

# 基于拉伸应变能的低循环疲劳寿命预测模型

郑小梅<sup>1</sup>, 罗鹏<sup>2</sup>, 程昊<sup>2</sup>, 曾嘉迅<sup>2</sup>, 杨旭峰<sup>2</sup>, 艾兴<sup>2</sup>, 付志忠<sup>1</sup>

<sup>1</sup>北京航空工程技术研究中心, 北京

<sup>2</sup>中国航发湖南动力机械研究所, 湖南 株洲

收稿日期: 2024年12月30日; 录用日期: 2025年1月21日; 发布日期: 2025年1月30日

## 摘要

为了能够利用材料数据和有限元分析结果对结构件的低循环疲劳寿命进行评估, 提出一种基于拉伸应变能且考虑平均应力、应力集中和尺寸效应等多种因素的寿命预测方法, 并推导了不同应力比下拉伸应变能公式。采用材料手册中的数据以及已有的试验数据对该模型进行验证, 寿命预测结果和试验结果一致性较好, 对比局部应变法寿命预测精度大大提高。该方法预测的两类轮盘模拟件疲劳寿命均在2倍分散带之内, 在工程中有较为广阔的运用前景。

## 关键词

航空发动机, 关键件, 寿命预测, 低循环疲劳, 模拟件, 应力集中

# Low Cycle Fatigue Life Predicting Model Based on Tensile Strain Energy

Xiaomei Zheng<sup>1</sup>, Peng Luo<sup>2</sup>, Hao Cheng<sup>2</sup>, Jiaxun Zeng<sup>2</sup>, Xufeng Yang<sup>2</sup>, Xing Ai<sup>2</sup>, Zhizhong Fu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Beijing Aeronautical Engineering Technical Research Center, Beijing

<sup>2</sup>Hunan Aviation Powerplant Research Institute, Aero Engine Corporation of China, Zhuzhou Hunan

Received: Dec. 30<sup>th</sup>, 2024; accepted: Jan. 21<sup>st</sup>, 2025; published: Jan. 30<sup>th</sup>, 2025

## Abstract

To evaluate the low cycle fatigue life of structural parts by using material data and finite element analysis results, a life prediction method was proposed based on tensile strain energy. This method considered multiple factors such as average stress, stress concentration and size effect. The tensile strain energy formula under different stress ratios was further derived. The data in the material manual and the existing test data are used to verify the model. The life prediction results are in good agreement with the test results, and the life prediction accuracy is greatly improved compared with

文章引用: 郑小梅, 罗鹏, 程昊, 曾嘉迅, 杨旭峰, 艾兴, 付志忠. 基于拉伸应变能的低循环疲劳寿命预测模型[J]. 动力系统与控制, 2025, 14(1): 43-55. DOI: 10.12677/dsc.2025.141006

**the local strain method. The fatigue life predicted by this method for the two types of wheel simulators is within 2 times error band, which has a broad application prospect in engineering.**

## Keywords

**Aero Engine, Critical Component, Life Predicting, Low Cycle Fatigue, Simulative Specimen, Stress Concentration**

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

现代航空发动机轮盘关键件大都承受较高的负荷，其局部高应力区所用材料在使用中一般都进入屈服。众所周知，构件的疲劳寿命与应力集中之处的疲劳寿命紧密相关。于应力集中的部位而言，局部的屈服区被弹性基体环绕，从屈服区的表面朝着弹性基体方向存在着特定的应力-应变梯度。此应变梯度对高应力区域疲劳裂纹的生成有着显著的影响作用。此外，航空发动机关键件应力最大的部位(危险点)通常处于表面，且处于二维应力状态[1] [2]。

在传统的疲劳强度设计过程里，将构件的名义应力  $S$  当作参变量，借助疲劳缺口系数  $K_f$ 、尺寸系数  $\varepsilon$ 、表面系数  $\beta$  以及应力比  $R$  来获取当量计算应力  $S^*$ ，运用  $S-N$  曲线预估寿命。一般认为，名义应力法仅适用于应力水平较低的应力疲劳[3] [4]。实际上，即使在应力疲劳中，应力集中较大时名义应力法仍存在局限性。这主要是因为，用标准应力集中试件测得的有效应力集中系数  $K_f$ ，并不能真实地反映理论应力集中系数  $K_t$  相同、但尺度不同的构件的有效应力集中程度[5]-[7]，因而实际应用有很大的困难。

20 世纪 70 年代发展起来的局部应力应变法[8] [9]，认为构件的寿命取决于最危险部位的局部应力应变历程，通过材料试棒的单向应变疲劳数据就可得到其疲劳寿命。实际情况证明，局部应力应变法仅仅在应变梯度近乎零值的状况下(此状况对应着大范围的屈服现象)才是适用的，这也就是以塑性应变范围为主要特征的应变疲劳情形。针对工程里大量存在的具备应变梯度的应力疲劳，以及处于应变疲劳与应力疲劳中间状态的过度疲劳状况而言，使用局部应力应变法进行预测时会产生特定的偏差情况。

实际上，人们早已认识到应变梯度对疲劳寿命存在着显著的作用效果。在名义应力法里所采用的有效应力集中系数  $K_f$ ，不但与理论应力集中系数  $K_t$  存在着关联性，而且其数值还会随着屈服程度的逐步增大而不断减小，这在一定程度上也间接反映出了应变梯度所产生的影响。在 20 世纪 80 年代所提出的应力场强法[3]中，是将应力场强用作寿命的计算参数。应力场强所体现的是考核点周边局部区域内部的应力加权平均值，也就是所谓的应力综合强度，距离考核点越远，其应力对于场强的影响就越小；而距离考核点越近，其应力对于场强的影响就越大，这种方式较为直观地展现出了应力应变梯度对疲劳寿命的影响情况。显而易见的是，场强区域的大小以及形状的选择都会对场强的数值产生影响，由于场强区域的定义未能从理论方面得到很好的解决，所以只能通过疲劳实验来进行拟合操作，然而将拟合所得到的结果推广应用到实际的构件上，是否始终都合适且准确，很难得到确切的证明，因此在实际应用方面存在着较大的困难。

现今国内也已开发出一系列低循环疲劳寿命的预测方案。在尺寸效应方面的研究颇为丰富[10]，像陆山及其团队等[11] [12]便提出了一种基于应力寿命模型且将尺寸效应纳入考量的具体方法，其核心要义是“应力等同、危险体积等同、损伤等同”，此方法充分考虑了应力梯度以及多轴应力所产生的影响。而

