

一种用于大旋转角和严重非刚性形变点集配准的新型局部特征描述符

蔡昌恺

广东工业大学自动化学院, 广东 广州

收稿日期: 2026年8月3日; 录用日期: 2026年9月2日; 发布日期: 2026年9月11日

摘 要

点集配准是计算机视觉中常见的研究方向, 其目的是对两个点集执行空间对齐, 目前已被广泛应用于点云和图像配准中。常规刚性点集配准问题的主要挑战在于求解出两个点集之间的对应关系, 并以此估算出两者之间的旋转平移矩阵。而在实际应用场景中, 提取出来的两个点集之间的刚性变换偶尔会出现大角度旋转, 而且两点集间还会出现非刚性形变, 从而给配准问题带来更大的挑战。点集局部特征描述符可以清晰刻画出点集的局部几何结构并提取出点集之间的结构差异, 更有利于后续的配准过程, 因此被广泛应用于现有的各类型点集配准算法中。然而现有的局部特征描述符主要集中于解决常规旋转平移问题和非刚性形变问题, 极少考虑解决大角度旋转和非刚性形变同时作用下的耦合效应。为此本文提出一种新颖的点集局部特征描述符, 该描述符基于局部点集间的欧氏距离、三角形角度特征和伪对应关系而构建, 随后本文将所提特征描述符嵌入至经典的非刚性点集配准算法中, 并开展实验验证。对比实验结果表明, 嵌入所提特征描述符之后的配准算法在处理非刚性形变、大角度旋转以及两者共同作用下的配准问题中, 取得了最优的配准效果。

关键词

非刚性形变, 大角度旋转, 点集配准, 局部特征描述符

A Novel Local Feature Descriptor for Point Set Registration with Large-Angle Rotations and Severe Non-Rigid Deformations

Changkai Cai

School of Automation, Guangdong University of Technology, Guangzhou Guangdong

Received: August 3, 2026; accepted: September 2, 2026; published: September 11, 2026

文章引用: 蔡昌恺. 一种用于大旋转角和严重非刚性形变点集配准的新型局部特征描述符[J]. 计算机科学与应用, 2026, 16(9): 110-118. DOI: 10.12677/csa.2026.169293

Abstract

Point set registration is a prevalent research direction in computer vision, which aims to achieve spatial alignment between two point sets and has been extensively applied in point cloud and image registration tasks. The core challenge of conventional rigid point set registration lies in establishing correspondences between the two point sets and estimating the rotation-translation matrix based on these correspondences. However, in practical scenarios, rigid transformations between the extracted point sets may occasionally involve large-angle rotations, and non-rigid deformations often exist between the two sets, thereby introducing greater challenges to the registration problem. Local feature descriptors for point sets can explicitly characterize the local geometric structures of point sets and capture structural discrepancies between them, which is conducive to subsequent registration processes and thus widely adopted in various existing point set registration algorithms. Nevertheless, existing local feature descriptors primarily focus on addressing standard rotation-translation and non-rigid deformation issues, with minimal consideration given to the coupled effects induced by the simultaneous presence of large-angle rotations and non-rigid deformations. To address this gap, this paper proposes a novel local feature descriptor for point sets, which is constructed based on Euclidean distances between local points, triangular angle features, and pseudo-correspondences. Subsequently, the proposed feature descriptor is embedded into a classic non-rigid point set registration algorithm, and experimental validations are conducted. Comparative experimental results demonstrate that the registration algorithm integrated with the proposed descriptor achieves optimal performance in handling registration problems involving non-rigid deformations, large-angle rotations, and their combined effects.

Keywords

Non-Rigid Deformation, Large-Angle Rotation, Point Set Registration, Local Feature Descriptors

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在点集配准领域，寻找源点集与目标点集之间的对应关系，并求解两者之间的空间变换关系是两个基本步骤，最终目的是将源点集对齐至目标点集的空间坐标系中，以便于后续的图像或点云的拼接融合，该技术被广泛应用于信息融合与模式识别中[1]。根据目标点集是否存在非线性形变，点集配准可分为刚性配准和非刚性配准。刚性点集配准中目标点集仅存在旋转平移等线性变换，非刚性点集配准中除了线性变换以外目标点集还存在非线性形变，因此刚性配准可以看做是非刚性配准的一个特例[2]。

