E-Commerce Letters 电子商务评论, 2024, 13(4), 5124-5132
Published Online November 2024 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ecl
https://doi.org/10.12677/ecl.2024.1341743

Hans汉斯

线性规划在电子商务物流中的应用研究

田仁浪，彭定涛*

贵州大学数学与统计学院，贵州 贵阳

收稿日期：2024年8月27日；录用日期：2024年11月20日；发布日期：2024年11月27日

摘 要

本文探讨了线性规划在电子商务物流中的应用，特别是通过解决运输问题来优化物流配送。通过建立线性规划模型，并利用路径追踪算法进行求解，我们能够在满足供应和需求约束的前提下，找到最优的运输方案，以最小化总运输成本。本文还通过一个实际案例展示了该方法的应用，并分析了其在电子商务环境下的有效性和优势。

关键词

线性规划，电子商务，物流配送，运输问题

Research on the Application of Linear Programming in E-Commerce Logistics

Renlang Tian, Dingtao Peng*

School of Mathematics and Statistics, Guizhou University, Guiyang Guizhou

Received: Aug. 27th, 2024; accepted: Nov. 20th, 2024; published: Nov. 27th, 2024

Abstract

This study explores the application of linear programming in e-commerce logistics, particularly focusing on optimizing logistics distribution through solving the transportation problem. By constructing a linear programming model and applying the path tracking algorithm, we can find the optimal transportation plan that minimizes total transportation costs while satisfying supply and demand constraints. This paper demonstrates the application of this method through a real-world case and analyzes its effectiveness and advantages in the e-commerce environment.

*通讯作者。

文章引用: 田仁浪, 彭定涛. 线性规划在电子商务物流中的应用研究[J]. 电子商务评论, 2024, 13(4): 5124-5132.
DOI: 10.12677/ecl.2024.1341743

Keywords

Linear Programming, E-Commerce, Logistics Distribution, Transportation Problem

1. 引言

随着全球电子商务的快速发展，物流配送已成为电商企业竞争力的核心要素之一。作为连接线上交易和线下实体服务的重要环节，物流配送的效率和成本直接影响到用户体验和企业的盈利能力。在这一背景下，如何优化物流配送方案，以最低的成本和最快的速度将商品送达消费者手中，成为电商企业亟待解决的问题。线性规划作为一种数学优化工具，因其在资源配置和成本控制中的有效性，逐渐在电子商务领域的物流配送优化中得到了广泛应用。

线性规划是一种用于确定最佳资源配置的方法，通过构建目标函数和约束条件，帮助企业在满足需求的前提下实现成本最小化或利润最大化。在线性规划的众多应用中，运输问题(Transportation Problem)是一类典型的应用场景。运输问题的核心在于优化货物从多个供给点(如仓库或配送中心)到多个需求点(如客户或商店)的运输方案，目标是以最小的运输成本满足所有需求点的需求。

在电子商务环境下，运输问题的复杂性因多种因素的引入而大幅增加。这些因素包括客户需求的不确定性、运输方式的多样性、地理位置的分布差异，以及仓储和配送中心的容量限制等。因此，传统的运输问题模型需要进行扩展和调整，以适应现代电子商务物流的需求。通过线性规划模型，电商企业可以有效地优化其物流网络，实现物流配送的成本最小化，并提高整体运营效率。

文献[1]通过分析 X 市农村与城市物流运输的发展现状，探讨了电子商务环境下两者在产业化发展中的关键环节，并提出了合理建议，旨在推动农村与城市物流产业的协调发展，从而提升农产品网上销售的收入和生活便利性。文献[2]通过分析四川省农产品电子商务发展的现状及特点，探讨了电子商务基础设施建设、农产品品牌塑造、物流运输及电商人才培养等关键问题，并提出了针对性建议。文献[3]指出跨境电子商务近年来在“一带一路”和海上丝绸之路的推动下迅速发展，极大促进了国内物流市场的扩张，但仍面临物流基础设施不完善、缺乏专业化第三方物流服务等问题，导致物流成本高、效率低下。

