

COMSOL Multiphysics在压电喷墨打印头建模中的应用与创新概述

郑晟辉, 陆利坤

北京印刷学院信息工程学院, 北京

收稿日期: 2025年3月4日; 录用日期: 2025年3月23日; 发布日期: 2025年4月3日

摘要

本文利用COMSOL多物理场仿真软件对压电喷墨打印头进行建模分析, 旨在优化其喷射特性和稳定性。通过分离式几何建模和自适应网格细化技术, 提升了模型的精细度。在物理场处理中, 采用动网格组件处理流固耦合问题, 并通过全参数化函数实现对压电驱动器的精确控制。针对模型的高病态性, 选用并优化了全耦合直接求解器, 以提高求解效率。通过参数化扫描和自动化优化, 找到了消除残余震荡的最优驱动信号, 显著提升了系统效率。此外, 建立了独立的两相流模型, 优化了墨滴成型与喷射的仿真精度。本研究不仅提高了仿真精度, 还为实际工程应用提供了理论指导和技术支持。

关键词

压电喷墨打印头, COMSOL建模, 流固耦合, 残余震荡抑制, 两相流模型, 参数化优化

Overview of the Application and Innovation of COMSOL Multiphysics in Piezoelectric Inkjet Print Head Modeling

Shenghui Zheng, Likun Lu

College of Information Engineering, Beijing Institute of Graphic Communication, Beijing

Received: Mar. 4th, 2025; accepted: Mar. 23rd, 2025; published: Apr. 3rd, 2025

Abstract

This article uses COMSOL Multiphysics simulation software to model and analyze piezoelectric inkjet print heads, aiming to optimize their ejection characteristics and stability. The refinement of the model has been improved through separate geometric modeling and adaptive mesh refinement techniques.

文章引用: 郑晟辉, 陆利坤. COMSOL Multiphysics 在压电喷墨打印头建模中的应用与创新概述[J]. 动力系统与控制, 2025, 14(2): 77-87. DOI: 10.12677/dsc.2025.142009

In physical field processing, dynamic grid components are used to handle fluid-solid coupling problems and precise control of piezoelectric actuators is achieved through fully parameterized functions. In response to the high pathological nature of the model, a fully coupled direct solver was selected and optimized to improve the solving efficiency. Through parameterized scanning and automated optimization, the optimal driving signal to eliminate residual oscillations was found, significantly improving system efficiency. In addition, an independent two-phase flow model was established to optimize the simulation accuracy of ink droplet formation and ejection. This study not only improves simulation accuracy, but also provides theoretical guidance and technical support for practical engineering applications.

Keywords

Piezoelectric Inkjet Print Head, COMSOL Modeling, Fluid-Solid Coupling, Residual Oscillation Suppression, Two-Phase Flow Model, Parameterized Optimization

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

随着数字印刷技术的发展, 压电喷墨打印技术因其高精度、低成本和环保等优点, 在多个工业领域广泛应用。该技术利用压电材料的逆压电效应, 将电能转换为机械能以控制墨水喷射。然而, 其在实际应用中仍面临打印速度、精度和稳定性等挑战, 这些问题与打印头结构设计、油墨特性和驱动信号参数密切相关。因此, 优化压电喷墨打印头的喷射特性对于提升打印质量和效率至关重要。COMSOL 多物理场仿真软件能够模拟压电效应、流体动力学和热力学等物理场的相互作用, 为优化打印头结构参数、油墨属性和驱动信号提供了强有力的工具。本研究通过 COMSOL 建立详细模型, 分析影响墨滴喷射的关键因素, 并探索抑制残余振荡、提高系统效率和喷射稳定性的新方法。

本研究旨在利用 COMSOL 多物理场仿真软件对压电喷墨打印头进行建模与优化设计。具体目标包括: 建立包括压电驱动器、流体通道和喷孔两相流的详细数值仿真模型; 优化打印头结构参数, 分析其动力学性能以确定最佳尺寸; 研究油墨特性对墨滴成形的影响, 确定最优油墨参数; 设计并优化驱动波形以抑制残余振荡, 提高喷射效率和稳定性; 并通过实验验证仿真模型的准确性。预期贡献包括提供基于 COMSOL 的建模和优化新方法, 揭示影响墨滴喷射的关键因素, 开发有效的残余振荡抑制策略, 为压电喷墨打印技术的实际应用提供理论指导和技术支持。通过这些努力, 本研究将推动该技术在工业领域的应用进步。