点集配准算法可分为传统算法和基于学习的算法。基于学习的算法可分为有监督算法和无监督算法，有监督算法需要大量训练数据集，因此该类型算法的泛化能力与可移植性较差。无监督算法通常使用特征描述符学习并构建特征提取器用以提取特征来获取对应关系，或者通过学习已有的对应关系间的特征来滤除错误匹配，此外部分算法通过学习点集的空间概率分布从而将配准问题转换为空间分布对齐问题。该类算法中较为经典的是文献[3]中提出的融合图像上下文信息与点云几何特征信息的跨模态混合注意力网络，该网络可以提升刚性配准鲁棒性。此外，还有 Slimani 等人[4]提出的基于三角形描述符和深度神经网络的配准方法，该方法使用局部点集构成多个三角形，然后计算它们的面积与内角构建局部几何特征，

并使用 softmax 归一化生成统计直方图,然后再输入至神经网络进行学习。然而,三角形的内角对形变敏感,微小形变即可引发内角变化,导致特征描述符失效。

传统的点集配准算法主要分为两类:基于特征的算法和基于概率模型的算法。基于特征的配准算法通常会提取点集的全局特征或局部特征,然后进行特征匹配以获取对应关系,然后使用径向基函数完成空间变换。目前,大多数基于特征的算法中,采用多种距离度量来构建描述符以刻画点集的几何结构。例如, Yang 等人[5]提出了一种基于全局与局部混合距离(Global and Local Mixture Distance, GLMD)的算法,该算法基于欧氏距离构建了两个特征描述符,用于获取源点集与目标点集之间的全局和局部几何结构差异,并将两者混合以估计代价函数。GLMD 算法的几何结构描述符构造简单且具有实时性,但其缺点在于,局部几何结构描述符通过两点间的平移向量及其邻近点的距离顺序,计算每对相邻点之间的欧氏距离。因此该描述符不具备旋转不变性。

基于概率模型的算法分为两种思路,第一种是将源点集中的点作为一个个质心,而目标点集则作为样本数据构建概率混合模型,用于构建混合概率密度函数,从而将配准问题转化为最大似然估计问题。这类方法通常采用高斯混合模型(Gaussian Mixture Model, GMM),而且模型中的样本本质上为点集中样本点和质心点之间的欧氏距离或其他距离特征。该类算法中最为经典的是 A. Myronenko 等人提出的相干点漂移(Coherent Point Drift, CPD)算法[6]。该算法将两个点集建模为 GMM,利用期望最大化算法计算最大似然,并采用高斯径向基函数完成空间变换函数的求解。CPD 算法已被广泛应用,但值得注意的是,该算法无法在同一框架下同时实现刚性与非刚性配准,需要视情况人工切换不同的配准框架,且在旋转情况下鲁棒性较差[7]。因此, H. Osamu [8]提出了基于贝叶斯框架的相干点漂移(Bayesian-Formulation-Based Coherent Point Drift, BCPD)算法,通过在贝叶斯框架下对相干点漂移进行建模,有效改善了上述问题。但 BCPD 算法仍存在一个缺陷,当两个点集的相似部分相邻时,配准后会出现不自然的形变,这种形变是由一种基于邻近性的变形约束运动一致性所导致的。为此, H. Osamu [9]提出了基于测地线的贝叶斯一致点漂移(Geodesic-Based Bayesian Coherent Point Drift, GBCPD)算法,该算法利用测地线距离特征重新定义了运动一致性。然而, GBCPD 算法在大角度旋转情况下鲁棒性不足[9]。

在第二种基于概率模型的配准方法中,源点集和目标点集中的每个均被视为质心,并将两个点集中除质心点以外的其余点作为样本数据,从而依托于源点集和目标点集分别构建两个概率混合模型,然后通过基于各类型距离特征的差异度量法量化这两个混合模型之间的差异,以求解两点集之间的模糊对应关系,然后最小化两个混合模型之间的差异来完成空间变换。其中较为经典的是高斯混合模型配准(Gaussian Mixture Model Registration, GMMREG)算法[7]。该算法构建两个 GMM,然后利用 Kullback-Leibler (KL)散度和 L2 距离来衡量两个 GMM 之间的差异,并通过最小化 KL 散度完成配准。由于 GMMREG 算法使用 KL 散度和 L2 距离来度量分布差异,在存在噪声和异常值的情况下,协方差矩阵会变大,从而导致配准效果下降。因此, G. Wang [10]提出了基于局部保持 Gromov-Wasserstein (Locality Preserving Gromov-Wasserstein, LPOT)的算法,该算法根据两个点集的局部结构构建两个 GMM,并采用 Gromov-Wasserstein 距离来衡量两个 GMM 之间的差异。LPOT 算法解决了 GMMREG 算法的缺陷,在存在噪声和异常值的情况下实现了更优的配准效果。然而, LPOT 算法在大角度旋转情况下仍不够鲁棒[10]。