文献[4]结合“互联网+”电子商务环境，分析了陕西苹果产业的发展现状及其传统经销模式的转型，针对陕西苹果运输问题，提出通过成立供货联盟、减少中间商等方式优化运输，以推动产业发展和经销模式的升级。文献[5]针对电子商务物流配送问题，从供应链角度出发，利用文献分析、举例说明的方法提出了相关建议和对策。文献[6]本文针对电子商务物流的低碳发展，分析了碳排放现状与问题，并提出了包括绿色包装回收、绿色运输工具应用、客货邮一体化配送等在内的改进建议，以助力实现“双碳”目标。文献[7]构建了一个以最小物流成本为目标的混合整数规划模型，并通过改进的遗传算法求解最优运输路径问题，最终通过仿真验证了模型的有效性。文献[8]通过分析物流管理现状，探讨了其创新的重要性，并提出了如完善法律法规、强化人才培养、加强基础设施建设和应用现代信息技术等改革策略，以促进物流行业的持续健康发展。文献[9]简要介绍了跨境电子商务物流运输，并分析了其影响因素，最后提出了相应的对策以促进跨境电子商务与物流的协同发展。通过文献分析可以看出，无论是农村与城市物流的协调发展、农产品电子商务的基础设施建设，还是跨境电商物流的优化，合理的运输路径规划

和物流成本控制都是提高物流效率、降低运营成本的核心手段。综上所述，线性规划中的运输问题在电子商务物流领域中发挥了至关重要的作用。

本研究以运输问题为例，探讨线性规划在电子商务物流中的应用。首先，我们将介绍运输问题的基本概念和数学模型，然后展示如何通过线性规划方法求解电子商务中的运输问题。接着，结合实际案例，分析线性规划在物流配送优化中的效果和优势。最后，本文还将讨论线性规划应用中的挑战和未来发展方向，为电商企业在复杂的市场环境中做出更优的物流决策提供参考。

2. 基础知识

2.1. 线性规划的基本形式

线性规划的一般形式如下：

$$\begin{aligned} \min_{x\in R^n}\ & c^\top x \\ \text{s.t.}\ \ & Ax = b \\ & Gx \le e \end{aligned}$$

其中 $c \in R^n$， $e \in R^p$， $b \in R^m$， $A \in R^{m\times n}$，和 $G \in R^{p\times n}$ 是给定的向量和矩阵， $x \in R^n$ 是决策变量，记号 s.t. 是“subject to”的缩写，专门表示约束条件。在实际的生产生活中，我们通常考虑两种特殊的形式：标准型(等式约束和决策变量都非负)

$$\begin{aligned} \min_{x\in R^n}\ & c^\top x \\ \text{s.t.}\ \ & Ax = b \\ & x \ge 0 \end{aligned}$$

以及不等式形(没有等式约束)

$$\begin{aligned} \min_{x\in R^n}\ & c^\top x \\ \text{s.t.}\ \ & Ax \le b \end{aligned}$$

2.2. 运输问题的基本形式

假设有 I 个仓库 $P_1, P_2, \cdots, P_I$ 提供某种商品。有 J 个市场 $M_1, M_2, \cdots, M_J$ 需要这种商品。若仓库 P_i 有 s_i 单位的这种商品($i = 1,2,\cdots,I$)市场 M_j 需要 r_j 单位的这种商品，且总供应量和总需求量相等，即 $\sum_{i=1}^{I} s_i = \sum_{j=1}^{J} r_j$ 。令 c_{ij} 为从仓库 P_i 到市场 M_j 的成本。运输问题的主要目标是在满足市场需求下使得运输的成本最低。

