

随机广义Nash均衡在电商领域中的应用研究

王 凯^{1,2}

¹贵州大学数学与统计学院, 贵州 贵阳

²贵州省博弈决策与控制系统重点实验室, 贵州 贵阳

收稿日期: 2024年5月30日; 录用日期: 2024年6月17日; 发布日期: 2024年8月12日

摘 要

随着新时代的蓬勃发展, 电商领域取得了历史性突破, 但也伴随着许多不确定性问题显现。随机广义Nash均衡是非合作博弈的重要概念, 在现代经济学的研究中具有重要地位。本文从随机广义Nash均衡的角度来分析电商领域中的实际问题, 将电商领域中的问题等价于对应的随机广义Nash均衡问题。同时, 采用样本平均近似法(SAA)处理随机因素, 利用Nikaido-Isoda函数和改进的差分进化算法进行求解。最后, 给出一个关于电商平台对应生产厂商产品生产数量问题的实例。结果显示, 利用随机广义Nash均衡和差分进化算法来解决电商领域中的实际问题具有可行性, 对电商平台的进一步发展具有研究意义。

关键词

电商领域, 生产问题, 随机广义Nash均衡, 差分进化算法, 实例运用

Application of Stochastic Generalized Nash Equilibrium to E-Commerce

Kai Wang^{1,2}

¹School of Mathematics and Statistics, Guizhou University, Guiyang Guizhou

²Guizhou Provincial Key Laboratory for Games Decision Making and Control Systems, Guiyang Guizhou

Received: May 30th, 2024; accepted: Jun. 17th, 2024; published: Aug. 12th, 2024

Abstract

With the booming development of the new era, the field of e-commerce has made a historic breakthrough, but it is also accompanied by many revealed uncertainty problems. Stochastic Generalized Nash Equilibrium is an important concept of non-cooperative game, which occupies an important position in the study of modern economics. In this paper, we analyze the practical problems in the field of e-commerce from the perspective of Stochastic Generalized Nash Equilibrium,

文章引用: 王凯. 随机广义 Nash 均衡在电商领域中的应用研究[J]. 电子商务评论, 2024, 13(3): 6420-6426.

DOI: 10.12677/ecl.2024.133792

and equate the problems in the field of e-commerce with the corresponding Stochastic Generalized Nash Equilibrium problems. Meanwhile, the Sample Average Approximation (SAA) method is adopted to deal with the stochastic factors, and the Nikaido-Isoda function and the improved differential evolutionary algorithm are used for the solution. Finally, an example is given of the problem of the number of products produced by the corresponding manufacturer of the e-commerce platform. The results show that it is possible to use stochastic generalized Nash equilibrium and differential evolution algorithms to solve practical problems in the field of e-commerce, which has research implications for the further development of e-commerce platforms.

Keywords

E-Commerce Domain, Production Problem, Stochastic Generalized Nash Equilibrium, Differential Evolutionary Algorithms, Example Applications

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在新时代经济高速发展的背景下，计算机、数学等理论分析工具在电商领域展现了极大的影响力，促进了电商平台搭建、产品供给、产品销售等方面的实现与完善，电商领域展现出不可阻挡的发展势头。同时，伴随着电商领域的发展，如生产问题、供销问题、寡头竞争市场问题等问题不断显现，如何分析并解决此类问题具有重要研究意义。

张等[1]基于动态新协同监管理论构建了电商平台中“专利黑代理”监管的两阶段博弈模型，系统分析商户、电商平台和政府三方的博弈演化过程及其稳定策略，通过仿真模拟研究了规制“专利黑代理”行为的有效路径；王[2]以直播电商农产品供应链定价为主要方向，在斯坦克伯格博弈理论的基础上对不同的决策模式进行数学建模和博弈分析，最后得到最优的定价策略；向等[3]基于 ARIMA 构建 SWECPX 模型解决电商需求预测问题；钱等[4]针对 DeepWalk 算法应用在电子商务网络链路预测中随机游走方法以及节点相似度判断的不足，提出一种基于改进的 DeepWalk 算法的链路预测算法；张[5]基于深度神经网络的电商平台商品信息推送，构建一个深度双向 Transformer 模型，实现电商平台商品信息自动推送；彭等[6]为解决在众多电商平台之间优化分配监管资源的问题，提出了基于置信区间上界的 3 种调度算法；袁等[7]提出一种卷积神经网络融合加权深度森林(CNN-WDF)的销量预测方法进行商品销量预测。