2. COMSOL 建模策略

2.1. 几何模型构建与分离式建模

在 COMSOL 中, 精确的几何模型是高质量仿真的基础。本研究采用分离式建模, 独立构建压电喷墨打印头的各组件, 如压电驱动器、流体通道和喷孔, 然后集成。我们定义了打印头的总体尺寸和形状, 并使用 COMSOL 工具构建各部分。例如, 压电驱动器由多层材料构成, 我们逐层定义并组合成完整模型。

压电喷墨打印头的核心部件是压电驱动器, 其运作机理是通过在压电驱动器上施加电压脉冲, 导致压电元件发生变形, 从而引起压力腔室体积的变化。这一变化在流体通道内产生压力波, 推动流体从喷

孔喷出。在表面张力和惯性力的作用下, 喷射的液体最终形成液滴。液滴喷射的成形过程关键依赖于压电驱动器的驱动性能, 而其动态特性与结构参数紧密相关。因此, 优化驱动器的结构尺寸等参数是确保稳定振动的必要步骤。本文建立的压电驱动器模型如图 1 所示, 具体参数如表 1 所示。

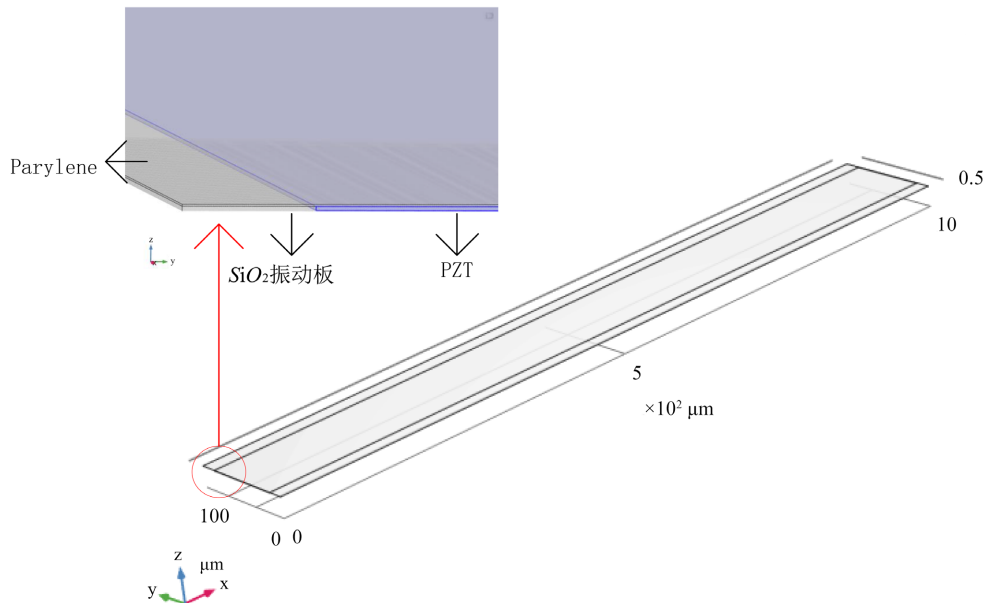


Figure 1. Piezoelectric driver model
图 1. 压电驱动器模型

压电驱动器模型包括: SiO₂ 振动板、PZT 压电薄膜、Parylene 保护膜。各部分材料属性如表 1 所示。

Table 1. Piezoelectric driver material parameters

表 1. 压电驱动器材料参数

材料	密度	泊松比	弹性模量
SiO ₂ 振动板	2200 kg/m ³	0.17	85.99 Gpa
PZT 压电薄膜(PZT-5H)	7450 kg/m ³	0.36	56 Gpa
Parylene 保护膜	1150 kg/m ³	0.4	3.2 Gpa

