表达能力与实时实现复杂度之间取得平衡。

基于上述分析, 本文采用形状 - 幅值解耦的思路构造前馈补偿方法: 利用加权 Play 算子网络描述迟滞回线形状, 利用广义 Stribeck 模型描述速度相关幅值变化, 并引入基于速度与加速度信息的状态判别机制, 在此基础上构造幅值调制系数, 对换向邻域的补偿输出进行动态调节。

### 3. 形状 - 幅值解耦前馈补偿方法

#### 3.1. 方法总体框架

本文方法将前馈补偿划分为两层三部分: 外层为线性基线项补偿  $K_v v(k)$ , 内层非线性补偿由归一化形状因子生成与自适应幅值构造两部分组成。其总体思想为: 首先由加权 Play 算子网络产生与路径记忆相关的归一化形状因子  $S(k)$ ; 其次由广义 Stribeck 模型生成基础幅值函数  $A_0(v)$ ; 再引入驻留指数 DI 及由其构造的幅值调制系数  $M(k)$ , 对换向邻域的幅值输出进行动态抑制, 最终得到自适应幅值  $A(k)$ 。于是总前馈控制律可表示为

$$u_{ff}(k) = K_v v(k) + A(k)S(k)$$

式中:  $u_{ff}(k)$  为前馈控制量;  $K_v v(k)$  为线性粘滞项补偿;  $S(k)$  为归一化形状因子;  $A(k)$  为最终幅值函数。

式(1)中,  $K_v v(k)$  用于显式补偿近似线性粘滞基线; 非线性项  $A(k)S(k)$  用于描述迟滞路径依赖与速度相关非线性幅值变化的主要补偿成分。二者分别对应线性基线与非线性主补偿。本文方法的总体框架如图 4 所示。

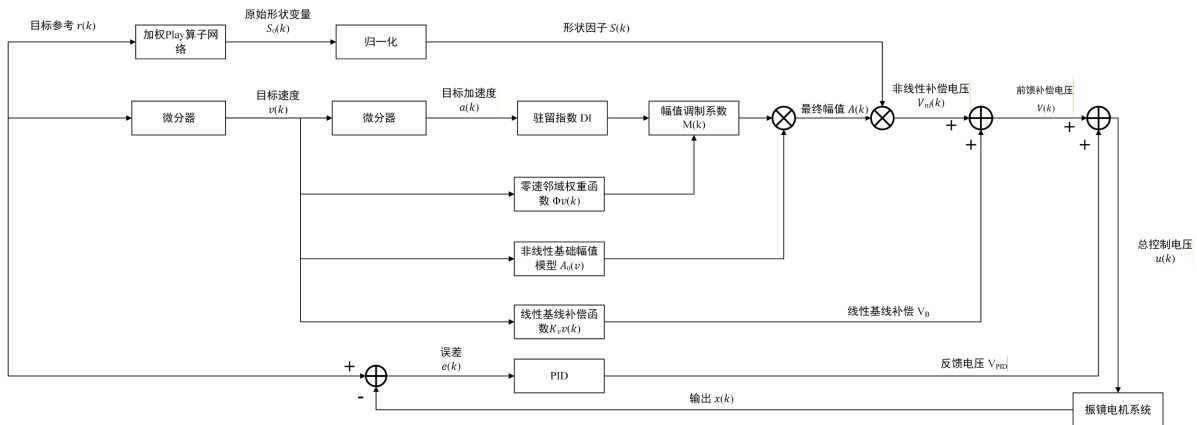


Figure 4. Overall framework of the proposed shape-amplitude decoupled feedforward compensation method

图 4. 所提形状 - 幅值解耦前馈补偿方法总体框架

#### 3.2. 基于加权 Play 算子网络的归一化形状因子

为表征振镜系统的路径依赖迟滞形状, 本文采用加权 Play 算子网络构造归一化形状因子。第  $i$  个 Play 算子可表示为

$$\mathcal{P}_i[x](k) = \max\{x(k) - r_i, \min[x(k) + r_i, \mathcal{P}_i[x](k-1)]\}$$

式中:  $x(k)$  为输入位置;  $r_i$  为第  $i$  个算子的阈值半宽。由多个阈值不同的 Play 算子构成响应向量后, 可写出网络输出

$$y_{PI}(k) = \sum_{i=1}^N w_i(v) \mathcal{P}_i[x](k)$$

式中:  $w_i(v)$  为与速度相关的权重, 运行时由离线辨识后查表插值得到;  $N$  为算子个数。

为避免迟滞形状和幅值信息混杂, 本文对不同速度下的迟滞回线先进行峰峰值归一化, 再进行 Play 网络权重辨识, 从而得到仅反映回线几何形状与路径记忆特征的归一化输出。进一步定义

$$S(k) = \frac{y_{Pl}(k) - \bar{y}(v)}{A_{pp}(v)/2}$$

式中:  $\bar{y}(v)$  为对应速度下回线均值;  $A_{pp}(v)$  为峰峰值。于是  $S(k)$  为无量纲归一化形状因子, 其幅值通常位于  $[-1, 1]$  区间内, 主要反映路径依赖结构而不直接承担幅值尺度信息。