研究表明，当前许多计算机、数学理论方法为分析和解决电商领域问题提供了重要工具。Nash 均衡理论奠定了经济理论的根本基础，随着实际问题的交互使得问题变得越来越复杂，Debreu 和 Arrow [8]提出广义 Nash 均衡问题(GNEP)，首次为市场均衡的存在性提供了严格的证明，为市场均衡理论奠定了坚实基础。贾等[9]利用 Karush-Kuhn-Tucker 条件和 Fischer-Burmeister 互补函数将 GNEP 进行转化，并提出一种免疫粒子群算法进行求解；陈[10]设计了一种求解具有不确定耦合约束的 GNEP 的分布式算法，并通过求解变分不等式得到了 GNEP 的解。此外，不确定因素对实际问题的影响越发凸显，随机广义 Nash 均衡问题(SGNEP)应运而生，涌现了利用 Karush-Kuhn-Tucker 条件、样本平均近似、内点法等进行分析求解的方法[11] [12]。因此，本文尝试利用随机广义 Nash 均衡来分析电商领域中的生产问题，结合差分进化算法(DE)、Nikaido-Isoda 函数以及样本平均近似法(SAA)对问题进行求解。

2. 基础知识

2.1. 随机广义 Nash 均衡

设 $N = \{1, \dots, n\}$ 是局中人的集合, $\forall i \in N$, 设 X_i 是第 i 个局中人的策略集, $G_i : X_i \times \Omega \rightarrow P_0(X_i) \times \Omega$ 是第 i 个局中人的可行策略映射, $f_i : X \times \Omega = \prod_{i=1}^n X_i \times \Omega \rightarrow \mathcal{R}$ 是第 i 个局中人的支付函数, $\omega \in \Omega$ 为定义在概率空间 $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ 上的随机变量, 如果 $\exists x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*) \in X$, 使 $\forall i \in N$, 有 $x_i^* \in G_i(x_i^*)$, 且

$$f_i(x_i^*, x_i^*) = \min_{u_i \in G_i(x_i^*)} f_i(u_i, x_i^*)$$

$$f_i(x_i, x_i) = \mathbb{E}_{\omega_i} [f_i(x_i, x_i, \omega_i)]$$

则称 x^* 是该随机广义 Nash 均衡问题(SGNEP)的解, 简称随机广义 Nash 均衡。

2.2. Nikaido-Isoda 函数

定义 1 [13] 设 f_i 为第 i 个局中人的支付函数, X_i 为供其选择的策略集。记 $X := X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$, 那么, Nikaido-Isoda 函数为 $\psi : X \times X \rightarrow \mathbb{R}$,

$$\psi(x, y, \omega) = \sum_{v=1}^n [f_v(x^v, x^{-v}, \omega) - f_v(y^v, x^{-v}, \omega)]$$

其中 $x, y \in X$ 。

定义 2 称 $x^* = (x^{*,v}, x^{*, -v}) \in X$ 是广义 Nash 均衡问题的均衡解, 如果

$$\psi(x^*, y, \omega) \leq 0, \forall y \in X,$$

反之, 若

$$\psi(x^*, y, \omega) > 0, \exists y \in X, y \neq x^*$$

则 x^* 一定不是随机广义 Nash 均衡解。

3. 算法介绍

本文利用差分进化算法对问题进行求解, 同时, 针对分析问题中的随机不确定因素使用 SAA 进行处理。

3.1. 差分进化算法

差分进化算法[14] (DE)是一种基于种群的进化算法, 具有结构简单和鲁棒强的优点, 通过种群个体之间的差异信息对个体形成扰动进而探求整个种群。

DE 有三个主要控制参数: 变异因子 F 、交叉概率 CR 以及种群规模 NP , 四个操作: 初始化、变异、交叉和选择。

- 初始化

$$x_{ij} = \text{rand} \cdot (x_j^U - x_j^L) + x_j^L, i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, D$$

其中 rand 代表 $(0,1)$ 之间的随机数, x_j^U 和 x_j^L 分别表示变量的上界和下界。

- 变异

$$V_i^{t+1} = X_{r1}^t + F \cdot (X_{r2}^t - X_{r3}^t)$$

$$X_{r_1}^t, X_{r_2}^t, X_{r_3}^t \in X, i=1, 2, \dots, N$$

其中 r_1 、 r_2 和 r_3 是取值在 $[0,1]$ 上的不同随机整数，并且它们与 i 不等。 F 表示收缩因子，它能够控制变异过程中两个个体的差异大小， t 代表当前迭代数。