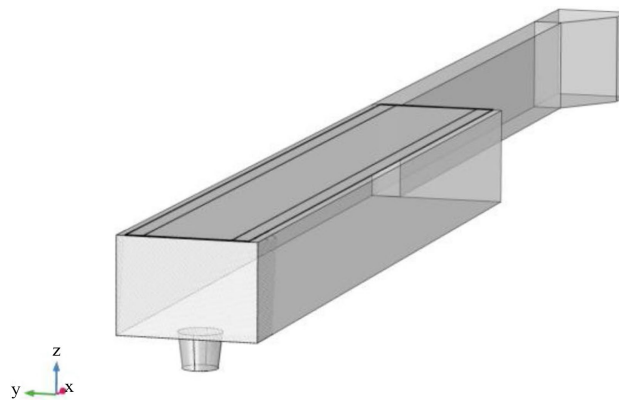


Figure 2. Piezoelectric inkjet print head model
图 2. 压电喷墨打印头模型

对于流体通道, 我们关注其形状和尺寸, 利用 COMSOL 功能精确定义供墨腔室、限流部和喷孔的几何形状, 确保墨水流动路径的真实再现。喷孔作为墨水喷射的出口, 其精确度对墨滴的形成和喷射特性有着决定性的影响。在喷孔的建模中, 我们采用了高精度的建模技术, 以确保喷孔的直径、形状和位置与实际打印头一致。最后, 我们将组件模型集成, 注意接口和连接方式, 确保物理和力学上的正确性。通过这种方法, 我们在 COMSOL 中构建了一个精确高效的压电喷墨打印头模型, 为后续仿真打下基础。压电喷墨打印头模型如图 2 所示, 具体参数如表 2 所示。

Table 2. Dimensions of each part of the piezoelectric driving board
表 2. 压电驱动板各部分尺寸

名称	尺寸(μm)
SiO ₂ 振动板长、宽、厚	1000、140、1
PZT 压电薄膜长、宽、厚	1000、140、0.9
Parylene 保护层长、宽、厚	1000、140、0.7

2.2. 网格构建优化

网格构建是仿真过程中的关键步骤, 直接影响到仿真结果的准确性和计算效率。在本研究中, 我们采用了细致的网格构建策略, 以确保模型在关键区域的高分辨率, 同时, 在非关键区域保持合理的计算负荷。

2.2.1. 角细化与扫掠技术

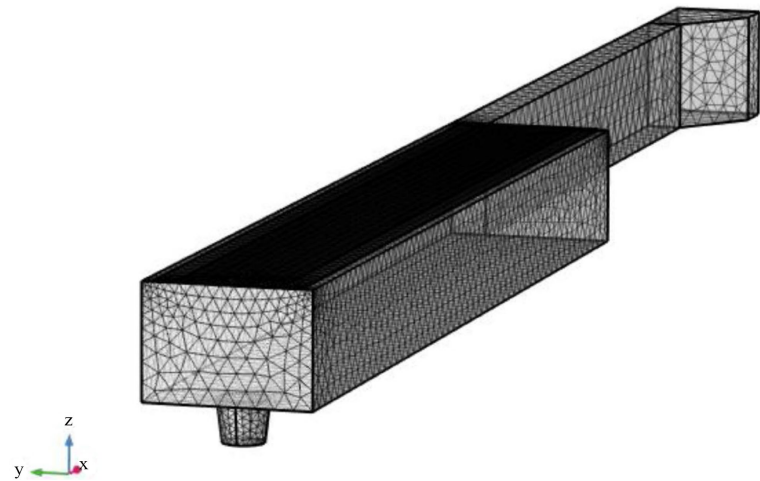


Figure 3. Schematic diagram of the model mesh
图 3. 模型网格示意图

在压电喷墨打印头的几何模型中, 特别是在喷孔和压电驱动器等关键区域, 我们采用了角细化技术来提高网格的局部分辨率。角细化能够确保在这些区域的网格更加密集, 从而捕捉到细微的物理变化。例如, 在喷孔周围, 我们设置了网格最小尺寸为 $7.48\ \mu\text{m}$, 而在压电驱动器的极化方向上, 我们根据驱动器的厚度 $0.6\ \mu\text{m}$ 设定了相应的网格尺寸为 $0.58\ \mu\text{m}$ 。同时, 在划分网格时, 由于 Parylene 保护层、PZT 压电薄膜和 SiO₂ 振动板的长宽尺寸较大, 厚度尺寸相对较小。因此, 利用“缩放几何”功能, 在长宽方向按 1:1 比例划分, 厚度方向按 1:5 比例划分。将网格类型选为“自由四面体”, 尺寸选为“较细化”, 边界条件设为“四周固定约束”。这样的设置有助于精确模拟压力波的传播和墨滴的喷射过程。扫掠技术

则被用来生成沿特定方向的网格,这在模拟流体流动时尤为重要,因为它能够确保网格与流动方向对齐,从而减少数值模拟中的误差[1]。模型网格示意图如图3所示。

2.2.2. 自适应网格细化的应用

为了保证仿真精度的同时优化计算资源的使用,我们引入了自适应网格细化技术使得模型在仿真过程中根据物理场的变化动态调整网格大小。基于网格质量的偏度表达式:

$$S = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\theta_i - \mu}{\sigma} \right)^3$$

自适应网格细化的阈值被设定为 0.1,当变形域导致的网格拉伸超过该阈值时,网格会自动细化以捕捉这些变化。这在模拟墨水从喷孔喷射时尤为重要,因为这一过程涉及快速变化的流体动力学行为[2]。