图 5 给出了不同速度下加权 Play 算子网络对迟滞回线的拟合结果。可以看出, 该网络能够较好跟随回线形状随速度变化的特征, 为后续归一化形状因子的构造提供依据。

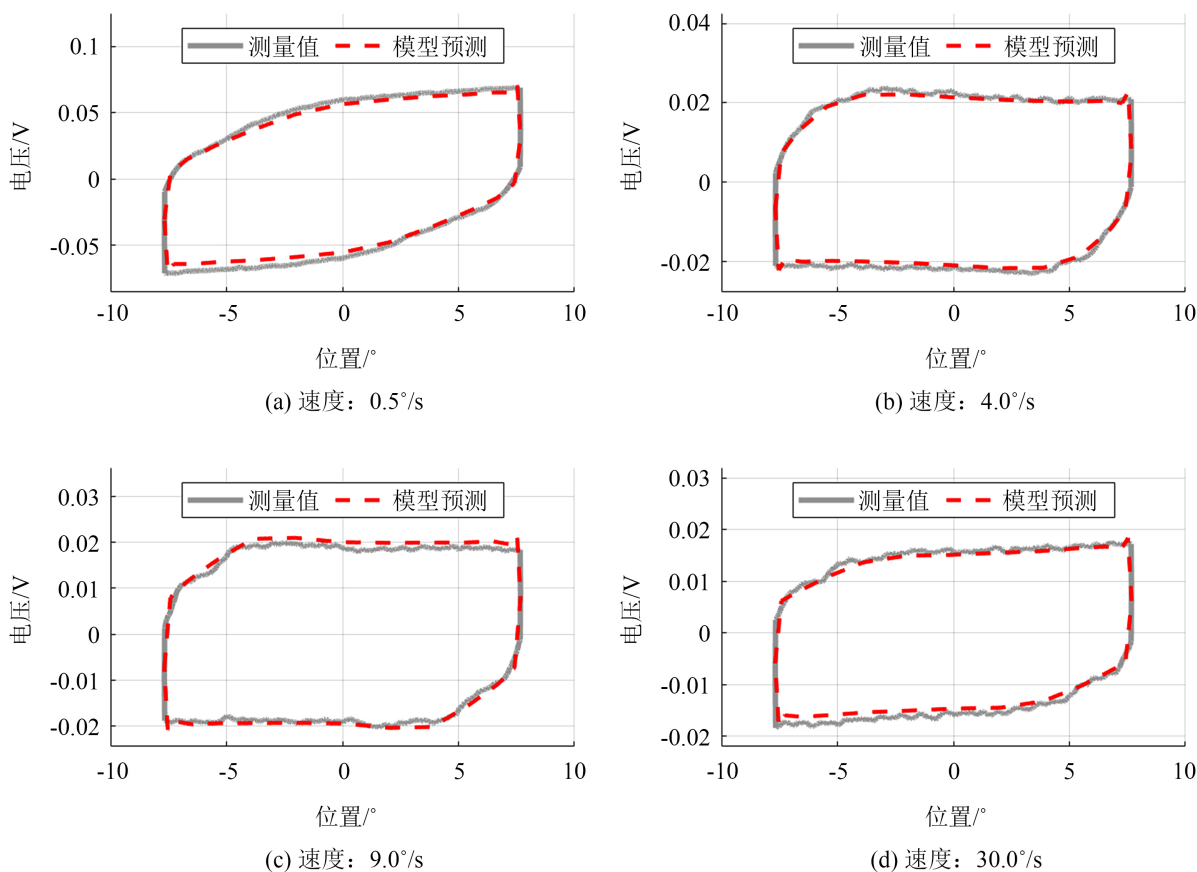


Figure 5. Hysteresis fitting results of the weighted Play operator network at different velocities

图 5. 不同速度下加权 Play 算子网络的迟滞拟合结果

### 3.3. 含经验衰减因子的广义 Stribeck 幅值模型

为描述系统在全速度域下的等效幅值变化规律, 本文在经典 Stribeck 模型基础上引入经验衰减因子, 构建基础幅值函数

$$A_0(v) = F_c + (F_s - F_c) \exp\left[-\left(\frac{|v|}{v_s}\right)^\alpha\right] + B|v|^\delta \eta(v)$$

式中:  $A_0(v)$  为基础幅值函数;  $F_s$  为低速极限对应的等效静摩擦幅值;  $F_c$  为库仑摩擦项;  $v_s$  为 Stribeck 特征速度;  $\alpha$  为形状参数;  $B$  为粘滞系数;  $\delta$  为粘滞指数;  $\eta(v)$  为高速段经验修正项。

