

基于BSM模型的碳期权设计及定价研究

何晨琛

贵州大学经济学院, 贵州 贵阳

收稿日期: 2024年7月8日; 录用日期: 2024年10月15日; 发布日期: 2024年10月22日

摘要

碳交易市场是实现“双碳”目标的重要途径,丰富的碳金融衍生品有助于增加碳市场活性,可以更好地发挥发现价格和风险管理功能。本文借鉴欧洲碳排放权交易体系中的碳期货期权产品,设计了我国的以碳排放配额为标的碳期权合约,并选择BSM模型作为碳期权的基础定价模型,描述碳价波动率与碳价之间的变化过程。研究发现,全国碳交易市场是非有效市场,具有反持久性特点,全国碳排放配额收益率具有明显的条件异方差特征,且波动具有显著的持续性。基于此,应加快完善碳市场建设,积极开展碳金融创新实践,加强碳交易市场国际合作。

关键词

碳期权设计, 条件异方差, BSM模型

Research on Design and Pricing of Carbon Options Based on BSM Model

Chenchen He

School of Economics, Guizhou University, Guiyang Guizhou

Received: Jul. 8th, 2024; accepted: Oct. 15th, 2024; published: Oct. 22nd, 2024

Abstract

The carbon trading market is an important way to achieve the goal of “double carbon”. Rich carbon financial derivatives can help to increase the activity of the carbon market and better play the role of price discovery and risk management. Based on the carbon futures option products in the European carbon emission trading system, this paper designs a carbon option contract with carbon emission quota as the target in China, and chooses BSM model as the basic pricing model of carbon options to describe the changing process between carbon price volatility and carbon price. It is found that the national carbon trading market is inefficient and anti-persistent, and the national

carbon emission quota yield has obvious conditional heteroscedasticity characteristics, and the fluctuation has obvious persistence. Based on this, we should speed up the improvement of carbon market construction, actively carry out carbon financial innovation practice, and strengthen international cooperation in carbon trading market.

Keywords

Carbon Option Design, Conditional Heteroscedasticity, BSM Model

Copyright © 2024 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

在党的二十大中明确提出“积极稳妥推进碳达峰碳中和”的战略部署下，中国碳市场正迎来蓬勃的发展。随着双碳目标的确定，碳金融作为推动降碳减排的关键环节，成为引领碳市场向更高水平发展的核心动力之一。全国碳市场于2021年7月正式启动，覆盖约45亿吨二氧化碳排放，成为全球规模最大的碳市场，对实现“双碳”目标和促进经济转型具有重要意义。然而，相对于发达国家碳市场的成熟，我国碳市场起步较晚，金融化水平较低，存在产品创新不足、标准化水平不高、碳交易以现货为主、金融衍生品匮乏等问题，这些问题限制了碳价在市场中发挥引导作用的效果。

在这一背景下，研发和设计碳金融产品显得尤为紧迫和关键。碳期权作为碳市场的重要组成部分，以碳交易产品为标的资产，具备一般期权的功能特征，对提高碳市场流动性、规避风险具有重要作用。本研究以国内碳排放配额为标的资产，借鉴国际碳期权合约条款，旨在设计符合我国实际情况的碳期权产品，并进行相应的估值定价，形成一套相对完整的产品设计框架。这不仅为市场提供了具体可行的碳金融衍生品解决方案，同时也为碳市场后续推出更多金融工具提供了有益的专业参考。基于此，本文以国内碳排放配额作为标的，借鉴国际碳期权合约条款，设计本土碳期权产品并进行估值定价，形成一套相对完整的产品设计框架，为市场后续推出碳金融衍生品提供参考。

2. 文献综述

碳金融领域在全球环境问题备受瞩目以及我国提出“双碳”目标的背景下得到广泛研究。学者们对碳期权的设计和估值进行了深入探讨，以提高现货市场的风险管理灵活性和流动性[1]。这些碳期权被认为是有效控制碳排放价格波动风险的工具[2]，因此，对碳期权的设计成为迫切需要。尽管我国碳市场仍在建设阶段，国内相关研究相对较少，现有研究多数参考国际碳期权合约。

