

基于多策略麝牛优化算法的稀布直线阵列综合

丁超¹, 陈孝天¹, 孔令琦², 杨晓芳^{1*}, 钱汤亮¹, 胡诗宇¹, 朱文涛¹

¹盐城工学院信息工程学院, 江苏 盐城

²智洋创新科技股份有限公司, 山东 济南

收稿日期: 2026年8月14日; 录用日期: 2026年9月15日; 发布日期: 2026年9月23日

摘要

面向6G线性稀布阵列综合的高维非线性寻优难题, 传统智能优化算法易早熟收敛, 旁瓣抑制效果有限。本文提出多策略麝牛优化算法(MSMO)用于阵元位置优化。该算法利用精英反向学习挖掘最优个体附近潜在优质解, 借助停滞判定机制重置劣等个体维持种群多样性。采用自适应非线性Beta系数动态调整全局迁徙步长, 结合适应度方差构建动态权重优化扰动幅度, 并引入迭代衰减自适应莱维飞行强化局部搜索能力。实验结果证明所提算法拥有更优的收敛性能与寻优精度, 可有效实现6G稀布线阵低旁瓣布阵设计。

关键词

6G通信, 线性稀布阵列, MSMO, 精英反向学习, 莱维飞行

Sparse Linear Array Synthesis Based on Multi-Strategy Musk Ox Optimizer

Chao Ding¹, Xiaotian Chen¹, Lingqi Kong², Xiaofang Yang^{1*}, Tangliang Qian¹, Shiyu Hu¹, Wentao Zhu¹

¹School of Information Engineering, Yancheng Institute of Technology, Yancheng Jiangsu

²Zhiyang Innovation Technology Company Limited, Jinan Shandong

Received: August 14, 2026; accepted: September 15, 2026; published: September 23, 2026

Abstract

Aiming at the high-dimensional nonlinear optimization problem of linear sparse array synthesis for 6G, traditional intelligent optimization algorithms tend to suffer from premature convergence and achieve limited sidelobe suppression performance. In this paper, a multi-strategy Musk Ox Optimizer

*通讯作者。

文章引用: 丁超, 陈孝天, 孔令琦, 杨晓芳, 钱汤亮, 胡诗宇, 朱文涛. 基于多策略麝牛优化算法的稀布直线阵列综合[J]. 计算机科学与应用, 2026, 16(9): 236-244. DOI: 10.12677/csa.2026.169304

(MSMO) is proposed for element position optimization. Elite opposition-based learning is adopted to explore potential high-quality solutions around the optimal individuals, and a stagnation judgment mechanism is utilized to reset inferior individuals so as to maintain population diversity. An adaptive nonlinear Beta coefficient is employed to dynamically adjust the global migration step size. Combined with fitness variance, dynamic weights are constructed to optimize the perturbation amplitude. Besides, iteratively decaying adaptive Lévy flight is introduced to strengthen local search capability. Experimental results verify that the proposed algorithm achieves better convergence performance and optimization accuracy, and can effectively realize the low-sidelobe layout design of 6G sparse linear arrays.

Keywords

6G Communication, Linear Sparse Array, MSMO, Elite Opposition-Based Learning, Lévy Flight

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

第六代移动通信(6G)面向太赫兹高速传输与空天地一体化全域覆盖场景,对天线阵列的波束指向性与干扰抑制能力提出了严苛要求[1]。传统均匀直线阵列采用固定半波长栅格排布,阵列孔径扩展会显著增加阵元数量,带来射频成本升高、阵元电磁耦合增强、波束调控难度提升等问题,难以满足 6G 天线轻量化与低功耗的设计需求。稀疏直线阵列可在连续孔径内灵活优化阵元位置,无需减少阵元数量即可有效降低峰值旁瓣电平,能够在同等阵元规模下获得更优的抗干扰性能,是 6G 超大规模天线轻量化设计的重要技术途径。