综上所述,点集特征由于可以直观清晰地体现出点集的全局或局部结构特征,因此在各类型的配准算法中得到了广泛的使用,而点集特征描述符作为最为常见且有效地用于提取点集特征的工具,同样被广泛应用于各种类型的配准算法中。然而,现有的特征描述符主要集中于解决平移、旋转、离群值或非刚性形变问题,极少考虑解决极端的大角度旋转、严重非刚性形变以及两者共同作用下的耦合数据退化问题,因此现有主要特征描述符在大角度旋转和严重非刚性形变的共同干扰下的特征提取能力被极大削弱。在现实场景中,随着传感器在复杂场景中的使用频率与日俱增,亟待配准的点集间不可避免会出现

大角度旋转和严重非刚性形变的干扰，因此有必要对此展开相应研究。

为此，本文提出一种新型的点集局部特征描述符，该描述符首先使用局部点集中的点构成多个三角形，然后提取三角形中点与点的欧氏距离和角度作为三角特征，再引入伪对应思想求解两个分别属于源点集和目标点集的局部点集之间的伪对应三角，并提取伪对应三角之间的特征差异作为点集间的局部差异。随后，将所提局部特征描述符嵌入至经典的 GLMD 算法[5]，该算法是经典的基于几何特征的点集配准算法之一，其中所提特征描述符获取的局部特征差异与全局特征描述符获取全局差异线性融合，用于在不同的配准阶段准确灵活地获取点集之间的特征差异，从而构建代价函数，并使用线性分配算法最小化函数以获取对应关系，最后采用薄板样条函数和模拟退火算法完成空间变换关系求解和算法迭代。

2. 所提方法

2.1. 全局特征差异

所提描述符与 GLMD 算法相结合后，第一步是获取点集的全局和局部特征差异。首先，定义点集 $\mathbf{a} = \{a_i, i=1, 2, \dots, n\}$ 作为源点集，定义点集 $\mathbf{b} = \{b_j, j=1, 2, \dots, m\}$ 作为目标点集， n 和 m 分别是两个点集中的点数。全局特征差定义为：

$$G_{a_i b_j} = |D_{a_i} - D_{b_j}| \quad (1)$$

其中， $G_{a_i b_j}$ 表示点 a_i 与点 b_j 之间的全局差异，同时也是全局特征差异矩阵的元素。其中， D_{a_i} 和 D_{b_j} 是通过欧氏距离构建的全局特征描述符，其定义为：

$$\begin{cases} D_{a_i} = \sum_{e=1, e \neq i}^n \|a_i - a_e\|^2 \\ D_{b_j} = \sum_{e=1, e \neq j}^m \|b_j - b_e\|^2 \end{cases} \quad (2)$$

其中， $\|\cdot\|$ 表示欧氏距离运算。

2.2. 局部特征差异

随后，是所提局部特征描述符提取点集局部特征的过程，为了消除目标点集 $\mathbf{b}$ 中严重非刚性变形所引起的干扰，在构建局部三角测量函数之前，需要先获得 a_i 与 b_j 两个点与其各自邻近点所构成的两个局部点集之间的伪对应关系。设 $\mathbf{a}_i = \{ax \ i, x=1, 2, \dots, K\} \in \mathbb{R}^{K \times 3}$ 和 $\mathbf{b}_j = \{by \ j, y=1, 2, \dots, K\} \in \mathbb{R}^{K \times 3}$ 分别为点 a_i 与点 b_j 的局部点集，其中 K 表示局部点集中邻近点的数量，依据文献[5]将 K 的取值设为 5。考虑点 a_i 及其两个最近邻点 a_i^1 和 a_i^2 构成一个三角形，该三角形的面积定义为：

$$S_i^1 = \frac{1}{2} \times \|a_i - a_i^1\| \times \|a_i - a_i^2\| \times \sin(\theta_i^1) \quad (3)$$