按照国际经验，碳期权主要以碳期货为标的，即期货期权。王春霞[3]以欧洲气候交易所碳期货为标的，通过构建牛市价差期权完成气候债券的设计，并对其进行了定价。陈欣[4]首先设计以中国碳排放配额(CEA)为标的的碳期货，然后完成以该期货为标的的碳期权设计，但未给出具体定价。由于国内市场尚未推出碳期货合约，一些学者选择以其他碳资产为标的的设计期权。赵静等[5]选择了与碳排放配额成交价相关性强的中碳指数作为标的；而杨倩倩[6]、李竹薇等[7]则以交易活跃的广东碳排放配额(GDEA)为标的的设计碳期权，并采用传统的B-S公式进行估值定价。对于碳期权的其他合约要素，基本上以国际碳期权条款为基础，并结合国内相关交易市场规则进行了调整。

在碳期权估值的研究中，主要围绕B-S公式展开讨论。然而，传统的B-S公式是基于资产收益率服

从正态分布、波动率固定不变等假设，与碳市场的实际情况存在显著不符。冯建芬[8]以 BlueNext 交易所的 CER 现货和 CER 期货为研究对象，通过 R/S 法计算 Hurst 指数得出碳市场存在非有效性且具有长期记忆的结论。崔瑛麟[9]则利用 MF-DFA 法和多重分形谱分析法验证了湖北、广东、深圳三个试点市场存在多重分形特征。鉴于市场的分形特征，相关研究提出了考虑 $t \in [0, T]$ 的分形 B-S 公式。对于 B-S 公式中标的资产收益率波动率的估计，张晨等[10]发现：欧洲碳排放配额期货价格具有条件异方差性，GARCH (1, 1)模型能够较好地描述收益率的波动。一般而言，GARCH 模型可以有效降低参数估计的量级，对于具有条件异方差的情况具有良好的拟合效果。

综上所述，现有研究或以国际碳期货为标的设计碳期权，或以国内碳交易产品作为标的设计碳期权并应用传统的 B-S 公式完成定价。在探讨本土化碳期权设计及其在分形市场下产品的估值方面，尚未有深入研究。因此，本文选择市场活跃度较高的湖北碳排放配额(HBEA)作为标的资产设计碳期权，并对湖北碳排放配额的市场特征进行研究，以选择对应的 B-S 公式完成期权估值，为国内市场日后推出碳期货、期权等金融衍生品提供参考。

3. 理论模型

3.1. ARMA (p, q)模型

ARMA (p, q)模型也叫作自回归移动平均模型，由自回归模型 AR 和滑动平均模型 MA 组合构成。其表示被解释变量受到自身滞后期与随机误差项滞后期的影响，表达形式如下：

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} \quad (1)$$

其中， p 、 q 分别表示 AR、MA 模型的滞后阶数且都为非负整数； ε_t 满足白噪声序列，即 $E(\varepsilon_t) = 0$ ， $\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$ ， $\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ ， $s \neq t$ 。

3.2. GARCH (p, q)模型

方差具有条件性和时变性，时间序列误差不一定会满足同方差假设。基于此恩格尔发展了自回归条件异方差类模型，即 ARCH 模型，用以描述具有时变条件方差的序列。布雷斯莱夫在恩格尔的基础上将 ARCH 类模型推广为 GARCH 模型。GARCH 模型能够捕捉波动集群性，过去方差及其预测值可以用于预测未来方差，因此 GARCH 模型可以对未来的波动性进行预测。标准 GARCH 模型的表达式为： $y_t = \mu + \varepsilon_t$ 。其中， y_t 为时间序列数据。

$$\mu_t = \varepsilon_t \sigma_t^2 = \varepsilon_t \sqrt{h_t}, \varepsilon_t \sim N(0, 1) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} h_t &= \delta + (\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots) + (\beta_1 h_{t-1} + \beta_2 h_{t-2} + \dots) \\ &= \delta + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \end{aligned} \quad (3)$$

其中， $\delta = \alpha_0(1 - B_1)$ ， $h_t = \sigma_t^2$ ，对平稳时间序列有 $\alpha_1 + \beta_1 < 1$ ， $\alpha_i, \beta_j > 0$ 。