6G 稀疏线阵优化可建模为带约束的高维连续非线性优化问题,其目标函数难以提取有效梯度信息。传统阵列解析综合方法仅适用于规则均匀阵列结构,难以适配非均匀连续布阵的复杂优化求解场景[2]。相较于梯度类解析算法,元启发式智能优化算法无需依赖目标函数梯度特性,具备全局并行搜索能力,现已成为阵列综合优化问题的主流求解方案。麝牛优化算法凭借结构简洁、超参数少的优势,通过模拟麝牛种群迁徙与觅食行为实现分阶段迭代寻优,对连续型优化问题具有优异的适配性与应用潜力[3]。然而,原始麝牛优化算法存在固有缺陷,迭代后期种群多样性快速衰减,极易陷入局部最优。同时,算法固定的迁徙步长与扰动幅度无法适配迭代全过程的全局探索与局部开发需求,在求解高维稀疏线阵优化问题时,普遍存在收敛速率偏低、阵列旁瓣抑制效果受限等不足[4]。

针对麝牛优化算法的寻优缺陷,本文提出一种多策略麝牛优化算法,分别从维持种群多样性、平衡算法全局勘探与局部开发能力两个核心维度引入多重优化机制。首先,引入精英反向学习策略,深度挖掘最优布阵个体邻域内的优质候选解,有效拓展算法的有效搜索空间,规避搜索范围受限的问题[5]。其次,利用迭代停滞判定与劣质个体重置机制,及时剔除种群内的劣质个体,有效抑制算法早熟收敛问题,改善种群多样性快速衰减的弊端。同时,采用非线性自适应 Beta 函数动态调控全局迁徙步长,使算法在迭代前期具备较强的全域勘探能力,完成大范围搜索遍历,在迭代后期切换为精细化局部搜索模式,兼顾算法的搜索广度与收敛精度。此外,结合种群适应度方差构建动态扰动权重,并引入迭代衰减莱维飞行算子,实现搜索强度的自适应调整,大幅提升算法的局部深度寻优能力[6]。在算法迭代寻优全过程中,嵌入稀疏线阵约束条件[7]。

2. 理论概述

2.1. 直线稀布阵列天线理论

2.1.1. 阵列辐射叠加原理与方向图乘积定理

单一天线单元辐射能量发散，波束定向能力较差，难以满足 6G 通信高增益、低干扰的使用需求。天线阵列由若干电气参数完全一致的阵元按照特定空间位置排布而成，依靠电磁波空间相干叠加效应重塑辐射能量分布，以此实现窄主瓣、低旁瓣、波束扫描等功能[5]。

根据远场辐射理论，阵列整体辐射场为所有阵元辐射场的矢量叠加。阵列总方向图遵循方向图乘积定理，总辐射方向图可拆解为单元因子与阵列因子相乘，数学表达式为：

$$F(\theta) = F_{\mu}(\theta) \cdot AF(\theta) \quad (1)$$

其中 $F_{\mu}(\theta)$ 代表单元因子，由单一天线自身结构决定； $AF(\theta)$ 为阵列因子，仅由阵元空间坐标、激励幅度与相位决定。本文为消除单元结构对优化结果的干扰，统一假设所有阵元为理想各向同性点源，仅对阵列因子开展优化设计，所有目标函数、适应度计算均基于阵列因子完成。

2.1.2. 直线阵列阵列因子数学模型

本文研究沿横轴排布的一维直线阵列，设阵列包含 N 个各向同性阵元，全部采用等幅同相激励，阵元横坐标记为 x_n ，阵列远场阵列因子公式如下：

$$AF(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} \exp(jkx_n \sin \theta) \quad (2)$$

其中 $k = 2\pi/\lambda$ 为相位常数， λ 为工作波长； θ 为远场观测俯仰角； x_n 为第 n 个阵元在孔径内的位置坐标。

2.1.3. 峰值旁瓣电平

阵列辐射方向图分为主瓣与旁瓣：主瓣汇聚绝大部分辐射能量，是通信传输的有效波束；旁瓣为主瓣之外的杂散波束，会造成能量泄露、引入外界电磁干扰，因此阵列设计需尽可能抑制旁瓣幅值。