王延荣等人[13][14]在思索应力梯度与尺寸效应对寿命的作用时,借助引入应力梯度影响因子,使缺口试件和光滑试件的疲劳寿命构建起联系,进而创立了基于 Walker 平均应力修正的缺口试件寿命预测模型,不过该模型中的应力梯度影响因子和尺寸效应影响指数必须通过试验数据的拟合来确定,这就使得其应用场景受到了较大的约束。

由此可见,当前还没有一种寿命分析方法能够考虑到应力应变梯度、多轴应力和尺寸效应等因素的综合影响,并很好地适合于航空发动机关键结构件的低循环疲劳寿命预测的工程应用。为了能够利用材料数据和有限元分析结果对结构件的寿命进行评估,本文提出了基于拉伸应变能的低循环疲劳寿命预测模型,采用材料手册中的数据以及已有的试验数据对该模型进行了验证,给出了拉伸应变能寿命预测模型在航空发动机关键件模拟件设计和试验的2个典型应用情况。

## 2. 单轴应力循环拉伸应变能

在循环载荷的作用下,单轴应力试样持续吸收外力所做的功,致使材料出现弹性与塑性应变循环,进而引发材料低循环损伤的不断累积。在针对应变疲劳展开能量法研究时,通常认为,材料的低循环损伤是由滞后能掌控的。而在  $\varepsilon-\sigma$  图中,材料的滞后能对应的是滞后环的面积。然而,当塑性应变循环极小,凭借现有的工程手段很难测量到滞后环时,运用这种方法就很难对发生的应力疲劳过程进行寿命预测。一般而言,在塑性能较好的材料里发生的应力疲劳过程,往往具有较长的寿命。不过,对于塑性较差的材料(例如某些高温合金),即便处于低寿命的大应力疲劳循环状况下,其塑性应变滞后环也不容易被测量到。为了突破这些难题,我们可以做出这样的假设:材料的低循环损伤是由试件在循环载荷的作用下,弹性拉伸应变能与塑性拉伸应变能共同控制的。基于此,我们将循环的拉伸应变能定义为弹性拉伸应变能与塑性拉伸应变能的总和[15][16]。

在这一假设中存在两个方面的变化:一方面,疲劳循环损伤的决定要素从单一的滞后能转变为弹性应变能与塑性应变能;另一方面,决定疲劳循环损伤的载荷过程不再是完整的载荷循环,而是仅为拉伸过程,与压缩过程并无关联。

基于此种假定条件,尝试推导在不同应力比  $R$  情境下,单轴应力试样所具有的拉伸应变能。

### 2.1. $-1 \leq R \leq 0$ 的循环拉伸应变能

应力应变关系如图1所示。在以  $\varepsilon_1-O_1-\sigma_1$  为坐标轴的坐标系中,曲线  $OABCO$  代表滞后环曲线。 $\sigma_m$  为平均应力,  $\sigma_a$  为应力幅,  $\varepsilon_{ae}$  为弹性应变幅,  $\varepsilon_{ap}$  为塑性应变幅,这里为了方便,将代表第一主应力或第一主应变的下标“1”省略掉。

拉伸应变能为曲线  $EABD$  所包含的面积。

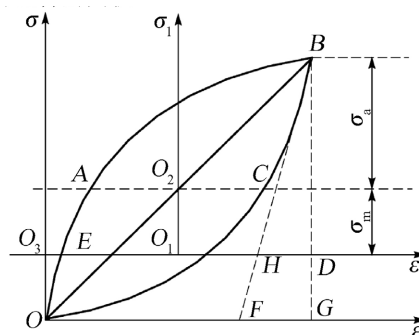


Figure 1. Cyclic stress-strain curve for  $-1 \leq R_\sigma \leq 0$   
图 1.  $-1 \leq R_\sigma \leq 0$  的循环应力应变曲线

将坐标原点移到  $O$  点, 曲线的方程为滞后环曲线, 即:

$$\text{弹性应变: } \varepsilon_e = \frac{\sigma}{E}, \text{ 塑性应变: } \varepsilon_p = 2 \left( \frac{\sigma}{2K'} \right)^{1/n'}$$

其中,  $n'$  为循环应变硬化指数; 应力  $\sigma = E\varepsilon_e$ ,  $\sigma = 2K' \left( \frac{\varepsilon_p}{2} \right)^{n'}$ 。

弹性拉伸应变能为图 1 中  $\triangle HBD$  的面积, 即:

$$\begin{aligned} w_e &= \frac{1}{2} \times 2\varepsilon_{ae} \times \frac{\sigma_a + \sigma_m}{2\sigma_a} \times (\sigma_a + \sigma_m) \\ &= \frac{\varepsilon_{ae} (\sigma_a + \sigma_m)}{2\sigma_a} \end{aligned} \quad (1)$$

塑性拉伸应变能为图 1 中  $EABH$  的面积,  $E$  点处  $\sigma_E = \sigma_a - \sigma_m$ , 有  $E\varepsilon_p = 2 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_m}{2K'} \right)^{1/n'}$ ,

$$\begin{aligned} w_p &= \int_E^B (\sigma - \sigma_E) d\varepsilon_p \\ \Rightarrow w_p &= \frac{\sigma_B \varepsilon_{Bp}}{n'+1} - \frac{\sigma_E \varepsilon_{Ep}}{n'+1} - (\sigma_E \varepsilon_{Bp} - \sigma_E \varepsilon_{Ep}) \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)中, 等式右边第 1 项为  $OABF$  的面积, 第 2 项为曲线  $OE$  下包含的塑性应变能, 第 3 项为四边形  $OEHF$  的面积。继续推导可得到:

$$w_p = \frac{4\sigma_a \varepsilon_{ap}}{n'+1} + 2n' \frac{(\sigma_a - \sigma_m)}{n'+1} \left( \frac{\sigma_a - \sigma_m}{2K'} \right)^{1/n'} - 2(\sigma_a - \sigma_m) \varepsilon_{ap} \quad (3)$$

由图 1 可见, 式(2)、式(3)中的第 2 项与第 1、3 项相比属于小量。对大多数金属材料,  $n'$  一般在 0.1~0.2 之间[4], 例如取  $E = 2.1 \times 10^5$  MPa,  $K = 1220$  MPa,  $\sigma_a = 800$  MPa,  $R = -1$ , 分别取  $n' = 0.1$ 、0.2 时, 式(3)中第 2 项与第 1 项之比为  $4.88 \times 10^{-5}$  和 0.0031, 因此, 第 2 项可以省略, 式(3)可以简化为:

$$w_p = \frac{4\sigma_a \varepsilon_{ap}}{n'+1} - 2(\sigma_a - \sigma_m) \varepsilon_{ap}$$

