

基于CEV模型的上证50股指期权定价研究

岑佳鸿

南京林业大学经济管理学院, 江苏 南京

收稿日期: 2025年3月19日; 录用日期: 2025年4月3日; 发布日期: 2025年5月28日

摘要

股指期权作为中国市场中较新的金融产品, 能够有效对冲市场波动。传统期权评估方法基于波动率恒定假设具有局限性, 无法解释尖峰厚尾、波动率微笑等反市场现象; 而方差常弹性(Constant elasticity of variance, CEV)模型将假定推广到波动率变化的情况, 更符合实际市场。本研究探讨CEV模型在上证50股指期权价值评估中的应用及有效性, 并对不同参数组合下的CEV期权定价结果进行多层次分析。通过单因素及多因素敏感性分析, 得到期权在误差最小时的不确定因素取值及期权理论价值。CEV期权定价结果非常贴近市场价格, 具有更准确的预测效果, 可以作为投资者期权定价及风险管理决策的理论依据。

关键词

上证50股指期权, CEV模型, 期权定价, 多因素敏感性分析

Research on the Pricing of SSE 50 Index Options Based on the CEV Model

Jiahong Cen

School of Economics and Management, Nanjing Forestry University, Nanjing Jiangsu

Received: Mar. 19th, 2025; accepted: Apr. 3rd, 2025; published: May 28th, 2025

Abstract

As a relatively new financial product in the Chinese market, index options can effectively hedge against market volatility. Traditional option evaluation methods, based on the assumption of constant volatility, have limitations and cannot explain market anomalies such as leptokurtosis and volatility smiles. The Constant Elasticity of Variance (CEV) model extends this assumption to accommodate changing volatility, making it more aligned with actual market conditions. This paper uses the SSE 50 as an example to explore the application and effectiveness of the CEV model in evaluating the value of SSE 50 index options. It conducts a multi-level analysis of CEV option pricing results

under different parameter combinations. Through single-factor and multi-factor sensitivity analyses, the study identifies the values of uncertain factors and theoretical option values that minimize errors. The CEV option pricing results closely align with market prices, offering more accurate predictive capabilities. This can serve as a theoretical basis for investors in option pricing and risk management decisions.

Keywords

SSE 50 Index Options, CEV Model, Option Pricing, Multi-Factor Sensitivity Analysis

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

股指期货是一种重要的金融衍生工具，近年来在全球的金融市场中获得了广泛应用。作为中国资本市场中的一项创新产品，上证 50 股指期货自上市以来，凭借独特的优势迅速吸引了市场的广泛关注。上证 50 股指期货的标的指数——上证 50 指数包括了中国证券市场中最具代表性的 50 只蓝筹股。上证 50 股指期货不仅具有较高的市场代表性和流动性，还能够反映中国经济的整体走势，因而是投资者进行风险管理和资产配置的理想工具。

身为中国市场中一种相对较新的金融产品，上证 50 股指期货为投资者提供了更多样化的投资策略。投资者在不同的市场条件下，通过看涨期权和看跌期权的组合策略可以实现收益优化并降低风险。此外，上证 50 股指期货的引入标志着中国资本市场的进一步成熟和国际化，推动了现代金融工具的应用以及市场机制的完善。目前我国已推出的期权品种和具体信息见下表 1 [1]。

Table 1. Domestic financial options variety

表 1. 国内金融期权品种

交易所	期权品种	上市时间	标的资产
中国金融期货交易所	沪深 300 股指期货	2019 年 12 月 23 日	沪深 300 指数
	中证 1000 股指期货	2022 年 7 月 22 日	中证 1000 指数
	上证 50 股指期货	2022 年 12 月 19 日	上证 50 指数
上海证券交易所	上证 50ETF 期权	2015 年 2 月 9 日	上证 50 交易型开放式指数证券投资基金
	华泰柏瑞沪深 300ETF 期权	2019 年 12 月 23 日	华泰柏瑞沪深 300 交易型开放式指数证券投资基金
	南方中证 500ETF 期权	2022 年 9 月 19 日	中证 500 交易型开放式指数证券投资基金
	华夏科创 50ETF 期权	2023 年 6 月 5 日	华夏上证科创板 50 成份交易型开放式指数证券投资基金
	易方达科创 50ETF 期权	2023 年 6 月 5 日	易方达上证科创板 50 成份交易型开放式指数证券投资基金