峰值旁瓣电平(PSLL)是量化旁瓣抑制效果的核心指标，定义为全局最大旁瓣场强与主瓣峰值场强的比值，单位为 dB，计算公式如下：

$$\text{PSLL} = 20 \lg \frac{|E_{s,\max}|}{|E_{\text{main}}|} \quad (3)$$

式中： $E_{s,\max}$ 代表所有旁瓣中的最大场强幅值， E_{main} 为主瓣峰值场强。本文将最小化 PSLL 作为智能优化算法的适应度函数[2]。

2.1.4. 半功率波束宽度

阵列主瓣波束宽度决定天线角度分辨能力，半功率波束宽度(HPBW)是描述主瓣宽窄的常用指标。半功率点对应辐射功率下降至主瓣峰值功率的一半，场强幅度下降至峰值的 $1/\sqrt{2}$ ，对应方向图增益下降-3 dB。

半功率波束宽度定义为主瓣两侧两个半功率点之间的角度间隔，计算公式为：

$$\text{HPBW} = \theta_r - \theta_l \quad (4)$$

式中： θ_r 、 θ_l 分别为主瓣右侧、左侧归一化场强幅值等于 $1/\sqrt{2}$ 对应的观测俯仰角。HPBW 数值越小代表主瓣波束越窄，阵列角度分辨性能越好。稀布阵列在压低旁瓣的过程中往往会造成主瓣波束展宽，因此优化过程中需要对该指标进行约束评估。

2.1.5. 方向性系数

方向性系数表征天线将辐射能量向特定方向集中的能力, 表征阵列辐射能量汇聚程度。对于一维直线阵列, 仅考虑阵列因子贡献, 方向性系数定义为最大辐射方向功率密度与全空间平均辐射功率密度之比:

$$D = \frac{\max |AF(\theta)|^2}{\frac{1}{2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |AF(\theta)|^2 \cos \theta d\theta} \quad (5)$$

式中: $\max |AF(\theta)|$ 为阵列因子峰值; 分母代表直线阵全空间辐射功率积分, $\cos \theta$ 为一维线阵对应的立体角权重。方向性系数 D 数值越大, 说明阵列能量聚集能力越强。在稀布阵列优化中, 若片面追求极低旁瓣电平, 会造成方向性系数明显下降, 因此需要结合 PSLL、HPBW 综合评判阵列综合效果。

2.2. 麝牛优化算法

麝牛优化算法(Musk Ox Optimizer, MO)是一种新型元启发式智能优化算法[3], 模拟麝牛种群迁徙、分群觅食两大核心生物行为, 将种群划分为迁徙探索个体与精细开发个体, 通过警报信号、安全信号自适应切换全局搜索与局部搜索阶段, 无需复杂梯度信息, 适配稀布线阵这类高维连续优化问题。

2.2.1. 种群初始化

设定种群总规模为 N , 优化维度等于阵元数量 dim , 在给定搜索边界内随机生成所有麝牛种群, 每个个体代表一组阵元位置解。第 i 个个体第 j 位置初始化表达式为:

$$X_{i,j} = X_{\min,j} + rand \cdot (X_{\max,j} - X_{\min,j}) \quad (6)$$

式中 $X_{i,j}$ 代表第 i 个个体第 j 维位置, $X_{\min,j}$ 、 $X_{\max,j}$ 分别为搜索空间第 j 维的上下边界, $rand$ 为 $[0,1]$ 区间内的均匀随机数。

2.2.2. 警报信号

MO 算法通过构造警报信号 F_s 判断当前算法所处的搜索阶段, 警报信号的计算如式(5)所示:

$$\begin{cases} \alpha = 1 - \frac{t}{\text{Max_iter}} \\ A = 2\alpha \\ R = 1 - r \\ F_s = A \cdot R \end{cases} \quad (7)$$