3.3. BSM 模型

1973 年，Fisher Black 和 Myron Scholes 提出了具有里程碑意义的 Black-Scholes (布莱克 - 舒尔茨)期权定价模型，为新兴衍生金融市场中股票、债券、货币和商品等各类以市价价格变动的衍生金融工具的合理定价奠定了基础。这一模型的创立对市场参与者如何合理定价期权以及进行期权风险对冲产生了深远影响。同时，Merton 也发现了相同的公式及其他关于期权的有用结论。Merton 扩展了原 Black-Scholes 模型，排除了期权有效期内标的资产不支付红利的假设，提出了支付连续复利红利的资产的欧式期权定

价模型 Black-Scholes-Merton (布莱克 - 舒尔茨 - 默顿)。作为金融工程学发展史上的重要里程碑之一,BSM 期权定价模型以其计算简单、输入变量有限、数据易于获取的优点,为期权定价提供了精确可重复的计算方法。这一模型解决了欧式期权的定价问题,广泛应用于金融市场的风险管理和套期保值。

尽管 BSM 模型存在一些限制,且后续发展的多个模型在不同方面对其进行了修正,但由于 BSM 模型的诸多优点,它仍然是当前最广泛使用的期权定价模型。因此,本文选择 BSM 模型作为比较基准。以下提供经典的 BSM 期权定价公式:

$$C(X, t) = S_t N(d_1) - Xe^{-r(T-t)} N(d_2) \quad (4)$$

$$P(X, t) = Xe^{-r(T-t)} N(-d_2) - S_t N(-d_1) \quad (5)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{X}\right) + (r + 1/2\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (6)$$

在上述 BSM 模型中,标准正态分布的累积分布函数表示为 $N(\cdot)$ 。通过对 BSM 模型的研究,我们可以得知在时刻 t ,欧式看涨期权的价值 $C(X, t)$ 和欧式看跌期权的价值 $P(X, t)$ 是关于标的资产市场价格 S_t 、收益率的波动率 σ 、执行价格 X 、无风险利率 r 以及剩余期限 $T-t$ 这五个变量的函数,强调了 BSM 模型中期权价格不依赖于个体主观偏好的重要性。在研究期权价格时,由于收益率的波动率 σ 往往无法直接观测,研究者通常采用标的资产的历史数据计算历史波动率或已实现波动率,并将其代入 BSM 模型。国内外学者通过对标的资产历史信息的多维度建模,以更精确地描述波动率的特征。

4. 波动率估计

4.1. 描述性统计

Table 1. Basic statistical characteristics of national carbon emission rate of return
表 1. 全国碳排放收益率基本统计特征

样本数	均值	标准差	最小值	最大值	偏度	峰度
244	0.113	1.879	-9.790	9.660	-0.019	7.930

由获取到的样本数可以看出,全国碳配额市场虽然开始时间较晚,样本数也相对较少,但其活跃度较其成立时日来讲,也算是十分活跃的。由表 1 看出,重庆的碳价对数收益率序列标准差最大,表明该序列的价格波动最大,风险最高。全国碳市场偏度小于零,说明全国碳市场碳价的收益率序列有长的右拖尾。全国碳市场碳价收益率的峰度大于 3,说明其收益率序列均具有“尖峰厚尾”的特征[11]。

如图 1 所示,全国碳排放日收益率在 0 上下波动,波动幅度较为明显,具有波动聚集的特征,所以可以进行 GARCH 建模分析,收益率大致满足随机游走过程。

4.2. 正态性检验

通过表 Jarque-Bera 检验的结果可以看出,全国碳市场的收益率序列 JB 值对应的 P 值均小于 0,拒绝正态分布的原假设,说明对数收益率序列不具备正态分布的特征。

4.3. 平稳性

观察全国碳市场收益率序列图发现序列表现出随机游走过程,因此在 ADF 检验时选择既不含趋势项也不含截距项。为了防止模型出现伪回归现象,现对上述所得收益率序列进行 ADF 检验。根据表 2 检验