1)  $R_\sigma = -1$ , 即  $\sigma_m = 0$ , 对应于对称循环的情况, 则:

$$w_e = \frac{1}{2} \sigma_a \varepsilon_{ae}, w_p = \frac{4\sigma_a \varepsilon_{ap}}{n'+1} - 2\sigma_a \varepsilon_{ap} \quad (4)$$

2)  $R_\sigma = 0$ , 即  $\sigma_m = \sigma_a$ , 对应于脉动循环的情况, 则:

$$w_e = 2\sigma_a \varepsilon_{ae}, w_p = \frac{4\sigma_a \varepsilon_{ap}}{n'+1} \quad (5)$$

## 2.2. $R > 0$ 的非对称循环拉伸应变能

$R > 0$  的非对称循环的应力应变关系如图 2 所示。 $OAB$  曲线下的面积即为拉伸应变能, 它由弹性拉伸应变能  $w_e$  和塑性拉伸应变能  $w_p$  组成。

弹性拉伸应变能  $w_e$  为图中  $\triangle HBD$  和矩形  $HDGF$  面积之和, 即:

$$w_e = 2(\sigma_m - \sigma_a) \varepsilon_{ae} + 2\varepsilon_{ae} \sigma_a = 2\sigma_m \varepsilon_{ae} \quad (6)$$

塑性拉伸应变能  $w_p$  为图中  $EOABHF$  所包含的面积, 且  $\sigma_E = \sigma_a - \sigma_m$ , 有  $\varepsilon_{Ep} = 2 \left( \frac{\sigma_a - \sigma_m}{2K'} \right)^{1/n'}$ ,

$$w_p = \int_0^B (\sigma - \sigma_E) d\varepsilon_p = \int_0^B \left[ 2K' \left( \frac{\varepsilon_p}{2} \right)^{n'} - \sigma_E \right] d\varepsilon_p$$

$$\Rightarrow w_p = \frac{4\sigma_a \varepsilon_{ap}}{n'+1} - 2(\sigma_a - \sigma_m) \varepsilon_{ap} \tag{7}$$

式(7)中，第1项为  $OABH$  所包含的面积，第2项为  $OHFE$  的面积。

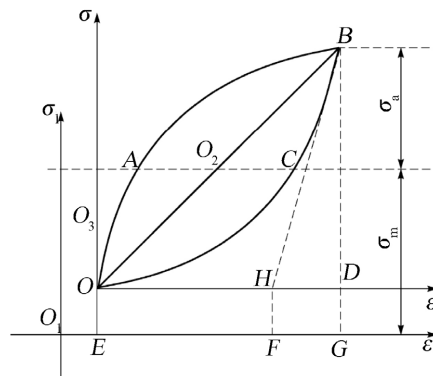


Figure 2. Cyclic stress-strain curve for  $R_\sigma > 0$   
 图 2.  $R_\sigma > 0$  的循环应力应变曲线

### 2.3. 拉伸应变能公式

综上，得到各种情况下的拉伸应变能公式：

$$\begin{cases} w = \frac{1}{2} \sigma_a \varepsilon_{ae} + \frac{4\sigma_a \varepsilon_{ap}}{n'+1} - 2\sigma_a \varepsilon_{ap} & R_\sigma = -1 \\ w = \frac{\varepsilon_{ae} (\sigma_a + \sigma_m)^2}{2\sigma_a} + \frac{4\sigma_a \varepsilon_{ap}}{n'+1} - 2(\sigma_a - \sigma_m) \varepsilon_{ap} & -1 < R_\sigma < 0 \\ w = 2\sigma_a \varepsilon_{ae} + \frac{4\sigma_a \varepsilon_{ap}}{n'+1} & R_\sigma = 0 \\ w = 2\sigma_m \varepsilon_{ae} + \frac{4\sigma_a \varepsilon_{ap}}{n'+1} - 2(\sigma_a - \sigma_m) \varepsilon_{ap} & R_\sigma > 0 \end{cases} \tag{8}$$

式中： $\sigma$  为应力，MPa； $\varepsilon$  为应变，无量纲； $w$  的物理意义为单位体积内的拉伸应变能，MJ/m<sup>3</sup>。

从式(8)可见，对于对称循环，影响拉伸应变能大小的参数主要有应力幅、弹性应变幅、塑性应变幅；对于  $R > -1$  的循环，还加上了平均应力的影响。

在对称循环中，单位塑性应变的贡献是弹性应变的贡献的  $\frac{2}{1+n'}$ ，取值为 2.67~3.27；在脉动循环中，单位塑性应变的贡献是弹性应变的贡献的  $\frac{2}{1+n'}$ ，取值为 1.67~1.8； $R > 0$  时，一般不会出现疲劳迟滞环。

### 3. 基于拉伸应变能的结构件低循环疲劳寿命预测模型

首先，提出以下基本假设[2] [17] [18]：

1) 规定从第一主应力  $\sigma_1$  达到最大值的点起始，沿着  $\sigma_1$  梯度呈现最大值的方向设定为虚拟裂纹，同时设定工程裂纹长度为 0.8 mm。

2) 在承受低循环载荷的情形下, 构件材料所遭受的损伤, 是由处于  $\sigma_1$  最大值点临近区域内的虚拟工程裂纹在单位面积上所吸纳的拉伸变形功予以把控的。

3) 有效拉伸变形功能够凭借在临近区域内的虚拟裂纹上, 针对工程裂纹长度的拉伸应变能实施积分运算而获取。

4) 对于同种材料而言, 一旦构件的有效拉伸变形功  $w_{eq}$  与光滑试件的有效拉伸变形功  $w_d$  彼此相等时, 那么构件和光滑试件便会具备相同的低循环寿命。

5) 拉伸应变能是由弹性拉伸应变能以及滞后能(亦或是塑性拉伸应变能)共同组合而成。

6) 构件在  $\sigma_1$  最大值点临近区域的虚拟裂纹上所具有的拉伸应变能, 大体上等同于依据第一主应力应变所判定的拉伸应变能。

根据上述假设, 得到有效拉伸变形功:

$$w_{eq} = \frac{1}{a_0} \int_0^{a_0} w(a) da \tag{9}$$

式中:  $a_0$  为工程裂纹长度。有效拉伸变形功的单位仍然是  $\text{MJ}/\text{m}^3$ , 物理意义是拉伸应变能在工程裂纹长度虚拟裂纹上的平均值。