其中 t 为算法当前迭代次数, Max_iter 为算法设定的最大迭代次数, r 为 $[0,1]$ 区间内均匀分布的随机数。

2.2.3. 迁徙机制

当满足条件 $|F_s| \geq 1$ 时, 算法判定当前处于全局迁徙阶段。该阶段触发种群大范围随机扰动, 借助随机置换选取的个体生成迁徙步长, 实现搜索空间内的全域广泛探索, 避免算法过早局限在局部最优区域。衰减系数 β 与个体位置更新公式如式(6) (7)所示:

$$\beta = 1 - \frac{1}{1 + \exp\left(10 \cdot \frac{0.5\text{Max_iter} - t}{\text{Max_iter}}\right)} \quad (8)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + \beta^2 \cdot r^4 \cdot (X_a(t) - X_b(t)) \quad (9)$$

式中 $X_a(t)$ 、 $X_b(t)$ 为从当前种群中随机选取的两个不同个体, r 是 $[0,1]$ 区间内的均匀随机数。 β 为迭代

衰减系数, 控制迁徙步长随迭代推进逐步减小。

2.2.4. 安全信号与分群局部开发机制

当判定条件 $|F_s| \leq 1$ 成立时, 算法进入局部觅食开发阶段。完成种群个体适应度计算, 筛选得到种群全局最优个体 X^{Gbest} 、次优精英个体 X^{Sbest} 以及全局最差个体 X^{worst} , 为分群位置更新提供精英与劣解引导信息。引入安全信号 $S_f = r$, r 为 $[0,1]$ 区间内均匀分布的随机数。设置划分比例 $P = 0.4$, 将种群划分为主麝牛群 $M = \text{round}(N \cdot P)$ 与幼崽群 $FC = N - M$ 。

当安全信号 $S_f \geq 0.5$: 全部个体围绕全局最优 X^{Gbest} 开展精细局部挖掘, 动态权重 $W_i(t)$ 随迭代衰减:

$$W_i(t) = 0.001 \cdot \frac{1}{\exp\left(0.01 \cdot \frac{t}{\text{Max_iter}}\right)} \quad (10)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + (X^{Gbest} - X_i(t)) + r^3 \cdot W_i(t) \cdot (X_i(t) - X^{Gbest}) \quad (11)$$

当安全信号 $S_f < 0.5$, 种群分两组差异化更新:

1) 主麝牛群($1 \sim M$): 利用 X^{Gbest} , X^{Sbest} 双精英信息更新:

$$W'_i(t) = 100 \cdot \frac{1}{\exp\left(0.01 \cdot \frac{t}{\text{Max_iter}}\right)} \quad (12)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + r^2 (X^{Sbest} - X^{Gbest}) + r \cdot W'_i(t) \cdot (X^{Gbest} - X^{worst}) \quad (13)$$

2) 幼崽群($M+1 \sim N$): 引入莱维飞行 L 实现扰动, 维持种群多样性:

$$X_i(t+1) = r \cdot (X^{Gbest} - X_i(t)) \odot L \quad (14)$$

式中 $\odot$ 代表哈达玛逐元素相乘; L 为莱维飞行步长向量。

3. 多策略麝牛优化算法(MSMO)设计

针对 MO 算法应用于稀布直线阵列优化时存在种群多样性易衰减、易陷入局部最优、搜索策略缺乏自适应特性等问题, 本文在标准 MO 基础上引入精英反向学习、停滞个体重置、自适应非线性 Beta、适应度方差动态权重、自适应缩放莱维飞行, 构建多策略麝牛优化算法(Multi-strategy Musk Ox Optimizer, MSMO)。