令 x_{ij} 为从仓库 P_i 到市场 M_j 的商品数量，总的运输代价为

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} c_{ij} x_{ij}$$

仓库 P_i 的总输出量为 $\sum_{j=1}^{J} x_{ij}$ ，因为仓库 P_i 存有的商品总量为 s_i ，所以

$$\sum_{j=1}^{J} x_{ij} = s_i,\ i = 1,2,\cdots,I$$

市场 M_j 的输入总量为 $\sum_{j=1}^{I} x_{ij}$ ，因为市场 M_j 的需求量为 r_j ，所以

$$\sum_{i=1}^{I} x_{ij} = r_j,\ j = 1,2,\cdots,J$$

因为运输量不可能是负的，所以

$$x_{ij} \geq 0,\ i = 1,2,\cdots,I;\ j = 1,2,\cdots,J$$

因此，针对决策变量的 $I \times J$ 的矩阵(x_{ij})，我们可以得到下面的线性规划问题：

$$\begin{aligned}
\min_{x}\ & \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} c_{ij} x_{ij} \\
\text{s.t.}\ & \sum_{j=1}^{J} x_{ij} = s_i,\ i = 1,2,\cdots,I \\
& \sum_{i=1}^{I} x_{ij} = r_j,\ j = 1,2,\cdots,J \\
& x_{ij} \geq 0,\ i = 1,2,\cdots,I;\ j = 1,2,\cdots,J
\end{aligned}$$

为了便于表达，我们记：

$$\begin{aligned}
x &= \left(x_{11}, x_{12}, \cdots, x_{1J}, x_{21}, x_{22}, \cdots, x_{2J}, \cdots, x_{I1}, x_{I2}, \cdots, x_{IJ}\right)^{\top} \\
c &= \left(c_{11}, c_{12}, \cdots, c_{1J}, c_{21}, c_{22}, \cdots, c_{2J}, \cdots, c_{I1}, c_{I2}, \cdots, c_{IJ}\right) \\
b &= \left(s_1, s_2, \cdots, s_I, r_1, r_2, \cdots, r_J\right)^{\top}
\end{aligned}$$

并令

$$A = \begin{pmatrix}
1 & \cdots & 1 & & & & & & & \\
& & & 1 & \cdots & 1 & & & & \\
& & & & & & \cdots & & & \\
& & & & & & & & & \\
& & & & & & & 1 & \cdots & 1 \\
1 & & & 1 & & & & 1 & & \\
& \ddots & & & \ddots & & \cdots & & \ddots & \\
& & 1 & & & 1 & & & & 1
\end{pmatrix}$$

则我们可以将上述运输问题表示为线性规划的标准型。

2.3. 内点法

转化为标准型后的运输问题所对应的对偶问题为：

$$\begin{aligned}
\max_{y \in R^n}\ & b^{\top} y \\
\text{s.t.}\ & A^{\top} y \leq c
\end{aligned}$$

对偶问题添加一个松弛变量 z 后变为：

$$\begin{aligned}
\max_{y \in R^n}\ & b^{\top} y \\
\text{s.t.}\ & A^{\top} y + z = c \\
& z \geq 0
\end{aligned}$$

满足的 Karush-Kuhn-Tucker (KKT)最优性条件为：

$$\begin{aligned}
Ax &= b \\
A^{\top} y + z &= c \\
x_t z_t = 0,&\quad t = 1,2,\cdots \\
x \geq 0,&\ z \geq 0
\end{aligned}$$

在处理实际问题时，条件 $x_t z_t = 0$ 往往难以满足，因此我们希望 $x_t z_t \to 0$，$\forall t$。这个条件就可以作为内点法的终止条件。记 $T = I \times J$，实际上我们对内点 $x > 0$，$z > 0$ 定义互补条件的违反度的度量(也称对偶间隙)为：

$$\mu = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} x_t z_t = \frac{x^\top z}{T}$$

当 $\mu \to 0$，(x, z) 将越来越靠近可行域的边界。总上所述，我们的目标是要根据当前给定的可行点 (x, y, z)，寻找下一个可行点：

$$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} = (x, y, z) + (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$$