根据基本假设 4, 对于同种材料而言, 一旦构件的有效拉伸变形功  $w_{eq}$  与光滑试件的有效拉伸变形功  $w_d$  彼此相等时, 那么构件和光滑试件便会具备相同的低循环寿命。

根据应变疲劳试验数据和  $w_d$  的公式, 可以得到  $w_d = f(N_f)$  曲线, 于是  $w_{eq}$  所对应的疲劳寿命即可得到。鉴于材料处于疲劳载荷的情况下, 起初的应力应变滞后能并不稳定, 因而通常会运用半循环数所对应的应变能来构建应变能寿命曲线。

## 4. 拉伸应变能寿命预测模型验证

### 4.1. 1Cr11Ni2W2MoV 材料 200°C 缺口件寿命预测

材料数据取自某航空材料研究所《1Cr11Ni2W2MoV, 200°C 低周疲劳试验报告》, 缺口几何形状见图 4, 疲劳试验数据具体见表 1。试样由轮盘上取样, 取样部位为轮缘, 取样方向为弦向, 试样尺寸  $d = 6 \text{ mm}$ , 加载波形为三角波, 应变比  $R = -1$ , 试验温度为 200°C, 频率 0.167~1 Hz, 名义应力为 680~960 MPa, 失效判据为断裂。

Table 1. Low cycle fatigue test data of smooth specimen of 1Cr11Ni2W2MoV, 200°C

表 1. 1Cr11Ni2W2MoV 光滑试棒低周疲劳试验数据 200°C

| $\varepsilon_{at}$ | $\varepsilon_{ae}$ | $\varepsilon_{ap}$ | $\sigma_a/\text{MPa}$ | $2N_f$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------------|--------|
| 0.00550            | 0.00398            | 0.00152            | 810                   | 7392   |
| 0.00551            | 0.00395            | 0.00156            | 829                   | 7486   |
| 0.00550            | 0.00468            | 0.00082            | 955                   | 10,944 |
| 0.00549            | 0.00420            | 0.00129            | 873                   | 8622   |
| 0.00550            | 0.00453            | 0.00097            | 919                   | 9402   |
| 0.00549            | 0.00406            | 0.00143            | 860                   | 7980   |
| 0.00451            | 0.00422            | 0.00029            | 859                   | 28,822 |
| 0.00450            | 0.00361            | 0.00089            | 737                   | 18,398 |
| 0.00451            | 0.00380            | 0.00071            | 753                   | 20,898 |
| 0.00450            | 0.00427            | 0.00023            | 868                   | 34,392 |

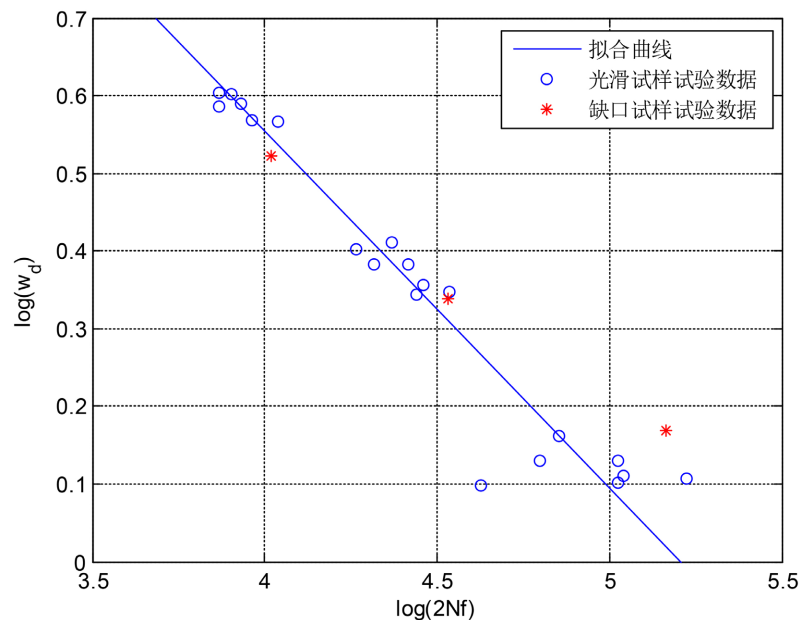


续表

|         |         |         |     |         |
|---------|---------|---------|-----|---------|
| 0.00452 | 0.00400 | 0.00052 | 817 | 26,124  |
| 0.00451 | 0.00433 | 0.00018 | 880 | 27,928  |
| 0.00451 | 0.00392 | 0.00059 | 839 | 23,440  |
| 0.00350 | 0.00348 | 0.00002 | 704 | 42,568  |
| 0.00350 | 0.00343 | 0.00007 | 699 | 110,756 |
| 0.00351 | 0.00342 | 0.00009 | 722 | 106,652 |
| 0.00350 | 0.00337 | 0.00013 | 702 | 63,436  |
| 0.00351 | 0.00324 | 0.00027 | 685 | 71,383  |
| 0.00350 | 0.00345 | 0.00005 | 695 | 106,586 |
| 0.00350 | 0.00342 | 0.00008 | 688 | 167,374 |

由表 1 中的数据拟合得到光滑试样的  $w_d-N_f$  曲线见图 3, 由图 3 可见, 有效拉伸变形功最小的一组数据寿命分散度较大。拟合得到的  $w_d-N_f$  公式为:

$$Lg(2N_f) = 5.2069 - 2.1753 \times Lg(w_d) \quad (10)$$



**Figure 3.** Simulated  $w_d-N_f$  curve by smooth samples test data and test data of notched specimen of 1Cr11Ni2W2MoV (200°C)  
**图 3.** 1Cr11Ni2W2MoV 材料试验数据拟合的  $w_d-N_f$  曲线及缺口件试验数据(200°C)

由不同应力级别下缺口试样的试验数据进行验证。表 2 为应用式(10)对应力集中试样的寿命预测结果与试验结果的对比。试样应力集中系数  $K_t=2$ , 试验温度为 200°C, 应力比  $R=0.1$ , 加载方式为轴向拉伸。表中  $w_{eq}$  为根据缺口件应力计算得到的有效拉伸变形功,  $N_c$  为根据  $w_d-N_f$  曲线计算得到的寿命。其中, 名义应力为 1000、800 MPa 时, 预测结果较好, 寿命预测误差在 13% 以内; 应力为 650 MPa 时, 处于有效拉伸变形功较低的范围, 在该范围的寿命分散度较大。由此认为预测结果可以接受。同时, 图 3 中还示出了缺口试样试验数据和光滑试样试验数据以及拟合曲线的对比情况。