其中 S_i^1 是由点 a_i 、 a_i^1 和 a_i^2 组成的三角形的面积， θ_i^1 是以 a_i 为角点的角的度数。基于点 a_i 及其 5 个近邻点的任意 2 个点可以构成一个三角形，从而可以由 a_i 的局部点集构造 10 个三角形。同理， b_j 及其 5 个邻近点同样可以构成是个三角形，其中 b_j 和最近的两个邻近 b_j^1 和 b_j^2 构成的三角形面积为：

$$S_j^1 = \frac{1}{2} \times \|b_j - b_j^1\| \times \|b_j - b_j^2\| \times \sin(\theta_j^1) \quad (4)$$

其中 θ_j^1 是以 b_j 为角点的内角度数。定义 d_{xy} 为局部伪对应矩阵的元素。此时，局部代价函数定义如下：

$$C_{local}(\mathbf{D}_1) = \sum_{x=1}^{10} \sum_{y=1}^{10} d_{xy} |S_i^x - S_j^y| \quad (5)$$

其中 d_{xy} 为局部伪对应矩阵 $\mathbf{D}_1 \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$ 中的元素。通过线性分配算法求解局部代价函数最小值，可以得到伪对应矩阵的解。伪对应矩阵中的元素 d_{xy} 只有 0 和 1，满足任意行或任意列的所有元素值之和为 1。其中， $d_{xy} = 1$ 表示点 a_i 的第 x 个三角形与 b_j 的第 y 个三角形是伪对应关系。此时， a_i 和 b_j 之间的局部特征差异可以定义为：

$$L_{ij} = \sum \left(1 - \cos \left| \theta_i^x - \theta_j^y \right| \right) + \sum \left\| S_i^x - S_j^y \right\|, d_{xy} = 1 \quad (6)$$

其中 L_{ij} 是 a_i 和 b_j 之间的局部差异，同时也是局部差异矩阵 $\mathbf{L} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 中的一个元素。

2.3. 估算对应关系

在获取了点集之间的全局和局部特征差异之后，总代价函数可定义为

$$C_{total}(\mathbf{D}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m d_{ij} (G_{ij} + \alpha L_{ij}) \quad (7)$$

其中 α 是调节参数，用于调整全局和局部特征差异在总代价函数中的比例。其值在迭代过程中逐渐减小，使得混合特征矩阵的主要部分逐渐从全局特征差异转换到局部特征差异。 α 在每个迭代过程中的更新方式为： $\alpha = \alpha_i \times r$ ，其中 α_i 是调节参数的初始值，依据文献[5]可将其值设定为邻域点数量的平方即 K^2 ， r 是更新参数，依据文献[5]中的设定可将其值设定为 0.7。 $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ 表示对应关系矩阵。通过线性分配算法求解总代价函数的最小值得到对应关系矩阵 $\mathbf{D}$ 。对应关系矩阵和伪对应矩阵一样，其中的元素只有 0 和 1。矩阵中的元素 d_{ij} 只有 0 和 1，满足任意行或任意列的所有元素值之和为 1。 $d_{ij} = 1$ 表示点 a_i 与 b_j 是两个点集 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 的对应点对。

在得到对应关系矩阵 $\mathbf{D}$ 后，源点集 $\mathbf{a}$ 的空间变换对应点集 $\mathbf{b}_n$ 的定义为：

$$\mathbf{b}_n = \mathbf{D} \times \mathbf{b} \quad (8)$$

然后，基于对应关系，利用薄板样条函数求解源点集与目标点集之间的空间变换关系，并采用模拟退火算法控制配准的迭代过程。由于求解空间变换和迭代过程并非本文创新点，因此不在此处详述，具体过程见参考文献[5]。

3. 实验

3.1. 实验设置

本章节将开展点集配准对比实验用以验证所提特征描述符的有效性。首先是实验设置，第一项设置为参数设置，由于所提算法是将所提特征描述符嵌入至 GLMD 算法中形成，所以各项参数设置与 GLMD 算法保持一致，可参考文献[5]；随后是实验用点集设置，本文使用点集配准领域最为经典且常见的 fish2 点集，该点集为 2D 点集并由 91 个点构成[11]。实验中的点集分为两种情况，分别是平移加旋转以及平移加非刚性形变，其中平移单位统一设置为 1，点集的旋转角度从 30° 增至 180° 且增量为 30° ，点集的形变等级为 1 至 8；接下来是对比算法，对比算法包括经典的 CPD、基于 L2 距离估计(L2 Distance Based-Estimation, L2E)算法[12]、GLMD 以及基于交替式三角和平移描述符(Alternating Triangle and Translation Feature Descriptors, ATTFD)的算法[13]；最后是评价指标，所有实验均执行 100 次的蒙特卡洛运行，每次运行完成配准后源点集和目标点集中所有真实对应点对之间的欧氏距离平方之和为误差值，实验的评价指标定义为 100 次蒙特卡洛运行所获取的 100 个误差值的均值误差 Error 和标准差。上述所有实验统一使用 MATLAB 完成并在一台配置为 2.66 GHz Intel i5-8265U CPU 和 8 GB RAM 电脑中执行。