针对实验平台在较高速度区间出现的幅值饱和或下降现象, 取

$$\eta(v) = \frac{1}{1 + \left(\frac{|v|}{v_h}\right)^m}$$

式中:  $v_h$  为高速段参考速度;  $m$  为衰减指数。式(6)用于提高基础幅值模型在全速度域内的拟合能力。

需要指出的是,  $A_0(v)$  仅描述由速度主导的基础幅值变化规律, 并不显式区分正常运动区、换向邻域及真实低动态状态之间的差异。尽管  $A_0(v)$  中包含速度相关项, 本文仍将近似线性粘滞趋势以  $K_v v(k)$  的形式显式外提; 因此,  $A_0(v)$  在本文中主要表示与线性基线项配合使用的非线性基础幅值函数, 而非全部速度相关补偿的统一表达。为此, 本文进一步引入驻留指数 DI 及幅值调制系数  $M(k)$ , 构造最终幅值函数

$$A(k) = M(k)A_0(v(k))$$

式中:  $M(k) \in (0, 1]$  为幅值调制系数。当系统处于正常运动区时,  $M(k)$  保持接近 1; 当系统进入换向邻域时,  $M(k)$  适当降低, 以减小局部过补偿风险。

### 3.4. 基于双阈值判据的驻留指数与幅值调制系数

#### 3.4.1 驻留指数定义

首先定义速度阈值  $v_{th}$  和加速度阈值  $a_{th}$ 。当满足

$$|v(k)| \leq v_{th}, |a(k)| \leq a_{th}$$

时, 认为系统进入低动态候选区; 否则认为系统处于动态运行区。

为避免采用硬开关造成补偿突变, 引入中间状态变量  $T_d(k)$  表示累计低动态程度, 其更新方式定义为

$$T_d(k+1) = T_d(k) + T_s$$

$$T_d(k+1) = T_d(k) \exp[-\lambda(k)T_s]$$

式中:  $T_s$  为采样周期;  $\lambda(k)$  为离开低动态状态后的衰减率。考虑到换向邻域通常伴随较大加速度, 令

$$\lambda(k) = \lambda_0 + \gamma \frac{|a(k)|}{a_{ref}}$$

式中:  $\lambda_0$  为基准衰减系数;  $\gamma$  为加速度惩罚系数;  $a_{ref}$  为归一化参考加速度。由式(11)可知, 加速度越大, 累计低动态程度衰减越快。

进一步地, 将  $T_d(k)$  映射为无量纲驻留指数

$$DI(k) = S_d\left(\frac{T_d(k)}{T_{sat}}\right), 0 \leq DI(k) \leq 1$$

式中:  $T_{sat}$  为达到充分低动态状态所需的特征时间;  $S_d(\cdot)$  为单调连续的平滑映射函数, 选用 S 形饱和函数。DI(k) 越大, 表示系统越接近真实静止或持续低动态状态; DI(k) 越小, 则表示系统更可能处于动态运行过程, 尤其是换向邻域等高动态零速区。

#### 3.4.2. 幅值调制系数构造

为了使基础幅值函数只在换向邻域受到抑制, 而不对正常运动区造成不必要压缩, 本文进一步构造

零速邻域权重函数

$$\Phi_v(k) = \begin{cases} 1 - \frac{|v(k)|}{v_{th}}, & |v(k)| \leq v_{th}, \\ 0, & |v(k)| > v_{th}. \end{cases}$$

其中,  $\Phi_v(k) \in [0, 1]$ 。当速度远离零速邻域时,  $\Phi_v(k) = 0$ ; 当速度接近零时,  $\Phi_v(k)$  逐渐增大。

基于驻留指数与零速邻域权重, 定义幅值调制系数为

$$M(k) = 1 - \rho(1 - DI(k))\Phi_v(k), \quad 0 < M(k) \leq 1$$

式中:  $\rho \in (0, 1)$  为换向邻域抑制强度系数。

式(14)的物理含义如下:

- (1) 当系统处于正常运动区, 即  $|v(k)| > v_{th}$  时,  $\Phi_v(k) = 0$ , 于是  $M(k) = 1$ , 基础幅值函数不受压缩;
- (2) 当系统进入零速邻域且仍处于动态反转状态时, 通常  $DI(k)$  较低、 $\Phi_v(k)$  较高, 于是  $M(k)$  下降, 基础幅值函数被适当压低;
- (3) 当系统进入真实静止或持续低动态状态时,  $DI(k)$  逐步升高趋近于 1, 即便此时  $|v(k)|$  较小, 也有  $M(k) \rightarrow 1$ , 从而避免将所有零速状态一概视为换向抑制区。

因此,  $DI$  的作用并不是直接作为最终幅值乘子, 而是作为状态判别量参与构造幅值调制系数  $M(k)$ 。最终幅值函数由式(7)给出, 从而实现“正常运动区不过度干预、换向邻域适当抑制、真实低动态状态不被误判”的目标。

### 3.5. 复合前馈控制律

综合线性粘滞项、归一化形状因子及自适应幅值函数, 本文构造复合前馈控制律为

$$u_{ff}(k) = K_v v(k) + M(k) A_0(v(k)) S(k)$$

式中:  $K_v v(k)$  为线性粘滞项补偿;  $A_0(v)$  为基础幅值函数;  $S(k)$  为归一化形状因子;  $M(k)$  为换向邻域幅值调制系数。