**Table 2.** Tested and simulated results of 1Cr11Ni2W2Mo2V notched samples  
**表 2.** 1Cr11Ni2W2Mo2V 缺口试样试验和分析结果

| 名义应力/MPa | 试验寿命 $N_f$ | 应变能寿命模型          |            |           | 局部应变法 Manson-coffin 公式 |                 |               |              |
|----------|------------|------------------|------------|-----------|------------------------|-----------------|---------------|--------------|
|          |            | 有效拉伸变形功 $w_{eq}$ | 计算寿命 $N_c$ | $N_c/N_f$ | 缺口件应变幅 $\epsilon_{at}$ | 平均应力 $\sigma_m$ | 计算寿命 $N_{c2}$ | $N_{c2}/N_f$ |
| 1000     | 5200       | 3.3321           | 5872       | 1.1293    | 0.0043                 | 862.0           | 1929          | 0.3710       |
| 800      | 17,000     | 2.1769           | 14,824     | 0.8720    | 0.0034                 | 717.4           | 5133          | 0.3019       |
| 650      | 73,100     | 1.4727           | 34,687     | 0.4745    | 0.0028                 | 588.3           | 23526         | 0.3218       |

用局部应力应变法预测缺口件寿命。采用试验数据中的全部应力幅、应变幅和寿命数据，同时将平均应力的作用纳入考量，通过拟合得出经修正的 Manson-coffin 寿命公式为：

$$\frac{\Delta \epsilon_t}{2} = \frac{1925.1 - \sigma_m}{203400} \times (2N_f)^{-0.08764} + 2.3297 \times (2N_f)^{-0.8695} \quad (11)$$

为便于比较，由公式(11)计算得到的缺口试样寿命列在表 2 中，可见采用局部应力应变法预测的寿命过于保守，不适合于存在较大应力应变梯度的情况。相比之下，拉伸应变能寿命预测模型的计算精度大大提高。

这是因为局部应力应变法主要关注缺口危险点的应力应变，而没有考虑应力梯度和多轴效应的影响，当缺口半径较小或应力梯度较大时，局部应力应变法的预测结果往往低于实际测量值，导致寿命估计过于保守。

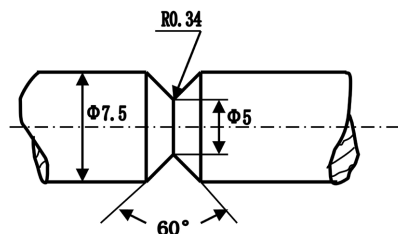
而拉伸应变能寿命预测模型通过定义最大应变能为损伤参数，综合考虑了平均应力、应力集中和尺寸效应等多种因素的影响，能够更准确地描述缺口根部附近的应力 - 应变场分布，提供了更高的计算精度，更适合于复杂应力状态下的疲劳寿命预测。

#### 4.2. 1Cr11Ni2W2MoV 材料 300°C 缺口试样寿命预测

采用《航空发动机设计用材料数据手册(第二册)》[19]中的数据拟合光滑试样 300°C 时的  $w_d-N_f$  公式。试样为锻件，尺寸  $d = 6.35 \text{ mm}$ ，加载波形为三角波，应变比为 -1，试验温度 300°C，试验频率 0.167~0.333 Hz，失效判据为断裂，应力幅为 575~992 MPa。拟合得到的  $w_d-N_f$  公式为：

$$w = w_e + w_p = 5.3088N_f^{-0.1580} + 1749.04N_f^{-0.9822} \quad (12)$$

采用缺口试件预测试件寿命。试件示意图如图 4 所示。施加最大名义应力为  $S_{max}$  的轴向拉压循环载荷， $R = -1$ 。表 3 中列出了寿命预测的结果，2 个应力级别下计算寿命和试验寿命之比分别为 0.9438、1.4121，预测精度较好。



**Figure 4.** Sketch of 1Cr11Ni2W2MoV notched sample  
**图 4.** 1Cr11Ni2W2MoV 材料缺口试样简图

用局部应力应变法预测的寿命。采用 Manson-coffin 寿命公式：



$$\frac{\Delta \epsilon_r}{2} = 0.0083 \times (2N_f)^{-0.079} + 1.316 \times (2N_f)^{-0.903} \quad (13)$$

预测得到的寿命见表 3。可见，本例采用局部应力应变法预测误差较大。对比  $K_t = 2$  的预测结果可见，应力集中系数越大，局部应力应变法预测的寿命越偏于保守，预测精度越差。

**Table 3.** Predicted and test result of 1Cr11Ni2W2MoV 300°C notched samples  
**表 3.** 1Cr11Ni2W2MoV 材料 300°C 缺口试样寿命预测结果分析

| 缺口件<br>名义应<br>力/MPa | 缺口件<br>试验寿<br>命 $N_f$ | 应变能寿命模型              |                  |              | 局部应变法 Manson-coffin 公式     |                                 |              |
|---------------------|-----------------------|----------------------|------------------|--------------|----------------------------|---------------------------------|--------------|
|                     |                       | 有效拉伸变形<br>功 $w_{eq}$ | 计算寿命<br>$N_{c1}$ | $N_{c1}/N_f$ | 缺口件应变<br>幅 $\epsilon_{at}$ | Manson-coffin 计<br>算寿命 $N_{c2}$ | $N_{c2}/N_f$ |
| 520                 | 5000                  | 1.8257               | 4719             | 0.9438       | 0.0102                     | 235                             | 0.047        |
| 440                 | 10,000                | 1.1257               | 28,241           | 2.8242       | 0.0079                     | 415                             | 0.042        |

#### 4.4. K403 旋转弯曲缺口试件寿命预测

采用《中国航空材料手册》中的数据拟合光滑试样的 750°C 时的  $w_d-N_f$  曲线。试样为精铸试件，尺寸  $d = 6.35 \text{ mm}$ ，加载波形为三角波，应变比为 -1，试验温度 750°C，试验频率 0.083~0.830 Hz，失效判据为断裂，应力幅范围为 418~892 MPa。拟合得到的  $w_d-N_f$  公式为：

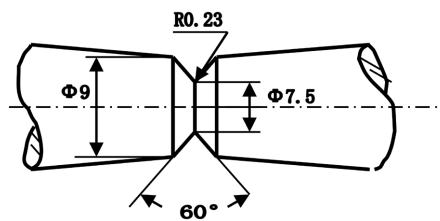
$$Lg w_d = 1.0773 - 0.3932 Lg N_f + 0.0176 Lg^2 N_f \quad (14)$$