- 交叉

$$u_{ij}^{t+1} = \begin{cases} v_{ij}^{t+1}, & \text{if } \text{rand}(j) \leq CR \text{ or } j = rn(i) \\ x_{ij}^{t+1}, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

其中 $\text{rand}(j)$ 是 $(0,1)$ 范围内的随机值， CR 是指在 $[0,1]$ 范围内执行交叉操作的概率， $rn(i) \in \{1, 2, \dots, D\}$ 表示一个随机选择的序列，它确保一个新的个体从变异向量中至少得到一个分量值。

- 选择

$$X_{ij}^{t+1} = \begin{cases} U_i^{t+1}, & \text{if } f(U_i^{t+1}) < f(X_i^t) \\ X_i^t, & \text{Otherwise} \end{cases}$$

其中 $f(\cdot)$ 为适应度函数值。

3.2. 样本平均近似(SAA)

对于给定的可积函数 θ ， $\mathbb{E}[\theta(\omega)]$ 的样本平均近似通过独立的、同分布的随机样本 $\omega_1, \dots, \omega_N$ ，

$$\mathbb{E}[\theta(\omega)] = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \theta(\omega_l)$$

强大数定律保证这一过程以概率 1(缩写为 w.p.1)收敛。

3.3. Tent 混沌映射

Tent 是常见混沌映射中最均匀的映射之一，针对大多数智能算法种群多样性的不足，将 Tent 混沌映射引进种群的初始化，以增强 DE 算法的遍历性和多样性。

$$x_{n+1} = f(x_n) = \begin{cases} x_n/\alpha, & x_n \in [0, \alpha) \\ 1 - x_n/1 - \alpha, & x_n \in (\alpha, 1] \end{cases}$$

其中 $0 < \alpha < 1$ 。

4. 实例分析

电商平台拼多多的不断壮大推动了电商的发展，拼多多主推的“薄利多销”在电商领域逐渐显现。销的产品从何而来涉及到产品生产问题，下面将利用随机广义 Nash 均衡理论来分析探讨一个生产问题。

例 1 考虑三个生产厂商 $i=1, 2, 3$ 位于一条河边，每个厂商都在选定的水平 x_i 从事经济活动(比如纸浆生产)，但由于生产对环境会造成影响，参与者必须满足地方当局设定的环境条件。因此，当地政府为了保证经济、环境的可持续发展，于沿河设置了两个监测站 $l=1, 2$ ，并设定了最大污染物浓度水平。

设电商市场对产品的逆需求函数 $p(x, \xi)$ ，其中 $p(x, \xi)$ 为市场价格， x 为市场总出价， ξ 为随机变量。需求不确定性表现在随机变量 ξ 的分布，逆需求函数 $p(x, \xi)$ 定义为

$$p(x, \xi) = d_1 - d_2(x_1 + x_2 + x_3) - \xi$$

其中，经济常数 d_1 和 d_2 确定了逆需求规则，并分别设置为 3.0 和 0.01，局中人 i 的收入为

$$\begin{aligned} R_i(x_i, x_{-i}) &= \Xi[p(x, \xi)x_i] \\ &= \Xi[(d_1 - d_2(x_1 + x_2 + x_3) - \xi)x_i] \end{aligned}$$

其中， Ξ 表示数学期望， x_{-i} 表示竞争对手的总生产量， $x = x_i + x_{-i}$ 表示所有厂商进入电商市场的总生产量， $\Xi[p(x, \xi)x_i]$ 表示厂商*i*的总收入。因此，厂商*i*的支出为

$$C_i(x_i) = (c_i^1 + c_i^2 x_i)x_i$$

其中，常数 c_i^1 和 c_i^2 的值如表 1。因此，厂商*i*的净利润为：

$$\begin{aligned} f_i(x_i, x_{-i}) &= R_i(x_i, x_{-i}) - C_i(x_i) \\ &= \Xi[(d_1 - d_2(x_1 + x_2 + x_3) - \xi)x_i] - (c_i^1 + c_i^2 x_i)x_i \end{aligned}$$

Table 1. Parameters of the problem in Example 1
表 1. 例 1 问题参数

厂商 <i>i</i>	c_i^1	c_i^2	u_i^1	u_i^2	e_i
1	0.25	0.03	6.5	4.25	0.50
2	0.35	0.02	5.0	6.25	0.45
3	0.28	0.04	5.5	3.75	0.65