结果,可得收益率序列在 ADF 检验模型下,以 1%的显著性水平拒绝了原假设——模型存在单位根(非平稳),则说明收益率序列是平稳的。

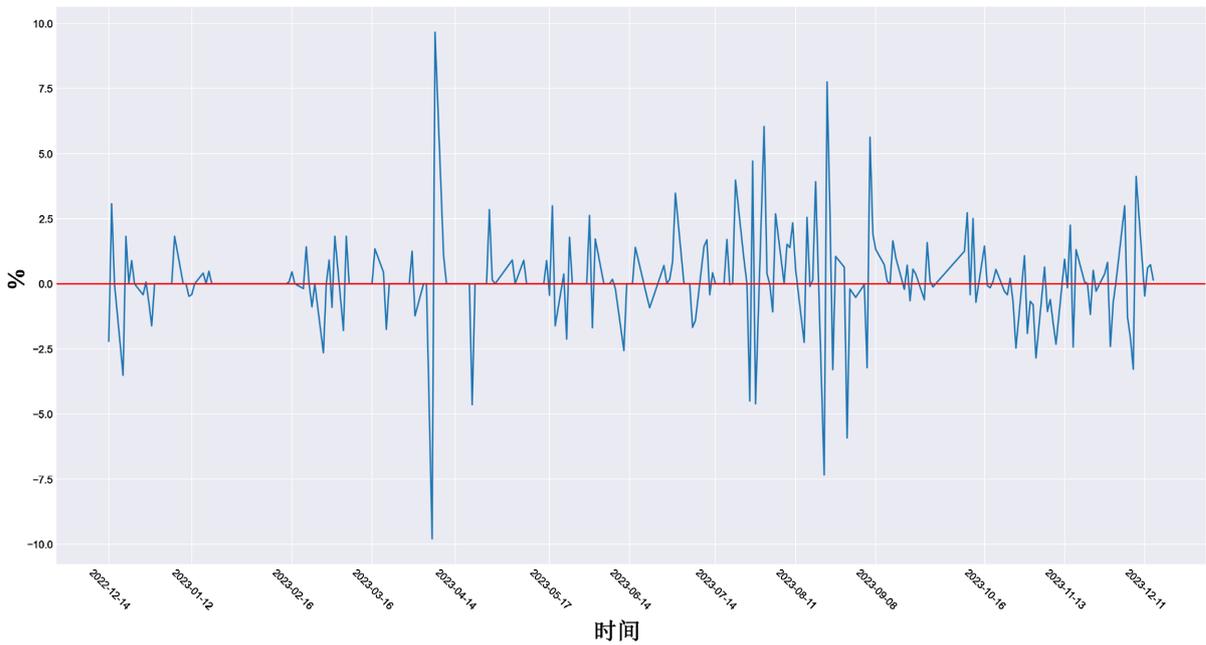


Figure 1. National carbon emission rate of return trend chart
图 1. 全国碳排放收益率趋势图

Table 2. Stationary test of national carbon emission yield
表 2. 全国碳排放收益率平稳性检验

t 统计量	1%临界值	5%临界值	10%临界值	P 值
-22.259	-3.457	-2.873	-2.573	0.000

4.4. 残差序列异方差性和相关性检验

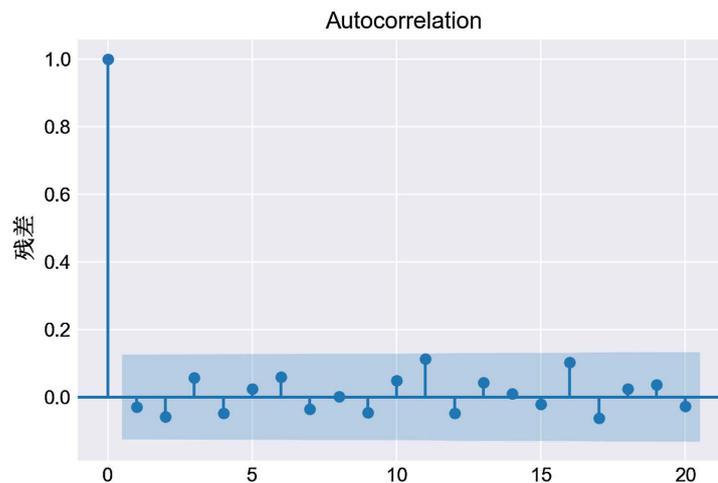


Figure 2. Correlation coefficient chart of national carbon emission yield
图 2. 全国碳排放收益率相关系数图