对缺口试样旋转弯曲载荷下的寿命进行预测。试件示意图如图 5 所示。 $K_t = 3.0$ ，试验温度为 750°C，载荷作用方式为旋转弯曲， $R = -1$ 。表 4 为寿命预测的结果，计算寿命和试验寿命之比为 1.044，预测精度较高。

用局部应力应变法预测的寿命。Manson-coffin 寿命公式为：

$$\frac{\Delta \epsilon_r}{2} = 0.007 \times (2N_f)^{-0.09} + 0.03 \times (2N_f)^{-0.97} \quad (15)$$

计算得到的缺口件应变幅  $\epsilon_{at} = 0.0058$ ，采用 Manson-coffin 寿命公式预测得到的寿命为 21，预测精度较差。



**Figure 5.** Sketch of K403 rotary bending notched sample  
**图 5.** K403 旋转弯曲缺口试件示意图

**Table 4.** Predicted and test result of K403 notched samples  
**表 4.** K403 旋转弯曲缺口试件寿命预测结果

| 最大名义应<br>力 $S_{max}/\text{MPa}$ | 缺口件<br>试验寿<br>命 $N_f$ | 应变能寿命模型          |               |           | 局部应变法 Manson-coffin 公式     |                                 |                      |
|---------------------------------|-----------------------|------------------|---------------|-----------|----------------------------|---------------------------------|----------------------|
|                                 |                       | 有效拉伸变形功 $w_{eq}$ | 计算寿命<br>$N_c$ | $N_c/N_f$ | 缺口件应<br>变幅 $\epsilon_{at}$ | Manson-coffin 计<br>算寿命 $N_{c2}$ | $N_{c2}/N_f$         |
| 335                             | 50,000                | 0.4112           | 52,200        | 1.044     | 0.0058                     | 21                              | $4.2 \times 10^{-4}$ |

## 5. 拉伸应变能寿命预测模型的应用

拉伸应变能寿命预测模型可以利用材料手册中的数据或其他已有数据(例如光滑试样的  $S-N$  曲线), 对应力集中部位(复杂结构)的寿命进行初步估计, 具有较好的预测精度。不过在低应力的区域中, 鉴于寿命的分散程度相对较大, 所以预测的精度会稍显逊色, 但所得结果大体上是能够被接纳的。

通过运用拉伸应变能寿命预测模型来开展复杂结构的低循环疲劳模拟件的设计工作, 确保模拟件和真实结构的危险部位的有效拉伸变形功维持一致的状态, 并且运用模拟真实工况的载荷来实施试验, 如此便能够获取危险部位的寿命以及寿命的分散程度。将少数真实构件的寿命试验与之相结合, 就能够应用于零部件的定寿操作中。

### 5.1. 某发动机高压涡轮盘模拟件

在某涡扇发动机高压涡轮盘定寿中采用了基于拉伸应变能寿命预测模型的模拟件设计方法[2], 针对螺栓孔部位设计模拟件并进行试验[2]。工作载荷下轮盘螺栓孔 0.8 mm 虚拟裂纹上的有效拉伸变形功为  $w_{\text{螺栓孔}} = 2.1703 \text{ MJ/m}^3$ , 模拟件的  $w_{\text{模拟件}} = 2.2385 \text{ MJ/m}^3$ , 差异为 3.14%。

采用断口反推得到的模拟件裂纹萌生寿命(裂纹深度 0.38 mm)分别为 27,619、29,485、25,614、26,850、24,308、24,624、29,466、29,609, 几何平均值为 27,118, 对数寿命的分散度为 0.0354。

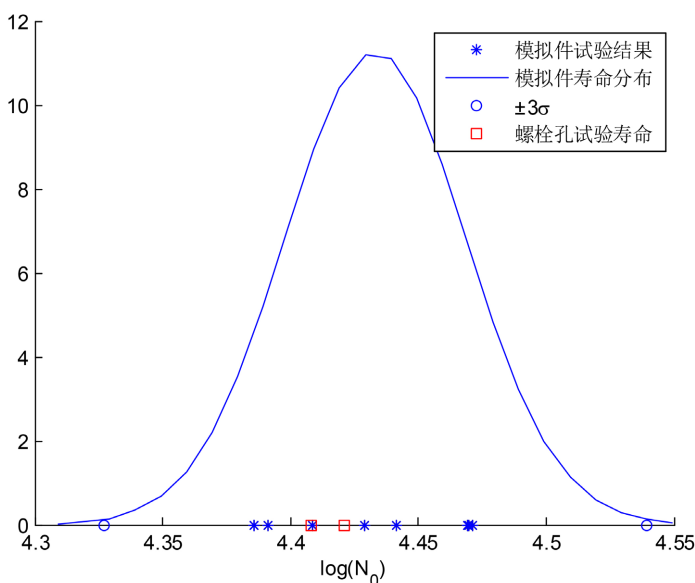


Figure 6. Comparing of test results between disc bolt hole and simulating specimen  
图 6. 轮盘螺栓孔和模拟件试验结果对比

在高压涡轮盘旋转试验中, 对于瞬态温度场中的中心孔与螺栓孔区域, 其试验应力系数分别是  $\alpha_{\text{中心孔}} = 1.1107$ ,  $\alpha_{\text{螺栓孔}} = 0.9502$ 。总共对 2 个轮盘实施了试验操作。当第 1 个轮盘的试验进程达到 50,000 次循环时, 利用着色检查法对试验件的表面进行裂纹检测(此过程未对螺栓孔检查), 未检测到裂纹; 待试验持续到 51,788 次循环时, 试验件出现破裂情形。而第 2 个轮盘, 在试验进行到 35,000 次循环后进行分解检验, 通过荧光检查未发现裂纹; 当试验推进至 40,000 次循环再次分解时, 荧光检查显示 3 个螺栓孔出现长裂纹; 直至试验运行至 50,299 次循环时, 试验件破裂, 破裂起始于螺栓孔, 且呈现多源起始状态。参照文献[20]-[22], 试验寿命  $Fr$  遵循  $Fr = N_0 \times \alpha^{5.28}$ , 其中  $N_0$  为裂纹萌生寿命。由第二个轮盘试验可知, 轮盘出现长裂纹后还经历 10,000 多个循环才破裂, 为确保安全裕度, 采用  $N_0 = N_1/1.5$  计算裂纹萌生寿命,

$N_f$  即轮盘破裂时的寿命。因而，轮盘的试验寿命  $F_r$  分别为 26,363 与 25,605。图 6 为模拟件试验寿命的分布情况以及模拟件和轮盘寿命的对比情况。可见，模拟件和真实构件的试验寿命一致性较好。