式(15)体现了本文方法的形状-幅值解耦思想:  $S(k)$  负责表达路径依赖几何形状;  $A_0(v)$  负责表达与线性基线项配合的速度相关非线性基础幅值;  $M(k)$  则负责对换向邻域的基础幅值输出进行动态调制。由此, 线性基线补偿、非线性基础幅值建模与换向邻域状态调制在结构上得以分离。

### 3.6. 模型参数辨识与整定

#### 3.6.1. Play 算子阈值与权重辨识

Play 算子网络辨识基于多速度分段匀速三角波激励实验。具体步骤如下:

- (1) 在目标速度范围内选取若干代表性速度点, 对每个速度点施加覆盖全工作行程的三角波激励, 采集“位置-控制电压”数据;
- (2) 对同一速度下的多个完整回线在位置域进行插值对齐后叠加平均, 削弱随机噪声影响, 并对回线端点进行闭合处理;
- (3) 将 Play 算子阈值  $r_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) 按余弦间距分布于  $[r_{min}, r_{max}]$  区间, 以提高对不同尺度迟滞特征的覆盖能力;
- (4) 对每个速度下的平均回线做峰峰值归一化, 得到目标归一化形状因子; 构造 Play 算子响应矩阵  $H \in \mathbb{R}^{L \times N}$ , 采用岭回归求解权重向量:

$$\boldsymbol{w} = (\boldsymbol{H}^T \boldsymbol{H} + \lambda_{\text{reg}} \boldsymbol{I})^{-1} \boldsymbol{H}^T \boldsymbol{y}_{\text{norm}}$$

式中:  $\lambda_{\text{reg}}$  为正则化系数;  $\boldsymbol{y}_{\text{norm}}$  为归一化目标输出;

(5) 将不同速度下辨识得到的权重向量离线存表, 运行时根据当前速度进行插值。

### 3.6.2. 广义 Stribeck 基础幅值模型参数辨识

对每个速度点统计平均回线峰峰值之半, 作为该速度下的等效幅值样本  $\hat{A}(v_i)$ 。以式(5)和式(6)构成的基础幅值模型为拟合目标, 采用有界非线性最小二乘法求解参数向量

$$\boldsymbol{p} = [F_c, F_s, v_s, \alpha, B, \delta, v_h, m]^T$$

其优化目标为

$$\min_{\boldsymbol{p}} \sum_i [\hat{A}(v_i) - A_0(v_i; \boldsymbol{p})]^2$$

为防止低速区外推失控, 在最低实测速度以下设置虚拟锚点, 并施加参数上下界约束, 使  $F_c > 0$ 、 $F_s > F_c$ 、 $v_s > 0$  等物理约束成立。

### 3.6.3. 驻留指数与调制系数参数整定

驻留指数和调制系数涉及的参数主要包括  $v_{\text{th}}$ 、 $a_{\text{th}}$ 、 $\lambda_0$ 、 $\gamma$ 、 $T_{\text{sat}}$  及  $\rho$ 。其整定流程如下:

- (1) 记录目标正弦轨迹下的速度和加速度时序, 统计换向点附近加速度峰值分布, 据此初步设定  $a_{\text{th}}$ ; 速度阈值  $v_{\text{th}}$  通常设为目标速度峰值的一定比例;
- (2) 在上述阈值下运行前馈补偿, 观察换向附近局部误差。若局部过补偿仍明显, 则适当增大  $\gamma$  或  $\rho$ , 提高换向邻域抑制强度;
- (3) 若发现系统在持续低动态状态下被误抑制, 则适当增大  $T_{\text{sat}}$  或减小  $\lambda_0$ , 以延长驻留建立过程并避免过快衰减;
- (4) 重复上述步骤, 直至正常运动区保持较完整的幅值输出、在换向邻域实现有效抑制、在真实低动态状态下不发生明显误判。

## 4. 实验验证与结果分析

### 4.1. 实验平台与对比方案

实验基于某型音圈式振镜伺服系统开展, 控制器采用 Zynq-7000 平台实现, 采样频率为 20 kHz。为保证比较的一致性, 所有实验中反馈控制器均采用相同 PID 参数, 仅前馈补偿策略不同。

对比方案设置为三组: (1) 纯 PID 反馈控制。该方案不引入前馈补偿, 作为基准组; (2) 传统 GPI 前馈 + PID 控制。该方案采用广义 Prandtl-Ishlinskii 型前馈模型, 但不形状与幅值进行显式解耦; (3) 本文方法。在形状提取与幅值建模分离的基础上, 引入驻留指数对零速邻域的动态状态进行判别, 并据此构造幅值调制系数, 对换向邻域的补偿输出进行动态调节。

参考轨迹采用频率为 0.5 Hz、目标幅值为  $\pm 8^\circ$  的正弦往复轨迹。该工况能够较好体现系统在低速往复扫描和换向过程中的补偿差异。评价指标主要包括迟滞残余面积、跟踪误差均方根、换向点误差峰值以及反馈控制器输出负担等。