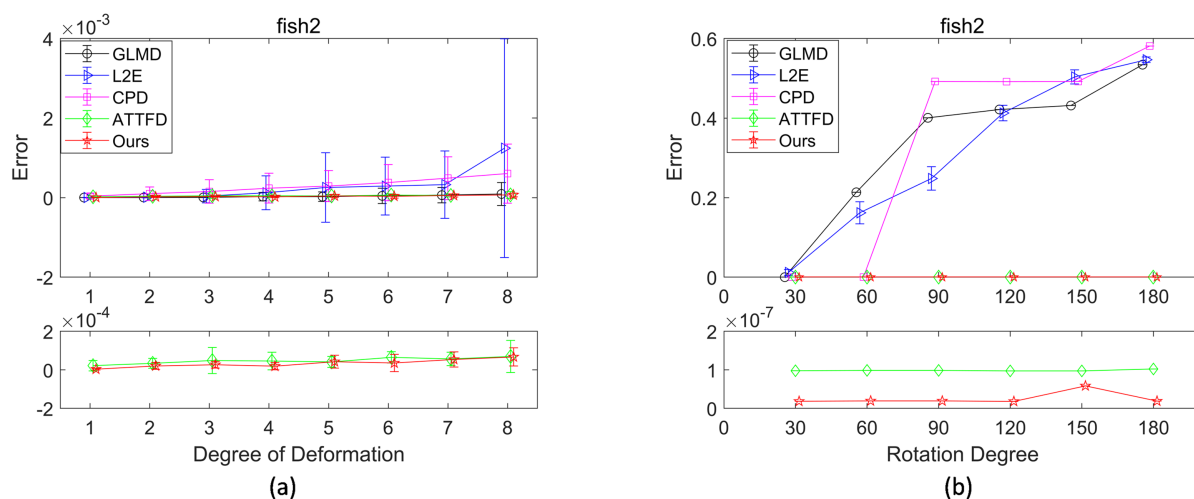


Figure 1. Registration results of various algorithms on the fish2 point set, (a) Registration results under non-rigid deformation; (b) Registration results under rotation case

图 1. 各类算法在 fish2 点集上的配准结果, (a) 非刚性形变下的配准结果; (b) 旋转案例下的配准结果

3.2. 点集配准实验

首先开展点集配准实验, 实验结果如图 1 所示, 可见和现有先进算法相比, 融合了所提特征描述符后的配准算法取得了总体最优的配准效果, 尤其是在大角度旋转案例中的优势尤为明显。为了更进一步展示各个算法的配准效果, 本文进一步展示了形变结果为 8 以及旋转角度为 180° 的配准示例结果, 示例图如图 2 和图 3 所示, 图中使用蓝色十字符号表示目标点集, 源点集则采用黑色圆圈显示, 结果图中圆圈将蓝色十字完全包含则代表配准效果较好。从两图中可以看出, 结合所提描述符后的配准算法和 ATTFD 算法拥有较强的旋转不变性, 因为描述符中构建的三角特征并不受到大角度旋转的影响, 而其余算法对大角度旋转极为敏感; 而严重形变干扰下, 所提算法的配准效果明显优于其余算法, 因为伪对应的设置去除了很大部分的错误匹配。

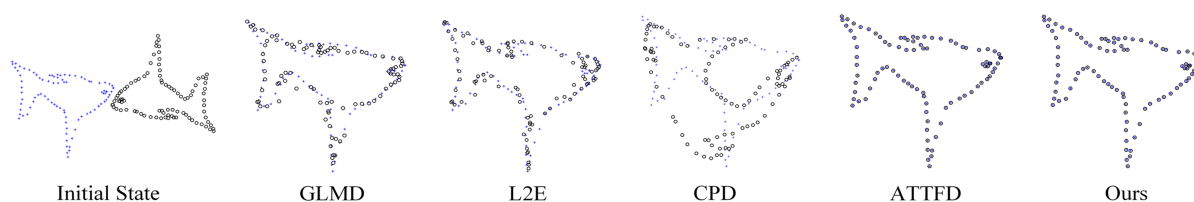


Figure 2. Registration examples of various algorithms under the 180° rotation case