续表

	嘉实沪深 300ETF 期权	2019 年 12 月 23 日	嘉实沪深 300 交易型开放式指数证券投资基金
深圳证券交易所	嘉实中证 500ETF 期权	2022 年 9 月 19 日	嘉实中证 500 交易型开放式指数证券投资基金
	创业板 ETF 期权	2022 年 9 月 19 日	易方达创业板交易型开放式指数证券投资基金
	深证 100ETF 期权	2022 年 12 月 12 日	易方达深证 100 交易型开放式指数证券投资基金

期权定价在金融市场中扮演着重要角色。传统的 Black-Scholes 期权定价模型由于其简洁性和易用性被广泛使用(Black 等, 1973) [2]。然而, 随着市场的变化和复杂性增加, BS 模型的一些假设(如波动率的恒定性)受到质疑, 其忽视了随着标的资产价格变化波动率也会变化。在此基础上, Cox 等(1976)提出方差常弹性期权定价(Constant elasticity of variance, CEV)模型[3], 通过引入弹性参数来调整波动率的水平, 允许波动率随资产价格的变化而变化, 提供了更灵活的框架来捕捉市场中的波动性, 使 CEV 模型能够更好地模拟实际市场中观察到的“波动率微笑”现象。而 CEV 模型在期权定价、投资与保险策略以及资产负债管理问题等方面也有着广泛的应用[4]-[7]。

本研究将综合考虑不同到期日和不同行权价格的期权定价差异, 以提高研究结果的全面性。同时, 将分析市场异常情况如极端行情对 CEV 模型的影响, 提升研究结果的稳健性。

2. 模型介绍——方差常弹性期权定价模型

CEV 模型是对传统 BS 模型的有效改进, 通过引入一个弹性参数来反映波动率随资产价格变化的特性, 使模型能够捕捉股价波动率的不对称性和非线性特征, 更准确地反映市场实际。本文将探讨如何根据中国市场的特殊性, 调整 CEV 模型中的参数, 以提升其在中国股市的适用性[8]。

CEV 期权定价模型假设标的资产价格的运动过程, 可描述为:

$$dS(t) = rSdt + \sigma S^\alpha dW(t) \quad (1)$$

其中, r 和 σ 分别为无风险利率和波动率, 都为常数, S 是标的资产的价格, α 为常弹性系数, $0 < \alpha < 1$, dW 服从标准维纳过程。在 CEV 模型中, 当标的资产价格变动 dS , 波动率变为 σS^α , 而不是 B-S 模型里的 σS , 也就是说, 波动率 σ 随着标的资产价格 S 的变动而变化, S 的变化与隐含波动率之间存在很强的负相关关系, 因此可以很好地说明波动率微笑现象。

当 $\alpha = 1$ 时, CEV 模型即为经典的 B-S 模型, 此时资产价格遵循几何布朗运动。当 $\alpha < 1$ 时, 模型显示出资产价格较低时波动率较高, 而资产价格较高时波动率较低的特性, 这意味着股价在低价位时更容易出现大幅波动, 导致价格分布的尾部变得更厚, 在统计分布上表现为“尖峰厚尾”, 这种设定允许 CEV 模型捕捉到实际市场中观察到的波动率对于价格水平的依赖性。

CEV 期权模型满足微分方程:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^{2\alpha} \frac{\partial^2 v}{\partial S^2} + rS \frac{\partial v}{\partial S} = rv, S \gg 0, 0 \leq t \leq T \quad (2)$$

以及边界条件:

$$v(S, T) = \begin{cases} \max\{K - S, 0\}, & \text{看涨期权} \\ \max\{S - K, 0\}, & \text{看跌期权} \end{cases} \quad (3)$$

其中 T 是到期时间, K 是期权的执行价格。有学者用非中心卡方分布函数对 CEV 模型进行研究, 提出 CEV 公式的近似解析解, 但计算非常复杂(Schroder, 1989) [9]。Zhang 等(2019)提出一种无网格的径向基配置算法对 CEV 期权进行数值仿真, 具有精度高、稳定性好的优点, 本研究借鉴该方法对 CEV 期权价值进行求解[10]。