3.1. 精英反向学习

原始 MO 缺少对精英个体邻域空间挖掘。精英反向学习针对当前最优布阵构造反向候选解:

$$X_{opp} = lb + ub - X^{Gbest} \quad (15)$$

反向解执行排序、首尾位置锁定等阵列约束校正, 求解对应适应度。若反向解性能更优, 则更新全局最优位置, 拓展精英个体附近搜索范围[5]。

3.2. 停滞触发劣质个体重置

迭代后期种群同质化易引发早熟收敛。设置停滞计数器持续监测最优适应度更新状态, 连续 10 代无性能提升时, 选取适应度最差 30% 个体重新初始化并施加阵列约束[8], 恢复种群多样性, 帮助算法跳出局部最优。

3.3. 自适应非线性 Beta 系数

MO 采用固定 Beta 调节迁徙步长, 难以适配迭代不同阶段需求。构造非线性时变参数:

$$\beta = 1 - \exp\left(-3 \cdot \frac{\text{Max_iter} - t}{\text{Max_iter}}\right) \quad (16)$$

迭代前期 β 取值较大, 扩大全局迁徙步长, 侧重全域探索; 迭代后期 β 逐步衰减, 缩小扰动范围, 保障局部收敛精度[9]。

3.4. 基于适应度方差的动态权重

传统 MO 扰动权重固定, 无法随种群聚集状态自适应调整。利用种群适应度方差表征个体离散程度, 构建动态权重:

$$W_i = G_0 \cdot \exp\left(-\alpha \cdot \frac{t}{\text{Max_iter}}\right) \cdot (1 + \text{fit_var}) \quad (17)$$

式中 G_0 、 α 为预设常数, fit_var 为种群适应度方差, 用于表征种群离散程度。种群离散程度越高, 权重越大, 加大搜索扰动; 迭代推进, 指数项持续衰减, 逐步缩小扰动幅度, 平衡全局探索与局部开发。该权重分别应用于警报、安全信号两种分支的个体更新公式[10]。

3.5. 自适应缩放莱维飞行

为提升 FC 分组个体局部寻优能力, 引入莱维飞行算子[11], 并设置线性衰减缩放因子:

$$\text{levy_scale} = 1 - \frac{t}{\text{Max_iter}} \quad (18)$$

迭代初期缩放因子较大, 支持大范围局部搜索; 迭代后期步长收缩, 实现精细化寻优, 抑制搜索震荡。

4. 仿真实验与结果分析

本文选取淘金优化算法(GRO)、遗传算法(GA)、鲸鱼优化算法(WOA)、麝牛优化算法(MO)作为对比基准[7] [12] [13], 从收敛特性、阵列辐射方向图、量化优化指标三个维度, 验证多策略麝牛优化算法(MSMO)用于稀布直线阵列低旁瓣优化的有效性与优越性。

4.1. 仿真参数设置

仿真对象为 64 阵元稀布直线阵列, 设定工作波长 $\lambda = 1$, 阵列总孔径 100λ ; 阵元采用等幅同相激励, 单元为理想各向同性点源。优化目标为最小化阵列峰值旁瓣电平(PSLL), 角度采样点数设置为 1800, 观测角度覆盖 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 。

参与对比的优化算法包括 GRO、GA、WOA、MO 以及本文 MSMO。各算法统一设置种群规模 N , 最大迭代次数 $\text{Max_iter} = 500$ 。MSMO 内置参数: 停滞迭代阈值 10 代, 停滞触发时重置 30% 适应度最差个体。该组超参数通过多组预备仿真实验确定, 分别对停滞阈值 $\{5, 10, 15, 20\}$, 重置比例 $\{20\%, 30\%, 40\%\}$ 开展参数组合测试, 综合对比寻优精度与收敛稳定性, 最终选取上述参数配置, 用以缓解算法早熟收敛问题。为降低算法随机初始化带来的结果波动, 本文对每种算法进行多次独立运行, 选取最优结果开展性能分析, 同时选取 128 阵元均匀满阵作为辐射方向图的性能参考基准。