该涡轮盘材料为 GH698，但材料手册上没有 GH698 的应变疲劳数据，因此首先对光滑试样进行试验。试样由轮盘上取样，试样尺寸  $d = 5 \text{ mm}$ ，取样部位为轮缘。光滑试样的加工工艺和表面粗糙度和中心孔一致，试验温度为  $380^\circ\text{C}$ ，加载方式为轴向。试验数据见表 5。

**Table 5.** GH698 material smooth specimen test data

**表 5.** GH698 材料光滑试样试验数据

| 应力范围/MPa | $\varepsilon_{at}$ | $\varepsilon_{ae}$ | $\varepsilon_{ap}$ | $\text{Log } N_f$ | $w$    |
|----------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|--------|
| 50~850   | 2.22E-03           | 2.22E-03           | 3.99E-07           | 4.5620            | 1.9954 |
| 50~900   | 2.36E-03           | 2.35E-03           | 8.52E-07           | 4.3677            | 2.2385 |
| 50~1050  | 2.78E-03           | 2.77E-03           | 6.50E-06           | 3.4957            | 3.0601 |

由表 5 中的数据拟合得到  $w-N_f$  曲线，即：

$$\log(w) = 6.0527 - 5.8847 \times \log(N_f) \quad (16)$$

按式(16)分别对涡轮盘螺栓孔和 2 个模拟件的寿命进行预测，结果见表 6。试验结果为断裂寿命/1.5 得到的，轮盘螺栓孔的试验结果为 2 个轮盘的均值，模拟件 A、B 的结果分别为 8 个试验结果的均值。由表 6 可见，模拟件和真实轮盘寿命预测结果较好。

**Table 6.** Comparison of life predictions and calculations for high pressure turbine disk bolt hole router and simulated parts

**表 6.** 高压涡轮盘螺栓孔轮盘及模拟件寿命预测和计算结果对比

| 试验件      | $w$    | 计算值 $N_{f\_cal}$ | 试验值 $N_{f\_t}$ | $N_{f\_cal}/N_{f\_t}$ |
|----------|--------|------------------|----------------|-----------------------|
| 轮盘螺栓孔    | 2.1703 | 24,507           | 25,984         | 0.943                 |
| 螺栓孔模拟件 A | 2.2385 | 20,427           | 20,105         | 1.016                 |
| 螺栓孔模拟件 B | 2.4040 | 13,425           | 15,794         | 0.850                 |

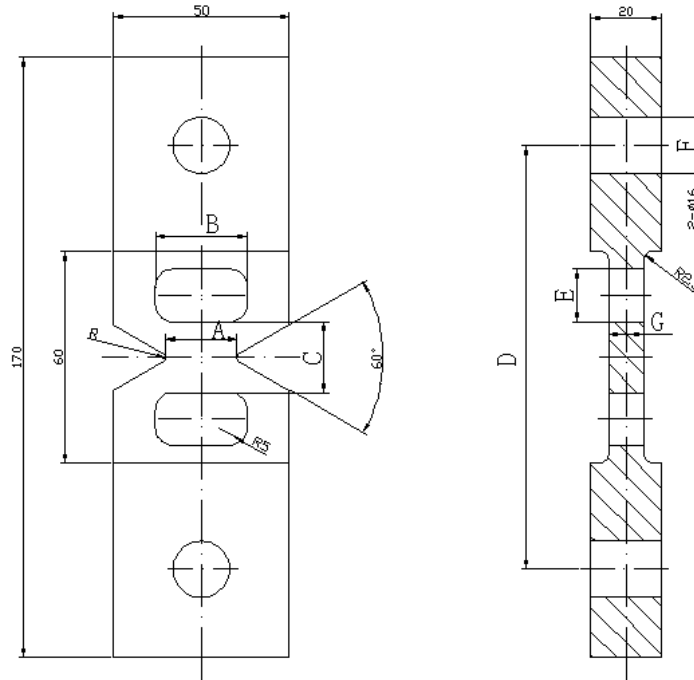
## 5.2. 某发动机一级压气机盘榫槽模拟件

为对某发动机一级压气机盘榫头断裂故障进行分析，采用模拟件试验对真实轮盘的寿命进行评估和分析[23] [24]。该轮盘材料为 1Cr11Ni2W2MoV，工作温度为  $200^\circ\text{C}$ 。计算得到工作载荷循环下一级压气机盘榫槽危险部位的有效拉伸变形功为  $w_{榫槽} = 2.7122 \text{ MJ/m}^3$ 。设计了图 7 所示的模拟件 A，考核部位半径为 R1.3，危险截面喉道宽 20 mm，加载孔中心距 120 mm，夹持段厚度 20 mm，试验段厚度 10 mm，减荷孔长 26 mm，危险部位的有效拉伸变形功为  $w_A = 2.9202 \text{ MJ/m}^3$ 。为了研究应力集中系数的影响，同时设计了模拟件 B，考核部位半径为 R1.0，其他尺寸保持不变， $w_B = 2.512 \text{ MJ/m}^3$ 。试验温度为  $200^\circ\text{C}$ ，试验应力比为 0，模拟件 A 的载荷为 4088 kgf，模拟件 B 的载荷为 3918 kgf。

仍然采用式(10)进行计算，表 7 中是对 2 个模拟件的验证情况。表中模拟件 A 的寿命为 9 件试验件根据断口反推到的裂纹萌生寿命的平均值，模拟件 B 的寿命为 6 件试验件根据断口反推到的裂纹萌生寿命的平均值。可见模拟件 A、B 的寿命预测精度较好。另外真实轮盘在经过 8100 个循环后榫槽槽底出现裂纹，可见模拟件试验结果和轮盘结果非常接近。

**Table 7.** Comparing of life predicting results and test results of simulating specimens  
**表 7.** 模拟件预测寿命和试验寿命对比情况

| 模拟件 | $\sigma_{\max}$ | 缺口件试验寿命 $N_f$ | 缺口件有效拉伸变形功 $w_{eq}$ | 计算寿命 $N_c$ | 计算寿命/试验寿命 |
|-----|-----------------|---------------|---------------------|------------|-----------|
| A   | 1220.2          | 5994          | 3.1354              | 6703       | 1.1141    |
| B   | 1222.6          | 6633          | 3.1032              | 6856       | 1.0336    |