### 4.2. 迟滞残余面积分析

迟滞残余面积可以从几何角度反映系统在单周期内的剩余路径依赖误差。实验结果表明, 在纯 PID 控制下, 系统误差 - 位移平面中的迟滞环较为明显, 说明仅依靠反馈控制难以充分补偿前向通道中的路

径依赖非线性。当加入传统 GPI 前馈后, 迟滞环宽度明显减小, 说明现象学迟滞模型对回线形状补偿具有一定作用。进一步采用本文方法后, 迟滞环残余面积维持在较低水平。不同控制策略下的误差 - 位移迟滞环对比如图 6 所示。

在当前实验条件下, 纯 PID、传统 GPI 和本文方法对应的迟滞残余面积分别为 3.0、0.343 和 0.286。与纯 PID 控制相比, 本文方法可明显减小迟滞残余面积; 从结果看, 将迟滞形状信息与幅值函数分离处理, 对改善回线几何特征具有积极作用。

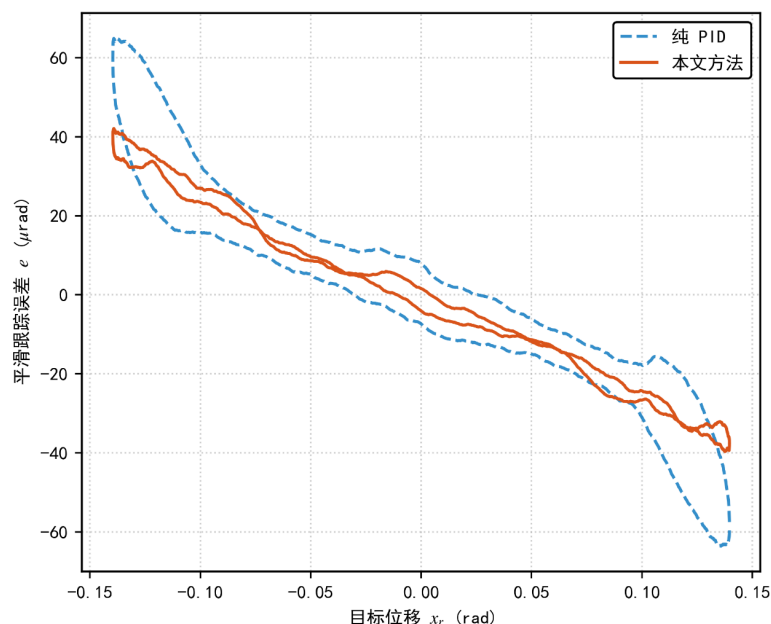


Figure 6. Comparison of error-displacement hysteresis loops under different control strategies

图 6. 不同控制策略下的误差 - 位移迟滞环对比

### 4.3. 跟踪误差与换向特性分析

对于振镜系统而言, 换向点附近的误差表现通常是评价补偿方法有效性的重要依据。纯 PID 控制下, 系统在换向点附近容易出现明显误差突变, 且误差恢复过程相对缓慢。传统 GPI 前馈虽可改善整体误差分布, 但由于其对速度过零附近的动态状态区分能力有限, 在换向时仍可能给出偏大的补偿量, 从而在局部引起过补偿。为突出前馈策略在换向区的差异, 图 7 给出了传统 GPI 与本文方法在换向附近的动态误差对比, 纯 PID、传统 GPI 和本文方法的整体统计结果见表 1。

本文方法引入驻留指数后, 零速邻域的补偿调节不再仅由瞬时速度决定, 而是结合速度、加速度以及低动态状态的持续过程共同判定, 并进一步通过幅值调制系数对非线性基础幅值函数进行修正。因此, 在正弦往复轨迹换向点附近, 尽管速度接近零, 但由于系统加速度仍较大, 驻留指数不会快速累积到较高水平, 进而使幅值调制系数在该邻域适当降低, 从而抑制局部过补偿。由图 7 可以看出, 本文方法在换向点附近具有较好的误差抑制效果, 整体误差变化也更为平滑。

在当前实验条件下, 纯 PID、传统 GPI 和本文方法对应的 RMS 误差分别为 40.3  $\mu\text{rad}$ 、41.8  $\mu\text{rad}$  和 33.6  $\mu\text{rad}$ , 最大换向尖峰误差分别为 93.3  $\mu\text{rad}$ 、220.6  $\mu\text{rad}$  和 74.9  $\mu\text{rad}$ 。与纯 PID 控制相比, 本文方法的 RMS 误差降幅约为 16.6%, 最大换向尖峰误差降幅约为 19.7%; 与传统 GPI 相比, 本文方法在两项指标上均有明显改善。为便于对三种方法进行整体比较, 图 8 进一步给出了上述统计结果的柱状图。