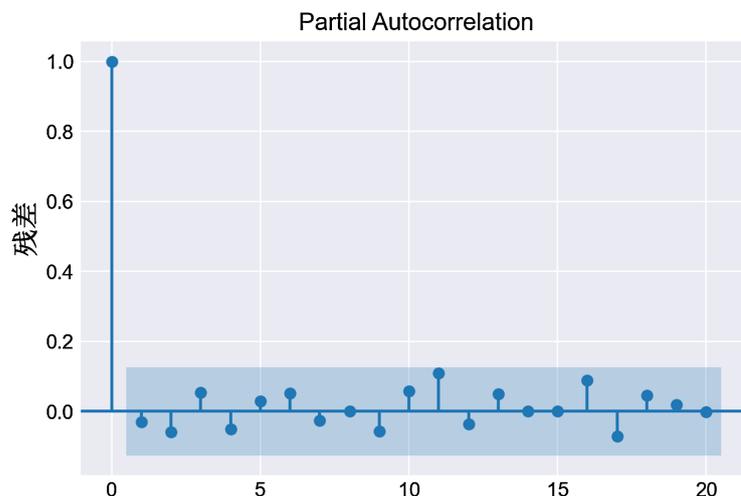


Figure 3. Partial correlation coefficient diagram of national carbon emission yield
图 3. 全国碳排放收益率偏相关系数图

在对收益率序列进行平稳性检验之后，需要进一步检验其序列相关性。通过对残差收益率的相关系数图和偏相关系数图发现(见图 2、图 3)，碳价格收益率残差序列存在自相关性，即当期收益率的大小受前期收益率大小的显著影响，可以使用自回归条件异方差模型对八家交易所的数据进行分析。

Table 3. Heterogeneity test of national carbon emission rate of return
表 3. 全国碳排放收益率异方差性检验

LM 统计量	伴随概率	F 统计量	伴随概率
23.940	0.000	13.114	0.000

金融时间序列数据易出现波动集群现象，这种现象会导致时间序列具有较高的异方差性。使用 GARCH 族模型的前提就是序列具有异方差性，所以在进行进一步建模前需要对序列异方差性进行检验，确定收益率序列具有异方差性。异方差 White 检验的原假设是序列的方差相同，检验 P 值均小于 0.05，说明不接受原假设即序列存在异方差性，由表 3 的结果表明全国碳市场收益率序列存在异方差性，碳价均有极端价格波动和极端风险[12] [13]。

4.5. ARMA 模型设定及检验结果

ARMA 模型适用于平稳时间序列，所以先对全国碳市场收益率进行 ADF 检验，检验结果显示样本具有平稳性。为找到合适的阶数，分别做了 ARMA (1, 1)、ARMA (2, 1)、ARMA (2, 2)三种模型回归，其中只有 ARMA (1, 1)、ARMA (2, 1)模型的回归系数通过了显著性检验。对比两个模型的 AIC 和 BIC 值，根据最小信息准则最终确定 $p = 1$ ， $q = 1$ 。

4.6. ARMA-GARCH 模型估计

在 ARMA (1, 1)模型的基础上建立 ARMA (1, 1)-GARCH (1, 1)模型并估计相关参数。表 4 显示：ARCH 项和 GARCH 项系数均通过了 1%的显著性水平，且系数之和小于 1，满足模型的参数要求，保证了样本方差的平稳性。同时，说明过去的波动对未来的波动有长期正向的影响，波动具有持续性。

Table 4. ARMA (1, 1)-GARCH (1, 1) regression results
表 4. ARMA (1, 1)-GARCH (1, 1)回归结果

变量	系数	t 值	P 值
C	-0.0813	28.647	0
AR (1)	-0.1784	0.1000	0.347
MA (1)	-0.1890	-3.44	0.001
ARCH (1)	0.2545	9.1	0
GARCH (1)	0.6671	0.8800	0
ao	2.1803	1.335	0

5. 碳排放配额期权产品合约设计

本文选取全国碳市场 2022 年 12 月 14 日至 2023 年 12 月 14 日一年间的碳排放配额(Chinese Emission Allowance, CEA)交易数据，设计以碳排放配额为标的资产的欧式看涨期权和看跌期权。

5.1. 碳期权合约标的物选择

本研究旨在设计适用于全国碳市场的碳期权合约，目前全国碳市场上的碳排放配额市场价格趋于稳定且具有较强的流动性，考虑到碳排放配额作为一种碳排放权，不涉及实物资产，性质长期内相对稳定。再加上碳排放配额具有统一计量单位，交易易于标准化。因此选择全国碳市场中的现货碳排放配额作为碳期权合约的标的物。