使得如下条件成立：

$$\begin{cases} A^\top \bar{y} + \bar{z} = c, & \bar{z} > 0 \\ A\bar{x} = b, & \bar{x} > 0 \\ \bar{x}_t \bar{z}_t = \sigma\mu, & t = 1, 2, \cdots, T \end{cases}$$

其中 $0 < \sigma < 1$ 是给定的常数，这个条件也被称为扰动 KKT 条件，最后一个条件可以进一步使用分量乘积简化为 $\bar{x} \odot \bar{z} = \sigma\mu\mathbf{1}$，$\odot$ 表示哈达玛积(Hadamard product)，$\mathbf{1}$ 表示分量全为 1 的向量。可以用如下方式来理解这最后一个条件：假设 μ 是当前点 (x, y, z) 处的对偶间隙，我们希望下一次迭代的时候这个度量将会缩小一个比例 σ。

我们通过下面的方法近似求解扰动 KKT 条件：首先展开方程组可以得到

$$\begin{cases} A(x + \Delta x) = b \\ A^\top (y + \Delta y) + (z + \Delta z) = c, \\ (z + \Delta z) \odot (x + \Delta x) = \sigma\mu\mathbf{1} \end{cases}$$

去除高阶非线性项 $\Delta x \odot \Delta z$ 后得到的线性方程组为：

$$\begin{cases} A\Delta x = v_p \overset{\text{def}}{=} b - Ax \\ A^\top \Delta y + \Delta z = v_d \overset{\text{def}}{=} c - z - A^\top y \\ x \odot \Delta z + z \odot \Delta x = v_c \overset{\text{def}}{=} \sigma\mu\mathbf{1} - x \odot z \end{cases}$$

其中 $v = (v_p, v_d, v_c)^\top$ 刻画了 KKT 条件的残量。记 $L_x = Diag(x)$，$L_z = Diag(z)$，我们将方程组转化为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A^\mathrm{T} & I \\ L_z & 0 & L_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_p \\ v_d \\ v_c \end{bmatrix}$$

利用矩阵分块消元可直接求解该方程组，得到

$$\begin{cases} \Delta y = \left(A L_z^{-1} L_x A^\top\right)^{-1} \left(v_p + A L_z^{-1} (L_x v_d - v_c)\right), \\ \Delta z = v_d - A^\top \Delta y, \\ \Delta x = -L_z^{-1} (L_x \Delta z - v_c), \end{cases}$$

其中 $A L_z^{-1} L_x A^\top$ 是对称矩阵。

通常来讲，即使初始点 (x, y, z) 是可行的，求解线性方程组所产生的更新 $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 也不一定是可行解。

为此我们考虑采用线搜索中的回溯法来确定一个合适的更新

$$\left(x^{k+1}, y^{k+1}, z^{k+1}\right)=\left(x^{k}, y^{k}, z^{k}\right)+\alpha_{k}\left(\Delta x^{k}, \Delta y^{k}, \Delta z^{k}\right)$$

其中 $\alpha_k=\alpha_0\rho^{k_0}$，并选取最小的整数 k_0 使得 $x^{k+1}>0$，$z^{k+1}>0$，这里 $0<\rho<1$，α_0 是给定的常数。这表明步长 α_k 的选取是内点法的一个关键因素，下面我们介绍一个更好的步长选择方法。

定义 1. (中心路径)给定参数 $\tau>0$，点 $\left(x_\tau, y_\tau, z_\tau\right)$ 满足如下方程：

$$\begin{cases}Ax=b\\ A^{\top}y+z=c\\ x_k s_k=\tau, \quad k=1,2,\cdots,N\\ x>0, z>0\end{cases}$$

则称参数曲线

$$C=\left\{\left(x_\tau, y_\tau, z_\tau\right) \mid \tau>0\right\}$$

为中心路径，称该方程为中心路径方程。

考虑线性规划问题的严格可行域

$$\mathcal{F}^{\circ}=\left\{(x, y, z) \mid Ax=b, A^{\top}y+z=c, x>0, z>0\right\}$$