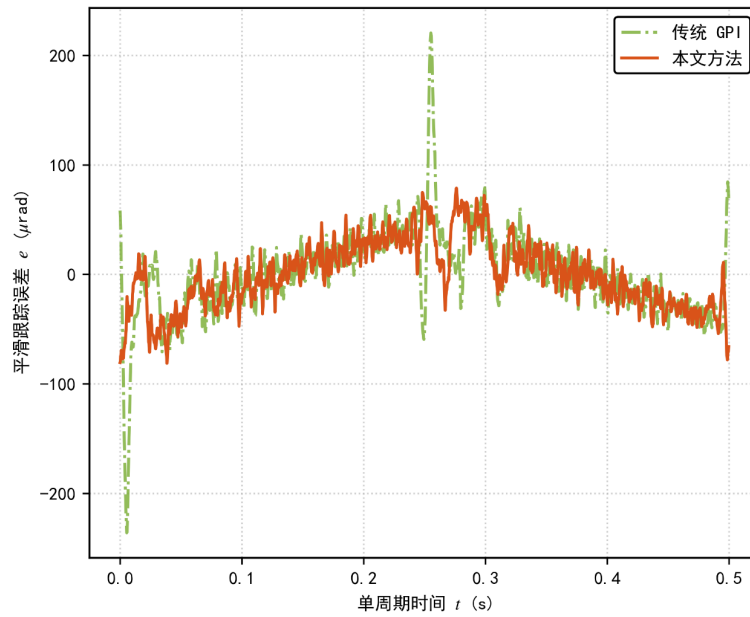


Figure 7. Comparison of dynamic error in the reversal region under different feedforward strategies

图 7. 不同前馈策略下换向区动态误差对比

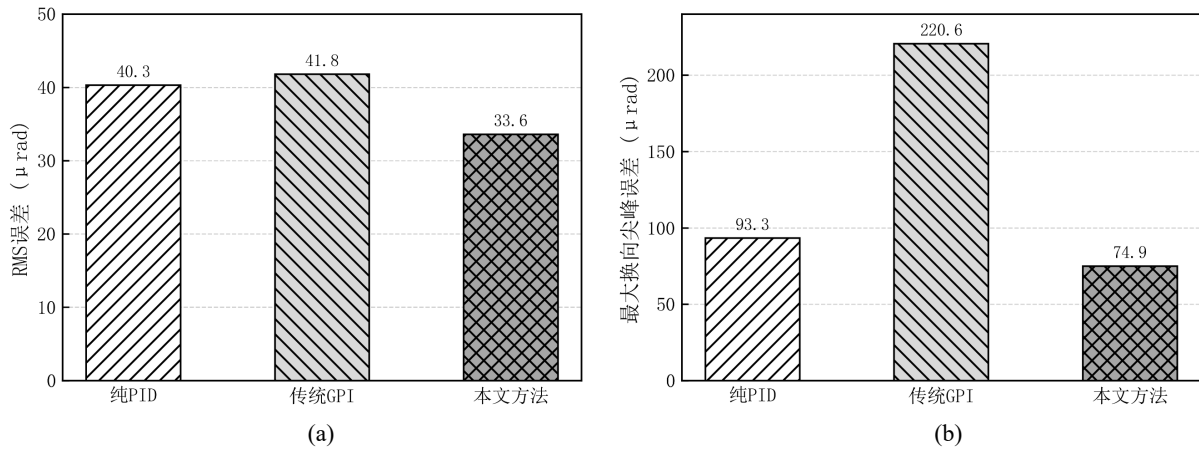


Figure 8. Bar chart comparison of error statistics for three control strategies: (a) RMS error; (b) Maximum reversal peak error

图 8. 三种控制策略误差统计指标柱状对比: (a) RMS 误差; (b) 最大换向尖峰误差

#### 4.4. 控制器输出负担分析

前馈补偿的一个作用, 是在提高跟踪精度的同时减轻反馈回路对误差修正的依赖程度。实验中对不同控制策略下 PID 控制器输出幅值变化情况进行了统计。为避免过程曲线过于拥挤, 图 9 主要给出纯 PID 与本文方法的 PID 反馈输出对比, 传统 GPI 方案的统计结果见表 1。结果显示, 采用本文方法后, 反馈控制器的输出负担较基准组有所降低。

在当前实验条件下, 纯 PID、传统 GPI 和本文方法对应的 PID 输出均方根值分别为 13.296 mV、7.411 mV 和 6.987 mV。与纯 PID 控制相比, 本文方法的 PID 输出降幅约为 47.4%; 与传统 GPI 相比, 本文方法也有所下降, 说明前馈补偿能够在一定程度上分担反馈回路的调节负担。为便于展示三种方法在控制输出负担上的差异, 图 10 给出了 PID 输出均方根值的柱状对比结果。