5.2. 碳期权合约要素设计

1、交易代码

期权合约在其合同代码中需要清晰地反映出该期权的关键信息，包括品种、到期月份、行权方式和执行价格。按照规定，文中碳期权合约的合同代码遵循以下格式：品种 + 月份 + 看涨/看跌期权 + 执行价格。具体而言，碳期权的交易代码被设定为：CEA + 月份 + C + 执行价格(对应看涨期权)；CEA + 月份 + P + 执行价格(对应看跌期权)。在这里，C 代表看涨期权，而 P 代表看跌期权。这一规范的期权代码形式有助于投资者迅速理解期权的关键特征，提高市场透明度和效率。

2、交易单位与报价单位

在设置交易单位时，除了考虑交易单位的规模外，还应力求与国际市场标准保持一致，以便在未来与国际碳金融市场对接时更加简便，提升我国在国际市场上碳定价的话语权。同时，也需要充分考虑当前碳市场交易者的实力。由于我国碳金融市场仍处于初级阶段，目前参与者主要是碳控排企业或专业投资机构。因此，碳期权产品的合约规模可以相对较大。随着碳市场逐步成熟，中小投资者的参与逐渐增多，可以考虑推出相应份额较小的合约。我国金融产品通常以“手”为交易单位，其中一手代表一定数量的标的物。因此，本文中碳期权的交易单位也设定为一手，其中一手对应 1000 吨二氧化碳排放配额，即“1000 吨二氧化碳/手”。报价单位则为“元/吨”。这一设定旨在兼顾国际接轨的需求，同时考虑了当前市场参与者的实际情况。

3、最小变动单位

最小变化单位指的是碳价变动的最小值，其设定直接影响碳期权合约的流动性和交易效率。在当前国际碳排放体系中，欧洲碳市场的碳期权合同最小变化单元为 0.005 欧元，美国区域温室气体行动所设定的最小变化单元为 0.01 美元。鉴于我国碳市场仍处于初级发展阶段，为了维护市场流动性和稳定性，

因此选择在两者之间设置一个相对较小的价格最小变动。为了方便取整,参考这两个数值中较小的 0.005 欧元,最终确定的最小变动单位为 0.03 元/吨,即一份碳期权的合约价格最小变动值为 30 元/吨。

4、风险控制要素设计

(1) 涨跌停板幅度

在资产交易中,涨跌停板幅度是指在一个交易日内资产价格可上涨或下跌的最大范围,其设立旨在限制市场波动的上下限,以避免市场在单个交易日内发生过度剧烈的波动。中国全国碳市场于 2021 年 7 月刚刚成立,发展时间不足两年,市场尚处于初级发展阶段,成熟度相对较低,因此有必要引入涨跌停板制度。

本文通过历史数据分析法确定涨跌幅度的数值。选取了 2022 年 12 月 14 日至 2023 年 12 月 14 日的 244 个交易日的收盘价数据,对碳排放配额一年内的价格进行了描述性统计分析,并计算每日碳排放配额价格的涨跌幅,见表 5。最后,对涨跌幅的区间进行统计分析,以确定一个合理的涨跌幅度数值。

通过对碳排放配额价格的每日波动率的绝对值进行数据分析,发现过去一年内的 244 个交易日中,碳价格的涨跌幅度均在 10% 以内。其中,波动幅度在 [0.5%] 的交易日占比达到 97.13%,涵盖了绝大多数交易日的价格波动情况,见表 6。鉴于此,结合对涨跌幅的覆盖范围和风险控制的考虑,参考我国证券市场中期权产品的设定,一般将涨跌停板幅度设置在 3%~5% 的区间。因此,本文将碳期权的涨跌停板幅度值设定为 5%。

Table 5. Descriptive statistics of daily price of carbon emission quota in China

表 5. 我国碳排放配额每日价格的描述性统计

样本数	244
平均值	63.001
中位数	57.955
峰度	-0.984
标准差	8.506
偏度	0.709
最小值	50.520
最大值	81.670

Table 6. Statistics of absolute value ratio of daily price volatility of carbon emission quotas in China

表 6. 我国碳排放配额每日价格波动率绝对值占比统计

绝对值	[0%, 1%]	[1%, 2%]	(2%, 3%]	(3%, 5%]	(5%, 10%]
占比	66.393%	16.393%	9.016%	5.328%	2.869%
累计占比	66.393%	82.787%	91.803%	97.131%	100%