CEV 模型作为一种改进的期权定价工具, 其在中国市场的有效性受到市场特殊性(如政策干预和投资者行为)的影响。通过深入探讨和针对性改进 CEV 模型, 在每个时期选择合适的参数, 可以显著提高股价拟合度和期权定价的准确性。

3. 数据选取与参数设置

3.1. 数据来源

上证 50 股指期货在上海证券交易所上市交易, 因此, 上海证券交易所是该期权数据的主要来源。交易所提供的市场数据包括每日的开盘价、收盘价、最高价、最低价和成交量等。

选用 2023 年 12 月 20 日至 2024 年 10 月 30 日的标的物上证 50 指数及其期权进行实证, 考虑到样本数据的时间跨度较短, 主要数据涵盖标的物收盘价以及多个执行价格下的看涨期权和看跌期权收盘价。看涨期权包括上证 50 指数购 12 月 2400 (ho2412C2400)、上证 50 指数购 12 月 2500 (ho2412C2500)、上证 50 指数购 12 月 2600 (ho2412C2600)、上证 50 指数购 12 月 2700 (ho2412C2700); 看跌期权包括上证 50 指数沽 12 月 2400 (ho2412P2400)、上证 50 指数沽 12 月 2500 (ho2412P2500)、上证 50 指数沽 12 月 2600 (ho2412P2600)、上证 50 指数沽 12 月 2700 (ho2412P2700)。其他数据例如标的资产的历史波动率、无风险利率以及到期时间等, 均根据初始数据计算得到。

3.2. 参数确定

3.2.1. 标的资产的初始价格 S

选取 2023 年 12 月 20 日至 2024 年 10 月 30 日这个时间区间内, 每个交易日的上证 50 指数的收盘价作为标的物初始价格。

3.2.2. 标的物波动率 σ

选取 2023 年 12 月 20 日至 2024 年 10 月 30 日的上证 50 指数收盘价, 以每日收益率的标准差来表示。具体公式如下:

$$\sigma = \sqrt{242} \times \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{242} (R_i - \bar{R})^2}{n}}$$

$$R_i = \frac{P_i - P_{i-1}}{P_{i-1}}$$

式中, σ 为碳汇价格波动率, R_i 为第日标的物资产收益率, \bar{R} 为日标的物资产收益率在 242 个交易日内的均值, P_i 和 P_{i-1} 表示第 i 日和上一期碳交易价格收盘价。

3.2.3. 行权价 K

上证 50 股指期货 ho2412C2400 和 ho2412P2400 的行权价均为 2400; 期权 ho2412C2500 和

ho2412P2500 的行权价均为 2500；期权 ho2412C2600 和 ho2412P2600 的行权价均为 2600；期权 ho2412C2700 和 ho2412P2700 的行权价均为 2700。

3.2.4. 无风险利率 r

选取 1 个月、3 个月、6 个月、9 个月和 1 年的上海银行间同业拆借利率(SHIBOR)，采用线性插值法来计算得到 2023 年 12 月 20 日至 2024 年 10 月 30 日区间内每个交易日与期权剩余期限相应的无风险利率[11]。

3.2.5. 到期时间 T

计算 2023 年 12 月 20 日至 2024 年 10 月 30 日区间内每个交易日距离到期日 2024 年 12 月 20 日的时间天数，并将天数并进行年化。

综上所述,2023 年 12 月 20 日至 2024 年 10 月 30 日时间区间内的参数取值的描述性统计如表 2 所示。

Table 2. Descriptive statistics of parameters for domestic financial options
表 2. 国内金融期权参数的描述性统计