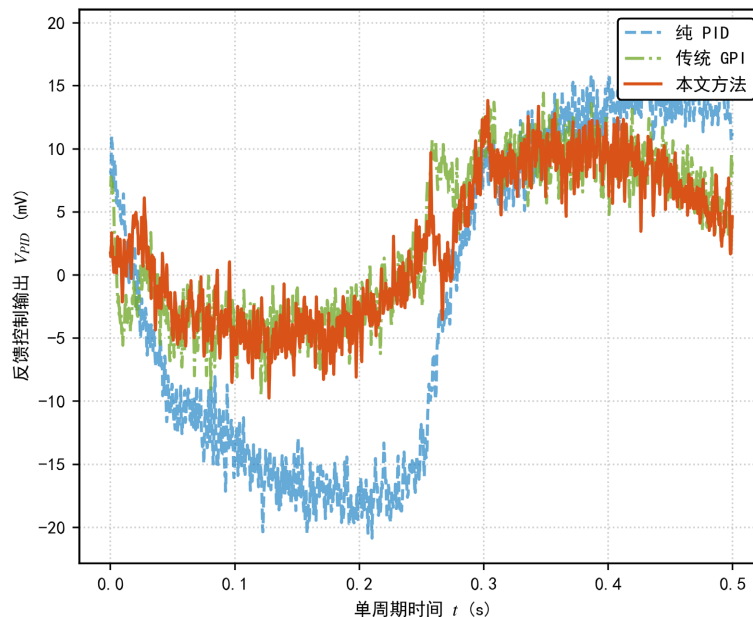


Figure 9. Comparison of PID feedback output between the proposed method and PID-only control

图 9. 本文方法与 PID 反馈输出对比

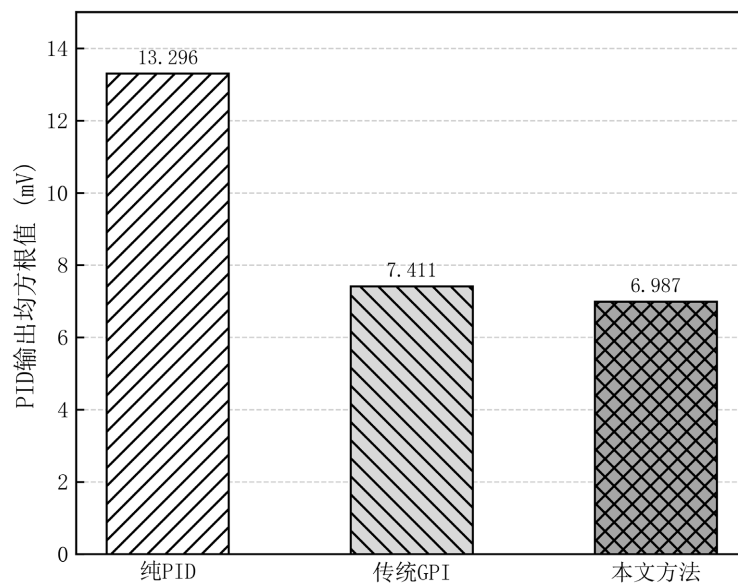


Figure 10. Bar chart comparison of the RMS values of PID output for three control strategies

图 10. 三种控制策略 PID 输出均方根值柱状对比

#### 4.5. 结果讨论

综合实验结果可以看出, 传统 GPI 前馈在改善迟滞几何形变方面具有一定作用, 但在换向动态状态区分不足时, 仍可能在局部产生补偿失配。本文方法通过将形状与幅值分离, 并利用驻留指数对零速邻域的动态状态进行区分, 进一步构造幅值调制系数, 对换向邻域的补偿时机和补偿强度进行了修正。结合图 6 所示迟滞环、图 7 所示换向区动态误差、图 8 和图 10 所示统计柱状图以及表 1 中的精确数据可以

看出, 本文方法在迟滞残余、换向误差和反馈负担等指标上均表现出较为稳定的综合优势。

需要指出的是, 本文实验验证主要基于 0.5 Hz、8° 正弦往复轨迹, 所提方法在该类典型往复扫描工况下表现出较好的补偿效果, 但在更复杂轨迹、不同载荷条件或更大速度范围下的适用性仍有进一步研究空间。此外, 广义 Stribeck 模型中的经验衰减项虽然能够提高拟合能力, 但其参数仍具有一定的平台相关性, 后续可结合在线辨识或自适应调节方法进一步提高方法对工况变化的鲁棒性。

**Table 1.** Comparison of main performance indicators of three control strategies

**表 1.** 三种控制方案主要性能指标对比

指标	纯 PID	传统 GPI	本文方法
RMS 误差( $\mu\text{rad}$ )	40.3	41.8	33.6
最大换向尖峰误差( $\mu\text{rad}$ )	93.3	220.6	74.9
迟滞面积	3.0	0.343	0.286
PID 输出均方根值(mV)	13.296	7.411	6.987

## 5. 结论

针对振镜伺服系统在低速往复扫描过程中存在的迟滞 - 摩擦耦合非线性问题, 本文提出一种基于驻留指数的形状 - 幅值解耦前馈补偿方法。该方法采用加权 Play 算子网络提取归一化形状因子, 结合含经验衰减因子的广义 Stribeck 模型描述速度相关的非线性基础幅值变化, 将近似线性粘滞趋势以  $K_v v(k)$  形式显式外提, 并利用基于速度与加速度双阈值判据的驻留指数对零速邻域的动态状态进行判别, 在此基础上构造幅值调制系数, 对换向邻域的基础幅值函数进行动态调节。