2.3. 动网格组件的应用

在处理压电喷墨打印头的流固耦合问题时,我们采用了 COMSOL 中的动网格组件来模拟墨水的喷射过程,从而允许网格随流体运动而动态更新,更精确地捕捉流体界面的变化[3]。其具体实现思路为通过将流体部分定义为变形域且在该域上的流固耦合界面上应用网格更新策略,以网格偏度作为网格运动的判定依据实现全程高精度追踪。添加动网格组件后,网格质量评估图如图4所示,其中对于所有质量度量,质量 1 是最好的,它表示所选质量度量中的最佳单元。

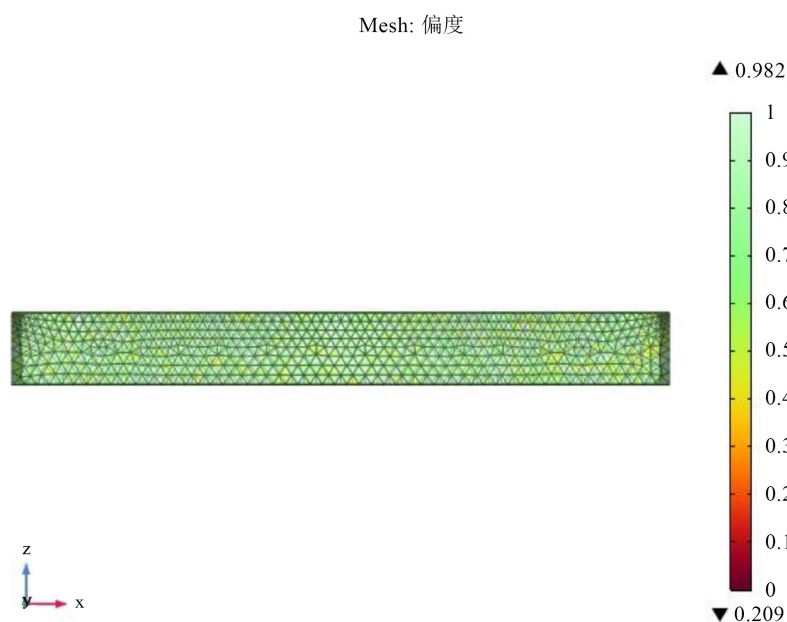


Figure 4. Grid quality assessment diagram
图4. 网格质量评估图

与传统的 ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian)方法相比,动网格组件在模拟墨水喷射过程中提供了更高的精度。在模拟墨滴形成阶段,动网格组件能够更准确地捕捉到墨滴与空气界面的相互作用,从而提高了仿真结果的准确性。

2.4. 流固耦合界面处理

流固耦合界面被设置为无滑移条件和压力连续性条件。无滑移条件确保了流体在固体表面的相对速

度为零, 而压力连续性条件保证了界面上的压力平衡。基于如上定义, “流固耦合” 接口被用于连接流体域和结构域。通过此接口, 结构变形信息能够实时传递给流体域, 同时流体压力也能反馈给结构域[4]。

3. 参数化驱动与仿真精度提升

3.1. 压电驱动器的全参数化函数控制

为了还原梯形波的驱动波形, 我们首先根据电平的正负将其分为三个主要部分: 驱动波(正电平)、零电平和消振波(负电平) [5]。进一步地, 我们根据梯形波的拐点将驱动波和消振波的区域细分为上升区、保持区和下降区。在 COMSOL 的定义模块中, 我们为每个区域的时长建立了时间参数, 分别为 t_{rise} 、 t_{hold} 和 t_{fall} , 分别代表上升时间、保持时间和下降时间。

除时间参数外, 我们还为驱动波和消振波的峰值分别设置了电压参数 V_{drive} 和 V_{soothe} 用于控制在仿真中压电驱动器的电压水平, 从而影响墨滴的喷射特性。基于上述参数组, 我们定义了一个插值函数。该函数在每个插值点使用参数组中的参数来定义, 确保了驱动波形的平滑过渡和精确控制。插值函数的形式如下(实际变量名与此处有差异):

$$f(t) = \text{interp}(t, [0, t_{\text{rise}}, t_{\text{rise}} + t_{\text{hold}}, t_{\text{rise}} + t_{\text{hold}} + t_{\text{fall}}, t_{\text{rise}} + t_{\text{hold}} + t_{\text{fall}} + T], [V_0, V_{\text{drive}}, V_0, V_{\text{soothe}}, V_0])$$