(2) 保证金制度

借鉴国际上碳期权的保证金和我国证券市场上 ETF 期权保证金的比例设置,本文碳期权交易双方的开仓保证金设置为: (1) 认购期权: 开仓保证金 = {合约前结算价 + $\text{Max}\{(12\% \times \text{合约标的前收盘价} - \text{认购期权虚值}, 7\% \times \text{合约标的前收盘价})\}} \times \text{合约单位}$; (2) 认沽期权: 开仓保证金 = $\text{Min}\{\text{合约前结算价} + \text{Max}(12\% \times \text{合约标的前收盘价} - \text{认沽期权虚值}, 7\% \times \text{行权价格}), \text{行权价格}\} \times \text{合约单位}$; 其中 认购期权虚值 = $\text{max}(\text{行权价} - \text{合约标的收盘价}, 0)$, 认沽期权虚值 = $\text{max}(\text{合约标的收盘价} - \text{行权价}, 0)$ 。

0)。

4、交割要素设计

(1) 合约交割月份

在通常以现货为标的的期权合约中，月份的设定必须确保标的资产的供给是连续的，因此需要根据现货产品在生产、储存等方面的特点来进行月份的设计。然而，碳排放配额作为一种权利，不具备实物商品的内在属性，因此不受期限限制。企业持有的碳排放配额若有剩余，可以保留至下一年，用于抵扣下一年的碳排放量。考虑到未来与国际市场接轨的可能性，我们在交割月份上参考了国际碳期权合约的设定，将我国碳期权合约的交割月份设置为3、6、9、12月，以提供投资者在时间上的多种选择。

(2) 最后交易日和到期日

碳排放配额的交割是一种权利转让，与传统的实物期权不同，不存在实物交割的繁琐程序。因此，参考我国证券市场中股票期权的设定，我们将本文设计的碳期权合约的到期日、最后交易日、行权日均设定为到期月份的第四个星期三(遇到法定节假日则顺延)。

(3) 行权方式

按其行使权利时间方式不同，碳期权可分成美式期权与欧式期权两种类型。以我国现阶段的碳市场成熟度来看，虽然欧式期权在行权时间上缺乏灵活性，但考虑到以稳定市场和控制风险为主要内容，因此更适合我国的碳市场。本文设计的碳期权产品合约最终定为欧式期权。对我国本土碳排放配额期权产品的合约要素设计进行整理汇总，具体见表7。

Table 7. Carbon option contract design sample

表 7. 碳期权合约设计样本

合约要素	具体内容
标的物	碳排放配额(CEA)
合约类型	看涨期权、看跌期权
交易单位	1000 吨二氧化碳
报价单位	元(人民币)/吨
最小变动单位	0.03 元/吨
合约要素	具体内容
标的物	碳排放配额(CEA)
涨跌停板幅度	5%
合约月份	3、6、9、12月
交易时间	周一至周五上午 9:00~11:30，下午 13:30~15:00
最后交易日	到期月份的第四个星期三
到期日	同最后交易日
行权方式	欧式
交易代码	看涨期权：CEA + 月份 + C + 行权价格 看跌期权：CEA + 月份 + P + 行权价格

6. 基于国内碳排放额的碳期权定价

下文运用数值仿真方法对欧式看涨碳期权和看跌碳期权合约进行定价。需要确定市场价格 S 、行权价格 K ，有效期 T 、无风险波动率 r 以及波动率五个参数。首先设定碳期权起始日期为 2023 年 6 月 1 日，当天碳排放配额的市价 $S_0 = 57.5$ 元/吨。其次根据当天市价分别设置一个虚值期权、平值期权和实值期权进行仿真定价，期权合约的一组行权价格分别为 55 元/吨、57.5 元/吨、60 元/吨。再次，设定看涨期权和看跌期权的有效期为三个月，期限为 2023 年 6 月 1 日至 2022 年 9 月 30 日，即 $T = 0.25$ ，行权时间为 2022 年 9 月 21 日。最后将 2022 年三个月的国债收益率 2.3% 作为无风险利率，将上述 ARMA-Garch 模型，按照 244 个交易日计算，得到年波动率为 0.29。将参数值代入公式(3)、公式(4)和公式(5)，得到欧式看涨期权价格和欧式看跌期权价格，结果如表 8 所示。