图 2. 各类算法在 180° 旋转案例下的配准示例

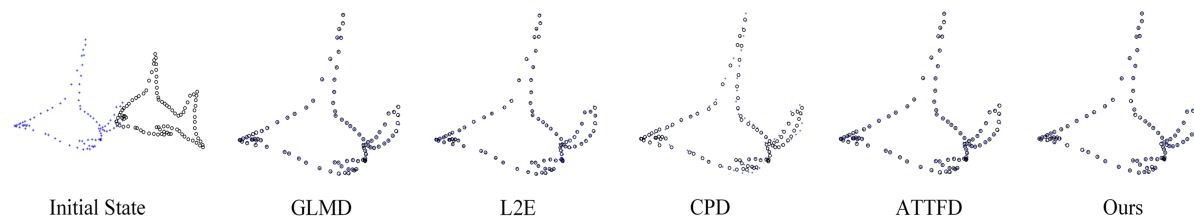


Figure 3. Registration examples of various algorithms under severe non-rigid deformation cases

图 3. 各类算法在严重非刚性形变案例下的配准示例

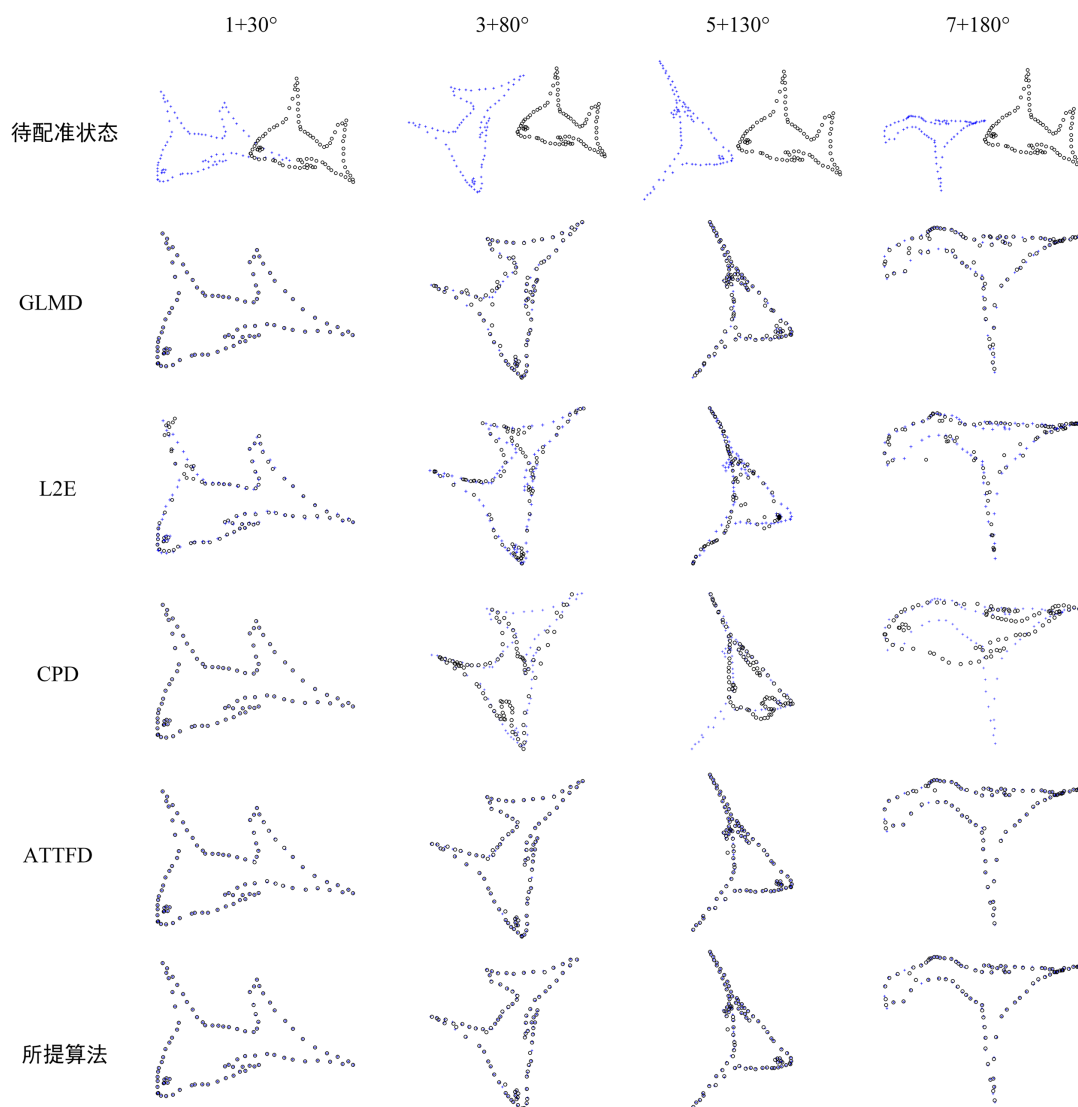


Figure 4. Registration examples of various algorithms under different levels of deformation and rotation angle coupling cases

图 4. 各类算法在不同级别形变和旋转角耦合案例下的配准示例

3.3. 定性分析

本章节目的是探究基于所提描述符的配准算法的特性，该部分实验首先探究所提算法与其他算法在大角度旋转和严重非刚性形变同时作用下的耦合场景中的配准效果，随后探究邻域数量 K 对所提描述符的影响，最后探究了所提特征描述符的缺陷。首先，耦合场景分为四个级别，分别是 1 级形变加 30° 旋转、3 级形变加 80° 旋转、5 级形变加 130° 旋转以及 7 级形变加 180° 旋转，结果如图 4 所示。由图可见，所提算法的确可以较好地适应严重形变和大角度旋转同时作用下的耦合场景，且配准效果略优于 ATTFD 算法。随后，测试算法在 K 值从 2 变化到 8 时的性能变化结果，实验中对点集施加了 1 级形变和 30° 旋转，并进行 100 次的蒙特卡洛运算，结果如表 1 所示。从表 1 中的数据可以看出，当 K 值逐渐变大时，算法的配准效果会有所改变，但改变幅度较小且始终限制在相同数量级中，而且 K 值达到 5 之后的配准效果都属于最优效果，这是因为所提描述符中所设计的伪对应三角机制遇到真实对应点对时，计算所得

的差异会相对较小反之则较大,因此构建的三角形较多时算法性能相对稳定,考虑到 K 值越大耗时越长,因此本文将 K 值设为 5 是较为合理的设定。几种算法在不同级别案例中的耗时如表 2 所示。由表中数据可得,所提算法实时性相对较差,仅优于 L2E 算法,因为构建三角形特征以及使用线性分配算法求解伪对应的过程会消耗较多时间。