4.2. 收敛特性对比分析

五种算法的 PSLL 收敛曲线如图 1 所示。

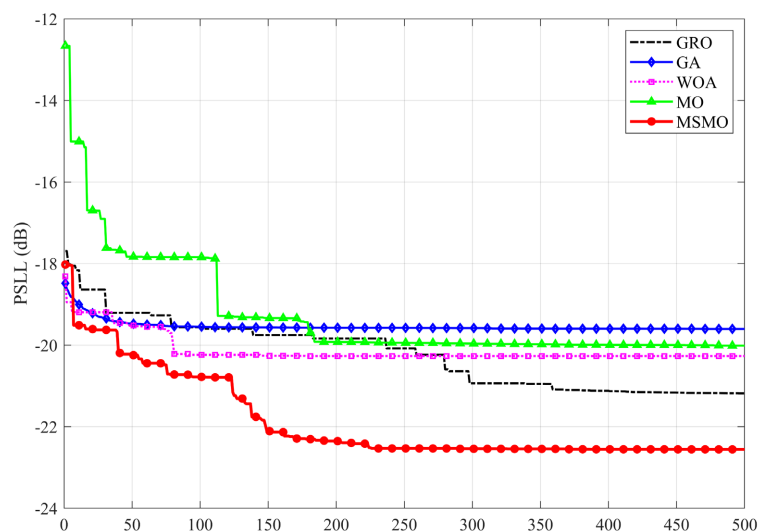


Figure 1. Comparison of the convergence curves of the five algorithms
图 1. 五种算法收敛曲线对比

GA 算法收敛曲线最先趋于平缓, 迭代结束后稳态 PSLL 约-17.1 dB, 寻优精度在五种算法中最低; GRO 算法依靠随机梯度搜索持续优化, 最终稳态 PSLL 约-19.2 dB; WOA 算法优化效果优于 GRO, 收敛至-20.0 dB; 原始 MO 算法具备更强的全局搜索能力, 稳态 PSLL 可达-20.3 dB。

本文提出的 MSMO 算法全程具备最优收敛性能。迭代前期收敛速度显著领先其余对比算法; 迭代中期依靠停滞个体重置机制持续跳出局部最优, 收敛曲线保持持续下降趋势; 迭代至 500 代时稳定在-22.6 dB, 为五种算法最优结果。原始 MO 在迭代 200 代后优化幅度明显收窄, 早熟收敛问题突出; 而多重改进策略协同作用下, MSMO 有效缓解种群同质化问题, 显著提升全局寻优能力。

4.3. 阵列辐射方向图分析

均匀满阵与 MSMO 优化稀布阵列的归一化辐射方向图如图 2 所示, 观测角度范围 $0^{\circ} \sim 90^{\circ}$ 。

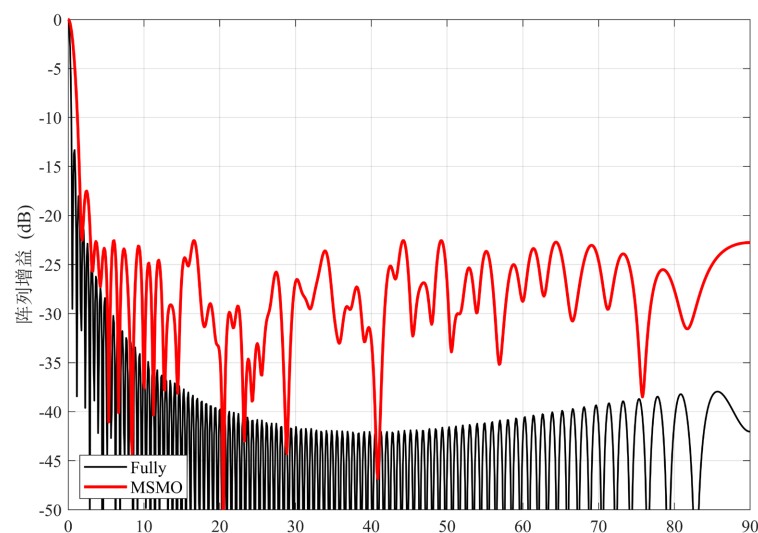


Figure 2. Comparison of the uniform full-array and the MSMO-optimized array normalized radiation patterns
图 2. 均匀满阵与 MSMO 优化阵列归一化方向图对比