Table 8. CEA carbon option price

表 8. CEA 碳期权价格

计算公式	执行价格	$X_1 = 55$	$X_2 = 57.5$	$X_3 = 60$
BSM 模型	看涨期权	4.84	3.48	2.41
	看跌期权	2.03	3.15	4.57

7. 结论与展望

本文参照国际碳期权产品设计以 CEA 为标的物的碳期权，并为其估值提供了相关方法。通过研究得到如下结论：(1) 较为活跃的全国碳交易市场是非有效市场，具有反持久性特点；(2) ARMA-GARCH 模型能够较好地拟合 CEA 收益率的波动率，且收益率的波动具有显著的持续性[14]。本文创新性地设计了符合我国国情的碳期权合约，将 BSM 模型应用于碳期权定价，同时考虑了碳价波动的条件异方差性和持续性，为碳市场提供了科学的定价工具和风险管理新思路。但由于数据局限性、模型假设的理想化以及未全面纳入宏观经济与政策因素等，未来研究需进一步扩展数据源、优化模型并纳入更多外部变量，以提升定价的全面性和准确性。基于此，提出以下建议：

1. 紧密构建完善碳市场制度框架。鉴于我国碳交易市场的相对滞后和低效，迫切需要加速建设和完善法规体系，确保碳排放配额价格充分反映市场需求，有力推动实现“双碳”目标。通过法规建设，提升碳市场的有效性和价格发现功能。

2. 积极推动碳金融领域的创新实践。相对于国际成熟的碳市场，我国碳金融市场仍处于初级阶段，因此，需要加强碳金融创新的顶层设计，拓展碳金融市场的创新机制，逐步实现从点到面的推广，推动碳金融产品有序上市。

参考文献

- [1] Xu, L., Deng, S. and Thomas, V.M. (2016) Carbon Emission Permit Price Volatility Reduction through Financial Options. *Energy Economics*, **53**, 248-260. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2014.06.001>
- [2] Ying, Y.-R. and Yue, Y.-H. (2017) China-Style “Acid Rain Plan”—A Pricing Formula for Carbon Option. 3rd International Conference on Green Materials and Environmental Engineering (GMEE2017). <https://doi.org/10.12783/dteees/gmee2017/16589>
- [3] 王春霞. 一款气候债券的设计与估值[D]: [硕士学位论文]. 北京: 对外经济贸易大学, 2014.
- [4] 陈欣. 中国碳交易市场价格研究[D]: [博士学位论文]. 西安: 陕西师范大学, 2016.
- [5] 赵静, 许向阳. 基于中碳市值指数的碳期权合约设计研究[J]. 中国林业经济, 2019(6): 79-82.
- [6] 杨倩倩. 以排放配额为标的的碳期权产品设计[D]: [硕士学位论文]. 大连: 大连理工大学, 2021.

- [7] 李竹薇, 卢雪姣, 杨倩倩, 王晓姗. 我国碳期权产品研发设计——以碳排放配额为基础标的[J]. 投资研究, 2022, 41(5): 53-68.
- [8] 冯建芬, 夏传信, 王春霞. 碳排放权价格建模与碳债券估值[J]. 河北经贸大学学报, 2018, 39(1): 66-72.
- [9] 崔瑛麟. 我国碳金融市场的分形特征研究[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东财经大学, 2021.
- [10] 张晨, 彭婷, 刘宇佳. 基于 GARCH-分形布朗运动模型的碳期权定价研究[J]. 合肥工业大学学报, 2015, 38(11): 1553-1558.
- [11] 王苏生, 王俊博, 许桐桐, 余臻. 基于 ARMA-GARCH-SN 模型的沪深 300 股指期货日内波动率研究与预测[J]. 运筹与管理, 2018, 27(4): 153-161.
- [12] 范英, 魏一鸣. 基于 R/S 分析的中国股票市场分形特征研究[J]. 系统工程, 2004, 22(11): 46-51.
- [13] 姜近勇, 潘冠中. 金融计量学[M]. 北京: 中国财政经济出版社, 2011.
- [14] 周龙环, 黄晓勇. “双碳”目标下碳金融创新机制及实现路径研究[J]. 价格理论与实践, 2023(4): 43-46, 121.