Table 1. Registration error and average processing time of the proposed algorithm under different K values

表 1. 所提配准算法在不同 K 值下的配准误差值和平均耗时

	$K = 2$	$K = 3$	$K = 4$	$K = 5$	$K = 6$	$K = 7$	$K = 8$
Error	4.20e-07	5.18e-07	3.25e-07	3.04e-07	3.19e-07	3.07e-07	2.67e-07
Time	0.37s	0.98s	1.88s	2.13s	2.82s	3.76s	4.54s

Table 2. Time consumption of several registration algorithms for different levels of coupled scenarios

表 2. 几种配准算法处理不同级别耦合场景的耗时

Algorithms	$1 + 30^\circ$	$3 + 80^\circ$	$5 + 130^\circ$	$7 + 180^\circ$
GLMD	0.06 s	0.06 s	0.06 s	0.06 s
L2E	8.46 s	8.72 s	8.81 s	9.29 s
CPD	0.87 s	0.85 s	1.07 s	1.43 s
ATTFD	0.90 s	1.03 s	1.06 s	1.08 s
Ours	2.11 s	2.35 s	2.59 s	2.72 s

3.4. 计算复杂度与加速策略分析

在定性分析实验中,本文对比了所提算法和当前部分先进算法的运行时间。然而,算法的运行时间取决于众多因素,比如硬件条件、代码结构优化以及编程语言,其中部分算法会调用 C++编写的函数。因此,有必要对所提算法的计算复杂度进行分析。所提基于新型特征描述符的算法最复杂的两个过程是建立和求解总代价函数。其中利用所提新型特征描述符构造总代价函数的复杂度为 $O(K^3nm)$,求解总代价函数所使用的线性分配算法的复杂度为 $O(n^3)$ 。为了进一步提升所提基于新型特征描述符算法的效率,可以采用以下一些加速策略:第一个是代码优化,例如减少循环迭代次数,尽量避免嵌套循环;第二个是 GPU 加速计算,当使用计算复杂度最高的线性分配算法时,可采用 GPU 加速计算。