由于河流的排放能力可能受到温度、天气、气候等不确定因素的影响，因此，监测位置*l*政府对排放的限制为

$$g^l(x) = \Xi[G^l(x, \xi)] = \Xi\left[\sum_{i=1}^3 u_i^l e_i x_i - \xi\right] \leq B^l, l = 1, 2$$

其中， $B^l = 200, l = 1, 2$ ， u_i^l 是厂商*i*在监测站*l*的衰减和传输系数， e_i 是玩家*i*的发射系数，也如表 1 所示。

称 $x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ 为随机广义 Nash 均衡，如果对 x_i^* 满足

$$\begin{aligned} \max f_i(x_i, x_{-i}) &= \Xi[(d_1 - d_2(x_1 + x_2 + x_3) - \xi)x_i] - (c_i^1 + c_i^2 x_i)x_i \\ \text{s.t. } g^l(x) &= \Xi\left[\sum_{i=1}^3 u_i^l e_i x_i - \xi\right] \leq B^l, l = 1, 2, \end{aligned}$$

显然，该生产问题可以等价于一个 SGNEP，因此，接下来利用前面介绍的方法进行求解，设置参数：迭代次数 $t_{\max} = 200$ ， $F = 0.4$ ， $CR = 0.9$ ， $NP = 50$ ，SAA 分别尝试样本量 $N = 10^1, 10^2, 10^3$ 来对问题进行求解，结果如表 2，厂商策略值收敛图如图 1。

Table 2. Numerical results for Example 1 (SAA)
表 2. 例 1 数值结果(SAA)

N	$(x_1^{*,N}, x_2^{*,N}, x_3^{*,N})$	$(f^{1,N}, f^{2,N}, f^{3,N})$
10^1	(21.0003, 27.9074, 16.126)	(20.6008, 26.5913, 15.0931)
10^2	(21.9944, 28.4885, 16.685)	(20.6007, 26.4001, 15.0009)
10^3	(20.8155, 27.7682, 15.6364)	(20.0303, 25.8628, 14.562)

结果显示, 本文所提方法能够解决该生产问题, 算法收敛到产品生产数量的期望解, 3 家厂商在不确定因素下生产的产品数量期望值解为(21,28,16), 这时各厂商利润达到最大。即利用随机广义 Nash 均衡理论能够求解该电商平台供应商问题, 在随机不确定市场需求的扰动下, 能够通过该 Nash 均衡理论来给出供应商的期望抉择, 为其指定进一步的战略提供参考。