其中, interp 是 COMSOL 中的插值函数, t 是时间变量, $[0, t_{\text{rise}}, t_{\text{rise}} + t_{\text{hold}}, t_{\text{rise}} + t_{\text{hold}} + t_{\text{fall}}, t_{\text{rise}} + t_{\text{hold}} + t_{\text{fall}} + T]$ 是时间节点, $[V_0, V_{\text{drive}}, V_0, V_{\text{soothe}}, V_0]$ 是对应的电压值。

最后, 我们定义了一个解析函数, 该函数设定为周期为所有时间参数之和的周期函数。单个周期内的解析式设定为前面提到的插值函数。这允许我们模拟连续的驱动波形, 而不需要在每个周期后手动重置条件。解析函数的形式如下:

$$g(t) = \text{periodic}(f(t), T)$$

其中, periodic 是 COMSOL 中的周期函数, $f(t)$ 是插值函数, T 是周期时间, 等于 $t_{\text{rise}} + t_{\text{hold}} + t_{\text{fall}}$ 。

通过全参数化的方法, 我们能够实现对压电驱动器驱动电平的精确控制, 并且任何后续的调整都可以直接在定义模块中的参数区域进行, 极大地提高了仿真的效率和灵活性。

3.2. 一体式的函数控制实现

本节的核心目标是创建一个能够灵活调整并快速响应不同参数设置的控制函数。这样的控制函数不仅能够模拟复杂的梯形波形, 还能通过改变参数值直接进行参数化扫描, 以寻找最优的驱动参数组合。基于上一节的概述, 我们构建了一个参数组, 构成了参数矩阵。如表 3 所示。

Table 3. Driving signal functionalization

表 3. 驱动信号函数化

名称	表达式	值	描述
t_rR	4e-6 [s]	4E-6 s	驱动波线性上升区
t_dR	8e-6 [s]	8E-6 s	驱动波饱和保持区
t_fR	3e-6 [s]	3E-6 s	驱动波线性下降区
U_R	20 [V]	20 V	驱动波振幅
t_d	16e-6 [s]	1.6E-5 s	零电平保持区
t_rQ	4e-6 [s]	4E-6 s	消振波线性上升区
t_dQ	8e-6 [s]	8E-6 s	消振波饱和保持区

利用 COMSOL 的周期函数, 我们将插值函数封装成一个周期性函数, 目的在于能够模拟连续的驱动波形, 而无需在每个周期后手动重置条件。周期下限为 0, 上限为 $t_{rR} + t_{dR} + t_{fR} + t_d + t_rQ + t_dQ + t_fQ + t_d$ 。

为了进行参数化扫描, 我们将参数组设置为可变参数, 这样可以通过改变参数值来探索不同的驱动策略。利用“参数扫描”功能, 通过定义一个扫描范围和步长, 自动调整参数组中的每个参数, 可以实现大规模的参数化扫描。

通过全参数化的方法, 我们不仅提高了仿真的精度和效率, 还为后续的自动化优化和参数化扫描提供了坚实的基础。这种方法的应用, 将极大地推动压电喷墨打印技术的发展, 提高打印质量和效率。

4. 求解器设计与优化

全耦合直接求解器的选择

在 COMSOL 中, 可以选用的求解器包括迭代求解器和直接求解器。本文将迭代求解器和 PARDISO 直接求解器进行了对比, 运算速度表如表 4 所示, 结果表明, 直接求解器的运算速度明显地快于迭代求解器, 随着模型尺寸的增大, 即使求解需要的内存也逐渐变大、计算速度下降, 但是运算速度依旧比迭代求解器快。迭代求解器和 PARDISO 运算速度对比如表 4 所示。

Table 4. Comparison of solver computation times

表 4. 求解器运算时间比较

模型尺寸	运算时间/s		
	最小二乘迭代求解器	共轭梯度迭代求解器	PARDISO 直接求解器
20 × 20 × 20	0.15	0.04	0.005
40 × 40 × 40	1.23	0.15	0.04
60 × 60 × 60	5.80	0.89	0.25

所以本文选择 PARDISO 全耦合直接求解器求解线性方程组。在处理多物理场问题时, 直接求解器能够一次性解决所有未知数, 避免了迭代求解器可能需要的多次迭代过程。这对于具有高度耦合的多物理场问题尤为重要, 因为它能够保证所有物理场之间的相互作用在一次求解过程中得到充分考虑[6] [7]。

5. 驱动信号优化与残余震荡抑制

5.1. 参数化扫描与自动化优化求解

Table 5. Parameterized settings of the driving signal

表 5. 驱动信号参数化设置

参数名称	参数值列表	参数单位
t_rR	4e-6, 5e-6, 6e-6	s
t_dR	8e-6, 9e-6, 10e-6	s
t_fR	3e-6, 4e-6, 5e-6	s
U_R	10, 15, 20, 25, 30	s
t_d	16e-6, 17e-6, 18e-6	s
t_rQ	4e-6, 5e-6, 6e-6	s
t_dQ	8e-6, 9e-6, 10e-6	s