据此我们定义中心路径邻域为

$$\mathcal{N}_{-\infty}(\gamma)=\left\{(x, y, z) \in \mathcal{F}^{\circ} \mid x_k z_k \geq \gamma\mu, \forall k\right\}$$

当某点位于该领域中时，$x\otimes z$ 的每个分量不大于 $\gamma\mu$，其中 γ 通常取一个较小的正数，且不大于 σ。当 γ 区域 0 时，领域 $\mathcal{N}_{-\infty}(\gamma)$ 将会与可行域越来越近。有了中了路径领域的概念，下面我们给出路径追踪算法，如表 1 所示。

接下来给出该算法的一些性质。

引理 1. 设 $(x, y, z) \in \mathcal{N}_{-\infty}(\gamma)$，记

$$(x(\alpha), y(\alpha), z(\alpha))=(x, y, z)$$

则对任意的 $\alpha \in\left[0, 2^{3/2}\gamma\frac{1-\gamma}{1+\gamma}\frac{\sigma}{T}\right]$，有

$$(x(\alpha), y(\alpha), z(\alpha)) \in \mathcal{N}_{-\infty}(\gamma)$$

引理 1 说明了在路径追踪算法中我们至少可以选取

$$\alpha_k=2^{3/2}\cdot\frac{\sigma}{T}\cdot\frac{\gamma(1-\gamma)}{1+\gamma}$$

定理 1. (算法收敛性)给定参数 $0<\gamma<\sigma<1$，设 $\mu_k=\frac{\left(x^k\right)^{\top}z^k}{T}$ 为算法产生的对偶间隙，且初值 $\left(x^0, y^0, z^0\right) \in \mathcal{N}_{-\infty}(\gamma)$，则存在与维数 T 无关的常数 q，使得对任意的 k 有

$$\mu_{k+1} \leq\left(1-\frac{q}{T}\right)\mu_k$$

更进一步地，对任意给定的精度 $\varepsilon \in(0,1)$，存在迭代步数 $K=\mathcal{O}\left(T\ln\frac{1}{\varepsilon}\right)$ 使得

$$\mu_k \le \varepsilon \mu_0, \quad \forall k \ge K$$

这说明了内点法可以在多项式时间内产生给定精度的解。

Table 1. Algorithm framework table
表 1. **算法框架表**

算法	路径追踪算法
	1. 选取初始点 $\left(x^0, y^0, z^0\right)$，参数 $0<\gamma<\sigma<1$， $t \leftarrow 0$
	2. **while** 未到达停机准则 **do**
	3. 求解矩阵方程得到更新 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$。
	4. 选取最大的 $\alpha \in (0,1]$ 使得下一步的迭代点落在 $\mathcal{N}_{-\infty}(\gamma)$ 内，记为 α_k。
	5. 更新 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} = (x, y, z) + \alpha_k (\Delta x, \Delta y, \Delta z)$。
	6. $k \leftarrow k+1$。
	7. **end while**

3. 实例分析

在某大型电子商务平台上，有三个主要的配送仓库，分别位于城市 P1、城市 P2 和城市 P3。该平台需要将产品从这些仓库运送到五个主要的需求地，分别位于城市 M1、城市 M2、城市 M3 和城市 M4。各仓库的库存、各需求地的需求量(假定单位为吨)以及各仓库到各需求点的单价运费(元/吨)如表 2 所示。要求给出合理的运送方案。

Table 2. Unit tariff table
表 2. **单位运价表**

需求地 / 仓库	M1	M2	M3	M4	库存
P1	8	6	10	9	18
P2	9	12	13	7	18
P3	14	12	16	5	19
需求量	16	15	7	17	55

我们知道平台的目标是以最低的运输成本，将产品从仓库运往需求地，以满足客户需求。因此我们可以建立相应的线性模型，目标是找到每个仓库到每个需求地的最优运输量 x_{ij} 使得总运输成本最小。

即求解如下模型：

目标函数：

$$\min_x \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} c_{ij} \times x_{ij}$$