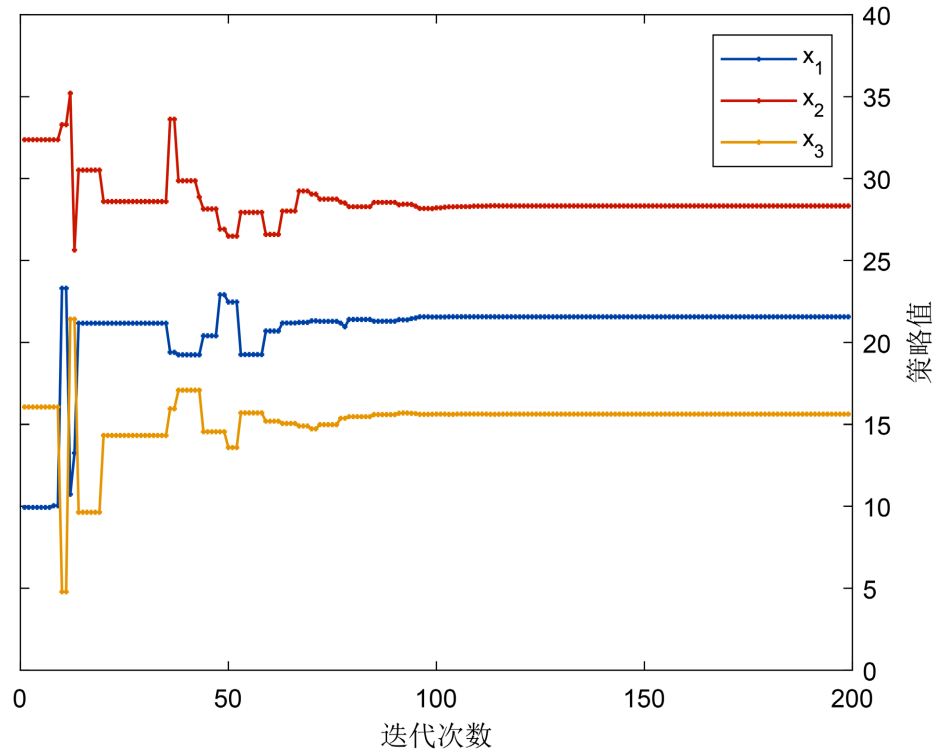


Figure 1. Example 1 Convergence diagram of strategy values

图 1. 例 1 策略值收敛图

5. 结论

当前经济形势下, 电商领域发展迅猛, 电商成为了经济发展的重要手段之一。同时, 电商领域也面临着众多的问题, 如供销问题、生产问题、监管问题、经济发展问题等逐渐浮现, 本文主要着力于基于随机广义 Nash 均衡理论分析并解决电商领域厂商产品生产问题。首先, 利用随机广义 Nash 均衡理论对问题进行分析, 将电商问题等价为 SGNEP; 其次, 结合 Nikaido-Isoda 函数和 Tent 混沌映射对差分进化算法进行改进, 并利用 SAA 对问题中的随机不确定因素进行处理; 最后对所提出的拼多多产品厂商生产问题进行分析求解。结果显示, 利用随机广义 Nash 均衡结合 DE 和 SAA 能够求解具有随机因素的电商领域的相关问题, 为解决电商领域中的问题带来了新的方法与思路, 为电商领域的进一步发展提供参考。

致 谢

对论文给予指导的老师、同学以及匿名审稿专家的默默付出表示衷心的感谢。

参考文献

- [1] 张俊艳, 张芸苓, 王迪, 等. 数字经济时代“专利黑代理”监管两阶段演化博弈研究[J]. 管理评论, 2024, 36(3): 185-196.

-
- [2] 王雷. 基于斯坦克伯格博弈理论的直播电商农产品供应链定价策略[J]. 湖北农业科学, 2024, 63(4): 168-173.
 - [3] 向俊坤, 郁佳幸, 高贺, 等. 基于 ARIMA 构建 SWECPX 模型解决电商需求预测问题[J]. 中国商论, 2024(8): 29-32.
 - [4] 钱晓东, 史玉林, 郭颖. 基于改进的 DeepWalk 算法电商网络链路预测研究[J/OL]. 数据分析与知识发现, 1-17. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/10.1478.G2.20240409.1354.002.html>, 2024-05-26.
 - [5] 张博君. 基于深度神经网络的电商平台商品信息推送研究[J]. 科学技术创新, 2024(7): 72-75.
 - [6] 袁瑞萍, 魏辉, 傅之家, 等. 融合 CNN 和 WDF 模型的电商企业商品销量预测研究[J/OL]. 计算机工程与应用, 1-10. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2127.tp.20240401.1148.002.html>, 2024-05-26.
 - [7] 彭可欣, 曾曦亭, 何灏. 社交电商监管资源调度算法研究[J/OL]. 计算机工程与应用: 1-10. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2127.tp.20240131.1544.016.html>, 2024-05-26.
 - [8] Debreu, G. (1952) A Social Equilibrium Existence Theorem. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, **38**, 886-893. <https://doi.org/10.1073/pnas.38.10.886>
 - [9] 贾文生, 向淑文, 杨剑锋, 等. 基于免疫粒子群算法的广义 Nash 均衡问题求解[J]. 计算机应用研究, 2013, 30(9): 2637-2640.
 - [10] 陈盼华. 广义纳什均衡的一类优化方法[D]: [硕士学位论文]. 郑州: 郑州大学, 2015.
 - [11] 郭凤艳. 随机广义纳什均衡问题的求解方法及其收敛性分析[D]: [硕士学位论文]. 沈阳: 辽宁大学, 2016.
 - [12] Li, P. (2014) Sample Average Approximation Method for a Class of Stochastic Generalized Nash Equilibrium Problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **261**, 387-393. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2013.11.014>
 - [13] Nikaidô, H. and Isoda, K. (1955) Note on Non-Cooperative Convex Game. *Pacific Journal of Mathematics*, **5**, 807-815. <https://doi.org/10.2140/pjm.1955.5.807>
 - [14] Storn, R. and Price, K. (1995) Differential Evolution—A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces. International Computer Science Institute.