**Figure 7.** Sketch of simulating specimen A  
**图 7.** 模拟件 A 构型示意图

## 6. 拉伸应变能寿命预测模型的优点

由式(8)可见, 拉伸应变能寿命预测模型考虑了平均应力的影响; 虽然以上公式是以单轴应力应变为基础推导的, 但是能够体现多轴应力的影响, 根据公式  $\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3))$ ,  $\sigma_2$  和  $\sigma_3$  的影响在  $\sigma_1$  中体现; 由式(9)可见, 本模型能够考虑应力集中的影响。在利用拉伸应变能寿命预测模型进行模拟件设计的过程中发现, 如果模拟件的尺寸较小, 则利用弹性有限元计算结果设计的模拟件塑性应变较大, 导致模拟件的有效拉伸变形功会比真实构件的大, 从而必须迭代优化增加模拟件尺寸, 如果尺寸受限不能增加则必须增加最大应力以弥补, 因此, 拉伸应变能寿命预测模型能够考虑到尺寸效应的影响。可见, 本文所提出的拉伸应变能寿命预测模型能够集中考虑平均应力、应力集中和尺寸效应等多种因素的影响, 是一个比较全面的模型, 且易于工程实现, 能够适用于航空发动机关键件等零部件的寿命预测。

## 7. 结论

- 1) 推导了不同应力比的拉伸应变能公式, 根据有效拉伸变形功相等的原则建立了基于拉伸应变能的寿命预测模型。
- 2) 采用已有数据对基于拉伸应变能的寿命预测模型进行了验证, 预测结果和试验结果一致性较好, 对比局部应变法 Manson-coffin 公式预测的寿命精度大大提高。
- 3) 在 2 个发动机关键件结构模拟件研究中, 采用拉伸应变能的寿命预测模型预测的寿命和试验寿命

一致性较好, 模拟件寿命和真实构件的试验寿命非常接近。

4) 所提出的拉伸应变能寿命预测模型能够考虑平均应力、应力集中和尺寸效应等多种因素的影响, 不同缺口形状的应力集中系数不同, 通过有限元分析得到不同的应力应变滞后能。该方法是一个比较全面的模型, 能够适用于航空发动机关键件等零部件的寿命预测和低循环疲劳模拟件设计。需要注意的是, 该方法不适用于不封闭的滞后回线。因为滞后回线不封闭, 无法在应力应变坐标中围成特定的面积。

## 基金项目

国家重大科技专项(J2019-IV-0008-0076)。

## 参考文献

- [1] 魏大盛, 冯俊淇, 马梦弟, 等. 航空发动机轮盘中心孔模拟试验件设计方法及试验验证[J]. 航空动力学报, 2022, 37(10): 2157-2166.
- [2] 赵淼东, 胡殿印, 毛建兴, 等. 轮盘低周疲劳模拟件设计及试验[J]. 航空学报, 2023, 44(18): 162-178.
- [3] 刘斌超, 鲁嵩嵩, 曾苇鹏, 等. 从金属材料疲劳性能的力学描述到飞机结构疲劳寿命评定: 现状与展望[J]. 固体力学学报, 2023, 44(4): 417-457.
- [4] 龚帅, 王文轩, 王英玉, 等. 临界距离法在铝锂合金多轴缺口疲劳寿命预测中的应用[J]. 固体力学学报, 2023, 44(4): 470-482.
- [5] 夏天翔, 姚卫星, 李旭东, 等. 工程构件疲劳寿命估算的三维临界域法[J]. 南京航空航天大学学报, 2014, 46(3): 395-402.
- [6] 张成成, 姚卫星. 典型缺口件疲劳寿命分析方法[J]. 航空动力学报, 2013, 28(6): 1223-1230.
- [7] 宋兆泓. 发动机寿命研究[M]. 北京: 航空工业出版社, 1985: 129-132.
- [8] 奚蔚, 姚卫星. 一种考虑尺寸效应的缺口件疲劳寿命预测方法[J]. 南京航空航天大学学报, 2013, 45(4): 497-502.
- [9] 陈勃, 刘建中, 吴学仁, 等. 初始缺陷尺寸分布的尺寸效应研究[J]. 航空学报, 2006, 27(1): 44-49.
- [10] 唐俊星. 含夹杂粉末盘概率寿命三维仿真方法与应用[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西北工业大学, 2008: 66-82.
- [11] 陆山, 张鸿, 唐俊星, 等. 考虑尺寸效应的轮盘应力疲劳概率寿命分析方法[J]. 航空动力学报, 2011, 26(9): 2039-2043.
- [12] 牟园伟, 陆山. 涡轮盘持久及低周疲劳寿命可靠性评估[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2015, 28(3): 13-18.
- [13] 石亮, 魏大盛, 王延荣. 考虑应力梯度的轮盘疲劳寿命预测[J]. 航空动力学报, 2013, 28(6): 1236-1242.
- [14] 王延荣, 李宏新, 袁善虎, 等. 考虑应力梯度的缺口疲劳寿命预测方法[J]. 航空动力学报, 2013, 28(6): 1208-1214.
- [15] 李冬, 王小威, 陈野风, 等. 不同控制模式下 316L 不锈钢的高温疲劳变形行为及寿命预测[J]. 机械工程材料, 2024, 48(3): 102-111.
- [16] 郑小梅, 孙燕涛, 杨兴宇, 等. 某涡扇发动机高压涡轮盘螺栓孔低循环疲劳模拟件设计[J]. 航空动力学报, 2018, 33(10): 2351-2358.
- [17] 鄢林, 胡殿印, 田腾跃, 等. 榫连接结构微动疲劳模拟件设计及试验[J]. 航空动力学报, 2024, 39(9): 75-82.
- [18] 荆甫雷, 王荣桥, 胡殿印, 等. 单晶高温疲劳损伤参量的选取与寿命建模[J]. 航空学报, 2016, 37(9): 2749-2756.
- [19] 北京航空材料研究所. 航空发动机设计用材料数据手册(第二册) [M]. 北京: 国防工业出版社, 1993: 82-83.
- [20] 赵福星, 杨兴宇. 发动机构件低循环疲劳模拟试验件设计方法[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2003, 16(2): 58-62.
- [21] Ministry of Defence (1987) Defence Standard 00-971 General Specification for Aircraft Gas Turbine Engines. Ministry of Defence.
- [22] Ministry of Defence (2006) Defence Standard 00-970 Design and Airworthiness Requirements for Service Aircraft Part 11-Engines. Ministry of Defence.
- [23] 杨兴宇, 郑小梅, 孙燕涛, 等. 航空发动机使用寿命控制技术[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- [24] 杨兴宇, 董立伟, 耿中行, 等. 某压气机轮盘榫槽低循环疲劳模拟件设计与试验[J]. 航空动力学报, 2008, 23(10): 1829-1834.