在压电喷墨打印技术中, 驱动信号的优化是提高打印头性能的关键。通过参数化扫描和自动化优化求解, 系统可以找到消除残余震荡的最优驱动信号, 显著提高系统效率。驱动信号参数化设置如表 5 所示。

5.2. 消除残余震荡的最优驱动信号寻找

主流研究大多通过设计复合驱动波形, 通过波的叠加原理来抑制残余振荡[5]。在我们的研究中, 我们也采用了类似的方法来设计和优化驱动波形。

我们设计了一种复合驱动波形, 它由一个正极性单梯形波和一个与之极性相反的梯形波组成。这种复合波形能够使打印头内的残余压力波得到快速衰减, 从而提高系统效率和喷射稳定性。

通过参数化扫描, 我们确定了最优的驱动波形参数, 包括电压上升时间、电压停留时间和电压下降时间。这些参数的最优值能够使得墨滴喷射过程更加稳定, 减少卫星墨滴的产生。最优驱动信号如图 5 所示。

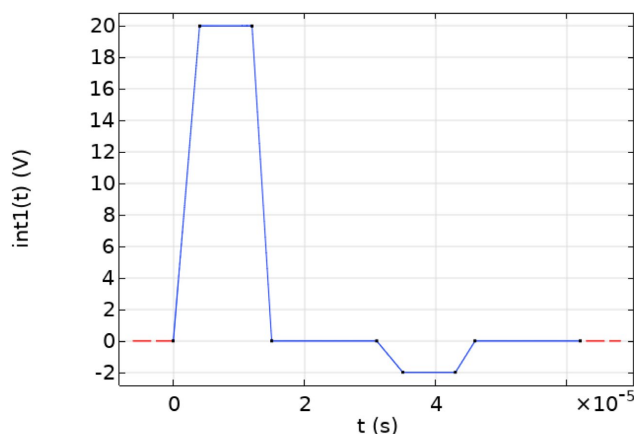


Figure 5. Optimal driving signal
图 5. 最优驱动信号

6. 墨滴成型研究

6.1. 两相流模型的建立

两相流模型的建立是通过对喷墨打印机喷嘴内部的流体流动进行详细模拟来实现的。利用二维轴对称的特性可以大幅简化计算复杂度, 同时保持了物理现象的准确性。在模型中, 墨水最初充满入口与喷嘴之间的空间, 通过入口注入额外的墨水, 迫使墨水流出喷嘴, 形成墨滴。两相流模型如图 6 所示。模型的初始条件设定为墨水和空气的初始分布, 速度最初为打印头模型计算得到的喷孔入口处的流体速度。边界条件包括入口处的瞬态平均速度, 出口处的恒压, 以及壁面上的“无滑移”条件。在目标上使用“润湿壁”条件, 接触角设为 $\pi/2$, 滑移长度设为 $10\ \mu\text{m}$ 。

6.2. 网格自适应细化技术的应用

网格自适应细化技术是提高仿真精度的重要手段, 尤其在处理复杂流体界面问题时。在本研究中, 自适应网格划分被用来确保在墨水与空气界面附近始终保持足够的网格密度, 以捕捉界面的细微变化。这意味着, 随着仿真过程中墨滴界面的移动, 网格会自动更新, 以保持界面区域的网格细化[2]。

在 COMSOL Multiphysics 中, 通过设置自适应网格划分参数, 我们能够控制网格的细化程度。参数 ε (界面附近的网格大小) 被设置为液滴经过区域典型网格大小的一半, 即 $\varepsilon = hc/2$ 。这样的设置确保了在