128 阵元均匀满阵采用等间距排布方式, 周期性空间分布引发明显栅瓣与旁瓣振荡, 远区旁瓣电平长期维持在 $-45\sim-40$ dB。经 MSMO 优化后的稀疏直线阵列打破阵元周期性排布, 阵列主瓣指向保持不变; 虽然第一近旁瓣电平略高于均匀满阵, 但大范围远场旁瓣得到有效抑制, 全局峰值旁瓣电平显著优于均匀满阵。在阵元数量少于均匀满阵的条件下, 通过 MSMO 优化阵元位置能够实现更优的全局旁瓣抑制。

稀疏阵列综合存在固有的性能折中关系, 在压低峰值旁瓣电平的同时, 往往会带来主瓣波束展宽以及方向性系数下降, 因此需要结合半功率波束宽度(HPBW)、方向性系数综合评判算法综合性能。

4.4. 优化结果量化对比

优化完成后, 提取各算法迭代收敛的最优峰值旁瓣电平, 对比结果如表 1 所示。

Table 1. Comparison of steady-state optimal PSLL values across various algorithms

表 1. 各算法稳态最优 PSLL 对比

算法	GRO	GA	WOA	MO	MSMO
稳态最优 PSLL/dB	-19.2	-17.1	-20.0	-20.3	-22.6
HPBW/(°)	0.90	0.90	1.10	1.30	1.30
方向性系数	73.4	79.1	72.1	61.7	68.2