约束条件：

$$\sum_{j=1}^{4} x_{1j} \le 18 \quad (\text{P1 的供应量})$$

$$\sum_{j=1}^{4} x_{2j} \le 18 \quad (\text{P2 的供应量})$$

$$\sum_{j=1}^{4} x_{3j} \le 19 \quad (\text{P3 的供应量})$$

$$\sum_{i=1}^{3} x_{i1} = 16 \quad (\text{M1 的需求量})$$

$$\sum_{i=1}^{3} x_{i2} = 15 \quad (\text{M2 的需求量})$$

$$\sum_{i=1}^{3} x_{i3} = 7 \quad (\text{M3 的需求量})$$

$$\sum_{i=1}^{3} x_{i4} = 17 \quad (\text{M4 的需求量})$$

$$x_{ij} \ge 0 \quad (\text{非负约束})$$

在 Matlab 软件中根据所提出路径追踪算法求解该问题我们可以直接得出结果，如表 3 所示。

Table 3. Distribution allocation table
表 3. 配送分配表

需求地 / 仓库	M1	M2	M3	M4
P1	0	15	3	0
P2	16	0	2	0
P3	0	0	2	17

即 M1 的需求 16 吨全由 P2 配送，M2 的需求 15 吨全由 P1 配送，M3 的需求 7 吨由 P1 配送 3 吨、P2 配送 2 吨、P3 配送 2 吨，M4 的需求 17 吨全由 P3 配送，最优成本为：

$$16\times9+15\times6+3\times10+2\times13+2\times16+17\times5=407(\text{元})$$

4. 总结与展望

本文研究了线性规划在电子商务中的应用，以运输问题为例，阐述了如何通过数学模型和路径追踪算法来优化物流配送。通过对实际案例的分析，验证了该方法在复杂物流网络中的有效性。结果表明，线性规划不仅能够帮助电商企业降低物流成本，还能提高整体运营效率。

然而，随着电子商务的不断发展，物流配送面临的挑战也在增加。例如，客户需求的多样性、突发性订单的处理、以及绿色物流的要求等，都会对传统的线性规划模型提出更高的要求。因此，未来的研究可以考虑将机器学习和大数据技术与线性规划相结合，以应对这些新的挑战，并进一步提高物流系统的智能化水平。

通过不断优化算法和模型，未来的电子商务物流配送系统将能够更加高效、灵活地应对市场的变化，为企业带来更大的竞争优势。

致　谢

感谢编辑和审稿人对本文的指导与建议。

基金项目

国家自然科学基金(12261020)；贵州省科技计划(黔科合基础ZK[2021]一般009)；贵州省高层次留学人才创新创业择优资助重点项目([2018] 03)。

参考文献

[1] 陈秋彤. 电子商务模式下X市农村与城市物流运输问题研究[J]. 财讯, 2024(4): 47-50.

[2] 胡霞. 四川省农产品电子商务存在的问题及对策研究[J]. 农业经济, 2020(7): 141-142.

[3] 孙承芳. 我国跨境电子商务物流现状分析[J]. 中国市场, 2021(30): 128-129.

[4] 马天苏, 王嵬. 电子商务环境下陕西苹果的运输问题研究[J]. 中国商论, 2016(36): 15-16.

[5] 徐雪娇. 电子商务物流配送中的问题及对策研究[J]. 物流工程与管理, 2015, 37(7): 151-152.

[6] 孙祎卓. “双碳”目标下电子商务物流发展研究[J]. 商展经济, 2024(12): 117-120.

[7] 邓学平, 周昔敏, 田帅辉. B2C电子商务物流中心选址-路径综合优化研究[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2016, 28(4): 593-600.

[8] 叶娟娟. 电子商务环境下的物流管理创新研究[J]. 纳税, 2019(30): 218-218.

[9] 张轶鹏. 跨境电子商务物流运输影响因素及对策[J]. 商场现代化, 2019(22): 41-42.