4. 结论

现有的大部分点集局部特征描述符主要集中于解决常规的小角度旋转和平移问题,以及点集局部的非刚性形变问题,极少考虑解决大角度旋转或严重非刚性形变问题以及两者同时作用下的耦合效应。本文为了解决上述问题,提出了一种点集局部特征描述符,该描述符基于局部点集中点与点间的欧氏距离、三角形特征和伪对应关系而构建,随后本文将所提特征描述符嵌入至经典的 GLMD 非刚性点集配准算法中,并开展实验验证。点集配准实验结果表明,嵌入了所提特征描述符之后的配准算法在处理非刚性形变、大角度旋转以及两者共同作用下的配准问题中,配准实验结果显示基于所提特征描述符的配准算法取得了较为显著的改进效果,但所提特征描述符的实时性相对较差,未来研究将以此为重点,在保持特征描述能力不变的情况下,加强特征描述过程的效率以提升配准算法的实时性。

参考文献

- [1] 张荣国,孙志亮,胡静,等. 3D 点云曲率自适应变形图和多几何剪枝非刚性配准算法[J]. 计算机辅助设计与图形

- 学学报, 2023, 35(7): 990-999.
- [2] Monji-Azad, S., Hesser, J. and Löw, N. (2023) A Review of Non-Rigid Transformations and Learning-Based 3D Point Cloud Registration Methods. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, **196**, 58-72. <https://doi.org/10.1016/j.isprsjprs.2022.12.023>
 - [3] Zhang, D., Wang, Y., Sun, Y., Xu, H., Fan, P. and Zhu, J. (2026) CMHANet: A Cross-Modal Hybrid Attention Network for Point Cloud Registration. *Neurocomputing*, **680**, Article 133318. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2026.133318>
 - [4] Slimani, K., Achard, C. and Tamadazte, B. (2024) ROCNet++: Triangle-Based Descriptor for Accurate and Robust Point Cloud Registration. *Pattern Recognition*, **147**, Article 110108. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2023.110108>
 - [5] Yang, Y., Ong, S.H. and Foong, K.W.C. (2015) A Robust Global and Local Mixture Distance Based Non-Rigid Point Set Registration. *Pattern Recognition*, **48**, 156-173. <https://doi.org/10.1016/j.patcog.2014.06.017>
 - [6] Myronenko, A., Song, X. and Carreira-Perpiñán, M.Á. (2007) Non-Rigid Point Set Registration: Coherent Point Drift. In: *Advances in Neural Information Processing Systems* 19, The MIT Press, 1009-1016. <https://doi.org/10.7551/mitpress/7503.003.0131>
 - [7] Jian, B. and Vemuri, B.C. (2011) Robust Point Set Registration Using Gaussian Mixture Models. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **33**, 1633-1645. <https://doi.org/10.1109/tpami.2010.223>
 - [8] Hirose, O. (2021) A Bayesian Formulation of Coherent Point Drift. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **43**, 2269-2286. <https://doi.org/10.1109/tpami.2020.2971687>
 - [9] Hirose, O. (2023) Geodesic-Based Bayesian Coherent Point Drift. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, **45**, 5816-5832.
 - [10] Wang, G. (2024) LPOT: Locality-Preserving Gromov-Wasserstein Discrepancy for Nonrigid Point Set Registration. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, **35**, 9213-9225. <https://doi.org/10.1109/tnnls.2022.3231652>
 - [11] Chui, H. and Rangarajan, A. (2003) A New Point Matching Algorithm for Non-Rigid Registration. *Computer Vision and Image Understanding*, **89**, 114-141. [https://doi.org/10.1016/s1077-3142\(03\)00009-2](https://doi.org/10.1016/s1077-3142(03)00009-2)
 - [12] Ma, J.Y., Qiu, W.C., Zhao, J., Ma, Y., *et al.* (2015) Robust L2E Estimation of Transformation for Non-Rigid Registration. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **63**, 1115-1129. <https://doi.org/10.1109/tsp.2014.2388434>
 - [13] Cai, C., Yu, R.W. and Meng, W. (2026) Nonrigid Point Set Registration Algorithm Based on Alternating Triangle and Translation Feature Descriptors. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, **75**, 1-19. <https://doi.org/10.1109/tim.2026.3679081>