MSMO 优化得到的峰值旁瓣电平为五种算法最低。相较于 MO 算法, PSLL 降低 2.3 dB; 相比 GA 算法, 旁瓣电平优化幅度达到 5.5 dB。

为更加直观对比不同算法半功率波束宽度与方向性系数的差异, 将表 1 中 HPBW 与方向性系数绘制成柱状图, 结果如图 3 所示。

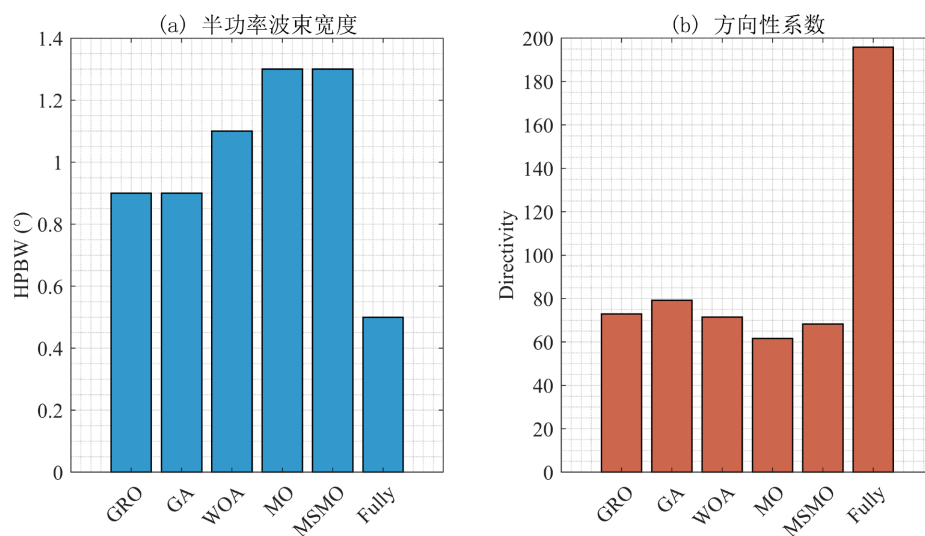


Figure 3. Comparison of HPBW and directivity for different algorithms

图 3. 不同算法半功率波束宽度与方向性系数对比

由图 3 结合表 1 可以看出, 均匀满阵拥有最小半功率波束宽度与最高方向性系数, 但阵元数目更多。GRO、GA 算法能够获得较窄的主瓣波束与较高的方向性系数, 但是峰值副瓣抑制能力有限。MO 与 MSMO 的半功率波束宽度均为 1.30° , 主瓣相比 GRO、GA 有所展宽; 对比原始 MO 算法, MSMO 在保持 HPBW 不变的前提下, 不仅实现峰值副瓣电平大幅降低, 同时方向性系数由 61.7 提升至 68.2。

综合 PSL、HPBW 以及方向性系数可以看出, MSMO 并未单纯追求副瓣电平最低而过度牺牲主瓣性能, 在副瓣抑制能力与主瓣辐射性能之间取得较好折中, 验证了该算法在稀布阵列工程综合中的综合效益。

5. 结论

针对麝牛优化算法早熟收敛、寻优精度有限的缺陷, 本文提出多策略麝牛优化算法(MSMO), 并应用于稀布直线阵列低旁瓣优化。算法融合多种改进机制平衡全局搜索与局部挖掘。仿真对比实验结果显示, 相较于 GRO、GA、WOA、原始 MO 算法, MSMO 收敛速度更快、寻优精度更高。在阵列孔径固定的前提下, MSMO 优化得到的稀布阵列, 同时实现更好的旁瓣抑制效果, 可为一维稀布线阵低旁瓣综合提供有效的优化方案。

参考文献

- [1] 高伟, 赵洋. 6G 候选技术关键问题研究综述[J]. 网络新媒体技术, 2023, 12(4): 1-8.
- [2] 克劳斯. 天线: 第 3 版[M]. 章文勋, 译. 北京: 电子工业出版社, 2004.
- [3] Yuan, Y., Chong, G., Ren, J., Zhao, W., Li, Y., Wang, Z., *et al.* (2025) Musk Ox Optimizer (MO): A Novel Optimization Algorithm and Its Application. *Cluster Computing*, **28**, 1041-1059. <https://doi.org/10.1007/s10586-025-05735-w>
- [4] 马永杰, 云文霞. 遗传算法研究进展[J]. 自动化学报, 2012, 38(4): 561-573.
- [5] 何庆, 王旭, 李博. 基于精英反向学习的逐维改进蜻蜓算法[J]. 计算机仿真, 2020, 37(5): 209-214.
- [6] 李银通, 韩统, 赵辉, 等. 自学习策略和 Lévy 飞行的正弦余弦优化算法[J]. 重庆大学学报, 2019, 42(9): 84-94.
- [7] 刘姜玲, 王小漠. 改进粒子群算法综合有间距约束的稀布阵列[J]. 微波学报, 2010, 26(5): 7-10.
- [8] 李君, 梁昔明. 人工鱼群算法收敛速度改进优化仿真[J]. 计算机仿真, 2018, 35(1): 232-238.
- [9] 宋美佳, 贾鹤鸣, 林志兴, 等. 融合非线性收敛因子与变异准反射学习的哈里斯鹰优化算法[J]. 智能系统学报, 2024, 19(3): 738-748.
- [10] 田东平, 赵天绪. 基于群体适应度方差的自适应粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(18): 24-26, 39.
- [11] 吴元港, 李永生, 宣善斌, 等. 基于莱维飞行的自适应乌鸦搜索算法[J]. 微电子学与计算机, 2023, 40(3): 10-19.
- [12] 孟宪猛, 蔡翠翠. 基于莱维飞行粒子群算法的稀布阵列天线综合[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2021, 19(1): 90-95.
- [13] Zolfi, K. (2023) Gold Rush Optimizer: A New Population-Based Metaheuristic Algorithm. *Operations Research and Decisions*, **33**, 113-150. <https://doi.org/10.37190/ord230108>