实验结果表明, 在本文给定实验条件下, 所提方法在 RMS 误差、最大换向尖峰误差和 PID 输出等指标上表现出较好的综合性能, 并在迟滞残余面积方面保持了与传统 GPI 相当甚至略优的抑制效果。总体上, 该方法在保持结构相对简洁的同时, 提高了补偿模型的可解释性, 也便于在嵌入式平台上实现。

后续工作可围绕两个方面展开: 一是结合在线辨识或自适应调整方法, 提高广义 Stribeck 模型参数及驻留指数阈值对工况变化的适应能力; 二是在更复杂扫描轨迹及其他精密运动平台上进一步开展验证, 以评估该方法的适用范围。

## 参考文献

- [1] Yoo, H.W., Ito, S. and Schitter, G. (2016) High Speed Laser Scanning Microscopy by Iterative Learning Control of a Galvanometer Scanner. *Control Engineering Practice*, **50**, 12-21. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2016.02.007>
- [2] Yoo, H.W., Ito, S., Verhaegen, M. and Schitter, G. (2013) Transformation-Based Iterative Learning Control for Non-Collocated Sensing of a Galvanometer Scanner. 2013 *European Control Conference (ECC)*, Zurich, 17-19 July 2013, 1204-1209. <https://doi.org/10.23919/ecc.2013.6669311>
- [3] Chen, G. and Wang, Y. (2021) Control of a Digital Galvanometer Scanner Using a Discrete-Time Sliding-Mode Variable-Structure Controller Based on a Decoupled Disturbance Compensator. *Applied Sciences*, **11**, Article 9788. <https://doi.org/10.3390/app11219788>
- [4] Zaeh, M.F. and Pieczona, S.J. (2018) Adaptive Inverse Control of a Galvanometer Scanner Considering the Structural Dynamic Behavior. *CIRP Annals*, **67**, 385-388. <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2018.04.063>
- [5] Zhao, J., Guo, H. and Xu, J. (2024) High Performance Control Method for Galvanometer Laser Scanner System. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, **50**, 3208-3218.
- [6] Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P. and De Wit, C.C. (1994) A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction. *Automatica*, **30**, 1083-1138.

- 
- [https://doi.org/10.1016/0005-1098\(94\)90209-7](https://doi.org/10.1016/0005-1098(94)90209-7)
- [7] Canudas de Wit, C., Olsson, H., Astrom, K.J. and Lischinsky, P. (1995) A New Model for Control of Systems with Friction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **40**, 419-425. <https://doi.org/10.1109/9.376053>
- [8] Olsson, H., Åström, K.J., Canudas de Wit, C., Gäfvert, M. and Lischinsky, P. (1998) Friction Models and Friction Compensation. *European Journal of Control*, **4**, 176-195. [https://doi.org/10.1016/s0947-3580\(98\)70113-x](https://doi.org/10.1016/s0947-3580(98)70113-x)
- [9] Kuhnen, K. (2003) Modeling, Identification and Compensation of Complex Hysteretic Nonlinearities: A Modified Prandtl-Ishlinskii Approach. *European Journal of Control*, **9**, 407-418. <https://doi.org/10.3166/ejc.9.407-418>
- [10] Janaideh, M.A., Rakheja, S. and Su, C. (2009) A Generalized Prandtl-Ishlinskii Model for Characterizing the Hysteresis and Saturation Nonlinearities of Smart Actuators. *Smart Materials and Structures*, **18**, Article ID: 045001. <https://doi.org/10.1088/0964-1726/18/4/045001>
- [11] Al Janaideh, M., Rakheja, S. and Su, C. (2011) An Analytical Generalized Prandtl-Ishlinskii Model Inversion for Hysteresis Compensation in Micropositioning Control. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **16**, 734-744. <https://doi.org/10.1109/tmech.2010.2052366>
- [12] Ko, Y., Hwang, Y., Chae, M. and Kim, T. (2017) Direct Identification of Generalized Prandtl-Ishlinskii Model Inversion for Asymmetric Hysteresis Compensation. *ISA Transactions*, **70**, 209-218. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2017.07.004>
- [13] Zhang, J., Merced, E., Sepúlveda, N. and Tan, X. (2015) Optimal Compression of Generalized Prandtl-Ishlinskii Hysteresis Models. *Automatica*, **57**, 170-179. <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2015.04.012>
- [14] Jin, J., Sun, X. and Chen, Z. (2023) Modeling and Inverse Compensation of Dynamic Hysteresis in Voice Coil Motors Using an Extended Rate-Dependent Prandtl-Ishlinskii Model. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, **588**, Article ID: 171444. <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2023.171444>
- [15] Wang, W., Guo, J., Fang, C., Jiang, Z. and Wang, T. (2016) An Improved Prandtl-Ishlinskii Model for Compensating Rate-Dependent Hysteresis in Fast Steering Mirror System. *Optoelectronics Letters*, **12**, 426-429. <https://doi.org/10.1007/s11801-016-6188-x>