墨滴界面附近的网格能够精确捕捉到墨滴的形状变化。其中最大网格细化数值为 2，单元选择为初步全局最小化。

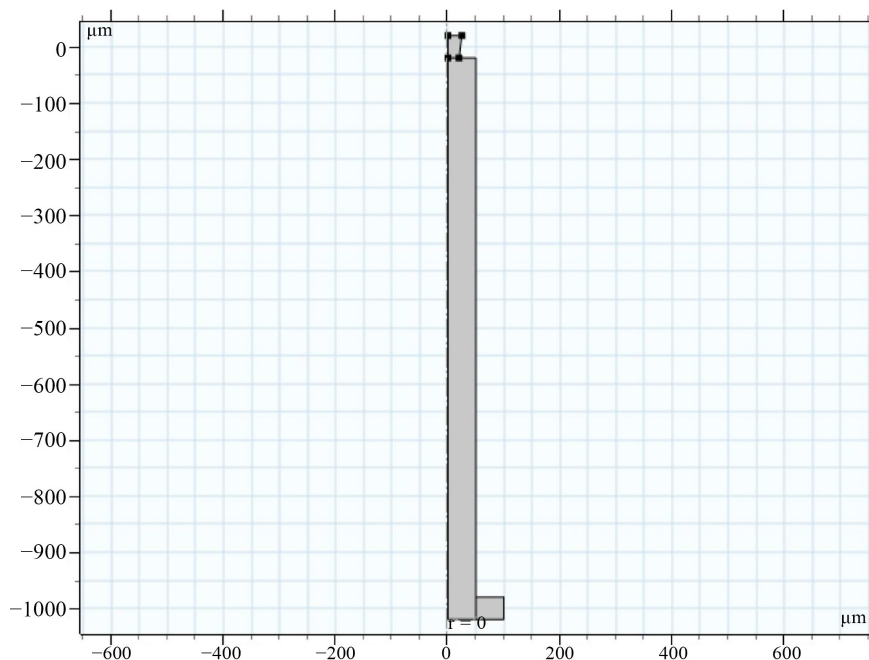


Figure 6. Planar diagram of the two-phase flow model

图 6. 两相流模型平面示意图

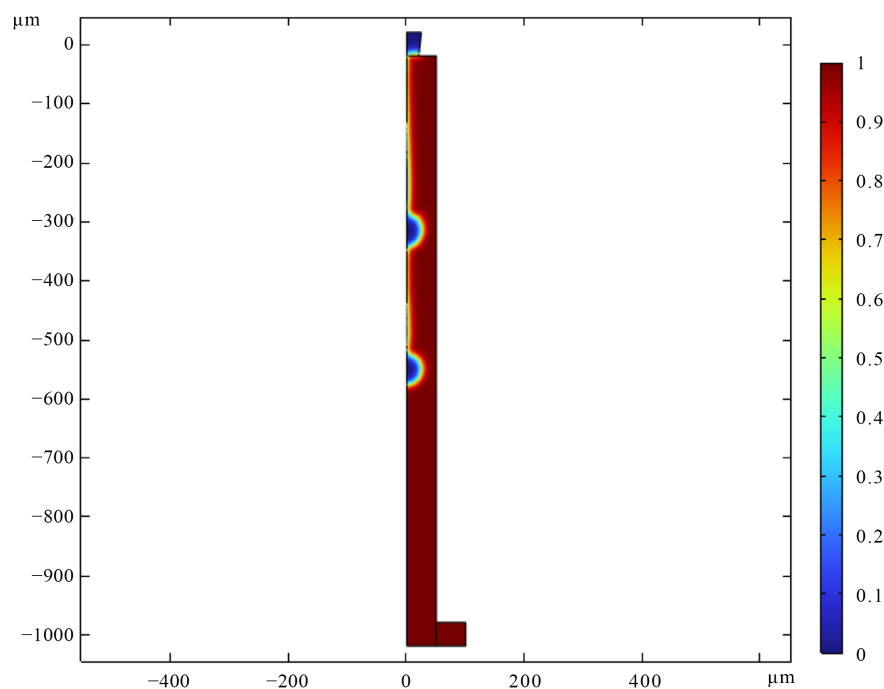


Figure 7. Isosurface diagram of the ink droplet dripping process

图 7. 墨滴滴落过程等值面图

自适应网格细化显著提高了仿真的计算成本，但它提供了更精确的墨滴形状和速度分布。通过对比

不同网格密度下的仿真结果, 我们验证了自适应网格细化的必要性。在网格细化的区域, 墨滴的界面更加清晰, 墨滴的速度分布也更加准确。本文平均网格质量达到 0.8765。

6.3. 墨滴滴落过程可视化及质量分析

通过等值面图, 我们可以直观地观察到墨水与空气界面的形状和变化。在不同时间点绘制等值面图, 可以展示墨滴在空间中的动态变化, 如图 7 所示。

通过比较不同时间点的墨滴质量, 我们可以验证墨滴喷射的一致性和稳定性。此外, 通过分析墨滴质量随时间的变化, 我们可以优化打印头的设计, 以实现更精确的墨滴控制。如图 8 所示。

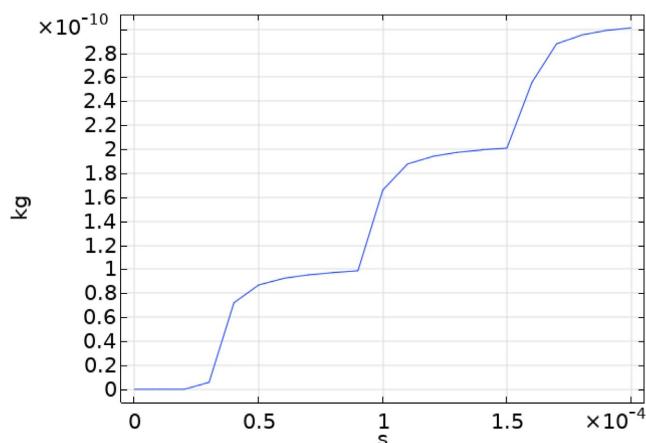


Figure 8. Ink droplet quality consistency
图 8. 墨滴质量一致性

7. 结论与未来工作

7.1. 研究成果总结

本研究通过 COMSOL Multiphysics 软件对压电喷墨打印头进行了深入的建模分析和优化设计。通过采用分离式几何建模、自适应网格细化技术和全耦合直接求解器等先进技术, 我们成功建立了一个高精度的压电喷墨打印头系统仿真模型。研究中, 我们优化了打印头结构参数, 并设计了最优的驱动波形以抑制残余震荡, 显著提高了系统效率和喷射稳定性。同时, 还研究了墨滴从喷嘴喷出后的后续运动, 为墨滴铺展过程的研究提供了新的视角。

7.2. 研究的局限性与未来研究方向

当前模型主要关注单个墨滴的喷射过程, 未来研究可以考虑多墨滴相互作用的影响, 以及在不同打印模式下墨滴喷射的协同效应。基于此方向我们可以考虑到, 本研究中对油墨特性的考虑较为简化, 未来研究可以进一步探索不同油墨成分对墨滴喷射特性的影响, 以及油墨老化对打印质量的影响。虽然本研究对打印头结构进行了优化, 但对打印头材料的优化考虑不足。未来研究可以探索新型材料对提高打印头性能的潜力。同时, 本研究的仿真结果需要更多的实验数据来验证。未来研究可以增加实验部分, 通过实验数据来校准和验证仿真模型的准确性。以此类推, 墨滴到达承印物后的铺展过程对印品质量有重要影响。未来研究可以深入探讨墨滴铺展的物理机制, 并开发出更精确的模拟方法。最后, 随着智能算法的发展, 未来研究可以探索使用智能控制策略来优化压电喷墨打印头的性能, 如使用机器学习算法来预测和调整驱动信号。

通过不断的研究和探索, 我们相信压电喷墨打印技术将在工业领域得到更广泛的应用, 并实现更高的打印质量和效率。

基金项目

北京市教育委员会出版学新兴交叉学科平台建设 - 数字喷墨印刷技术及多功能轮转胶印机关键技术研发平台(项目编号: 04190123001/003); 北京市数字教育研究重点课题(课题编号: BDEC2022619027); 北京市高等教育学会 2023 年立项面上课题(课题编号: MS2023168); 北京印刷学院校级科研项目(20190122019, Ec202303, Ea202301, E6202405); 北京印刷学院学科建设和研究生教育专项(21090122012, 21090323009)。

参考文献

- [1] Wollblad, C. (2018) How to Set up a Mesh in COMSOL Multiphysics® for CFD Analyses. <https://www.comsol.com/blogs/how-to-set-up-a-mesh-in-comsol-multiphysics-for-cfd-analyses>
- [2] Yeh, J.-T. (2001) A VOF-FEM Coupled Inkjet Simulation. *Proceedings of the ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, **1**, 493-497.
- [3] Olsson, E. and Kreiss, G. (2005) A Conservative Level Set Method for Two Phase Flow. *Journal of Computational Physics*, **210**, 225-246. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2005.04.007>
- [4] Yue, P., Feng, J.J., Liu, C. and Shen, J. (2004) A Diffuse-Interface Method for Simulating Two-Phase Flows of Complex Fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, **515**, 293-317. <https://doi.org/10.1017/s0022112004000370>
- [5] 徐磊. 压电喷墨喷射特性及残余振荡抑制研究[D]: [硕士学位论文]. 西安: 西安理工大学, 2021.
- [6] Frei, W. (2013) Solutions to Linear Systems of Equations: Direct and Iterative Solvers. <https://www.comsol.com/blogs/solutions-linear-systems-equations-direct-iterative-solvers>
- [7] Frei, W. (2013) Improving Convergence of Multiphysics Problems. <https://www.comsol.com/blogs/improving-convergence-multiphysics-problems>