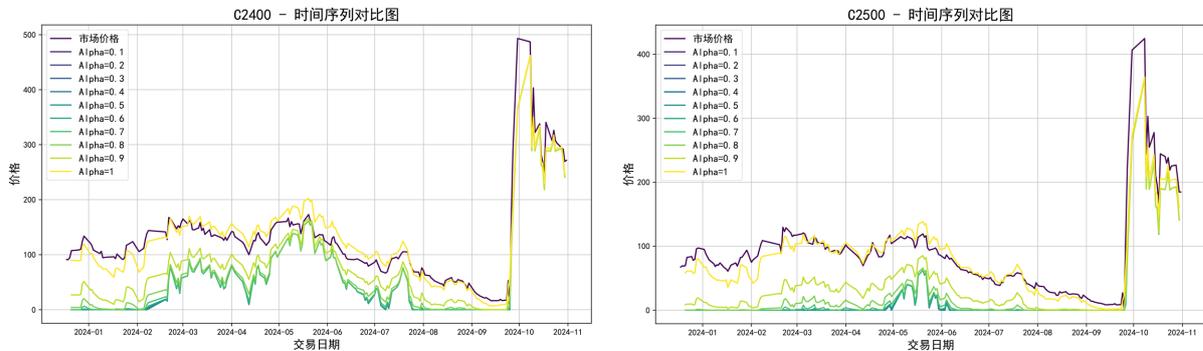
	计数	均值	标准差	最小值	最大值	中位数
S	205	2402.5710	121.8762	2199.2590	2853.1380	2404.3470
σ	205	0.1370	0.0133	0.1203	0.1787	0.1364
T	205	0.5708	0.2482	0.1397	1.0027	0.5630
r	205	0.0209	0.0023	0.0183	0.0265	0.0204

4. 实证结果

4.1. 期权定价结果

4.1.1. 上证 50 股指看涨期权定价分析

从图 1 可以看出，当 $\alpha = 1$ 时，上证 50 股指看涨期权与其理论价格的贴合程度总体较高，呈现出真实价格围绕理论价值上下波动的状态，偏差较小。当 $\alpha < 1$ 时，期权的理论价格随着 α 的减小而降低，更加偏离实际市场价格。在 2023 年 12 月 20 日至 2024 年 10 月 30 日的大部分时间区间内，上证 50 股指看涨期权中的 ho2412C2700 期权的市场价格高于理论价格，即上证 50 指数购 12 月 2700 期权的市场价格在部分时间区间内处于被高估的状态；上证 50 股指看涨期权中的 ho2412C2400、ho2412C2500、ho2412C2600 期权的理论价格大体上围绕实际价格上下波动。



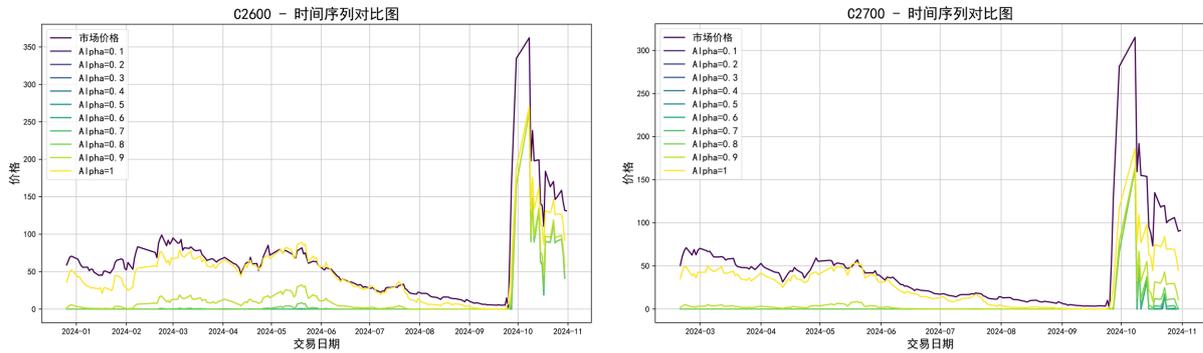


Figure 1. Theoretical values of four call options under different α parameters

图 1. 不同 α 下四个看涨期权的理论价值

4.1.2. 上证 50 股指看跌期权定价分析

同理，在图 2 中，当 $\alpha=1$ 时，上证 50 股指看涨期权与其理论价格的贴合程度总体较高，偏差较小。当 $\alpha < 1$ 时，期权的理论价格随着 α 的减小而降低，更加偏小而远离市价。在 2023 年 12 月 20 日至 2024 年 10 月 30 日的时间区间内，上证 50 股指看跌期权(包括 ho2412P2400、ho2412P2500、ho2412P2600、ho2412P2700 期权)的市场价格始终高于理论价格，也即看跌期权的理论价格被低估，市场价格则一直被高估。

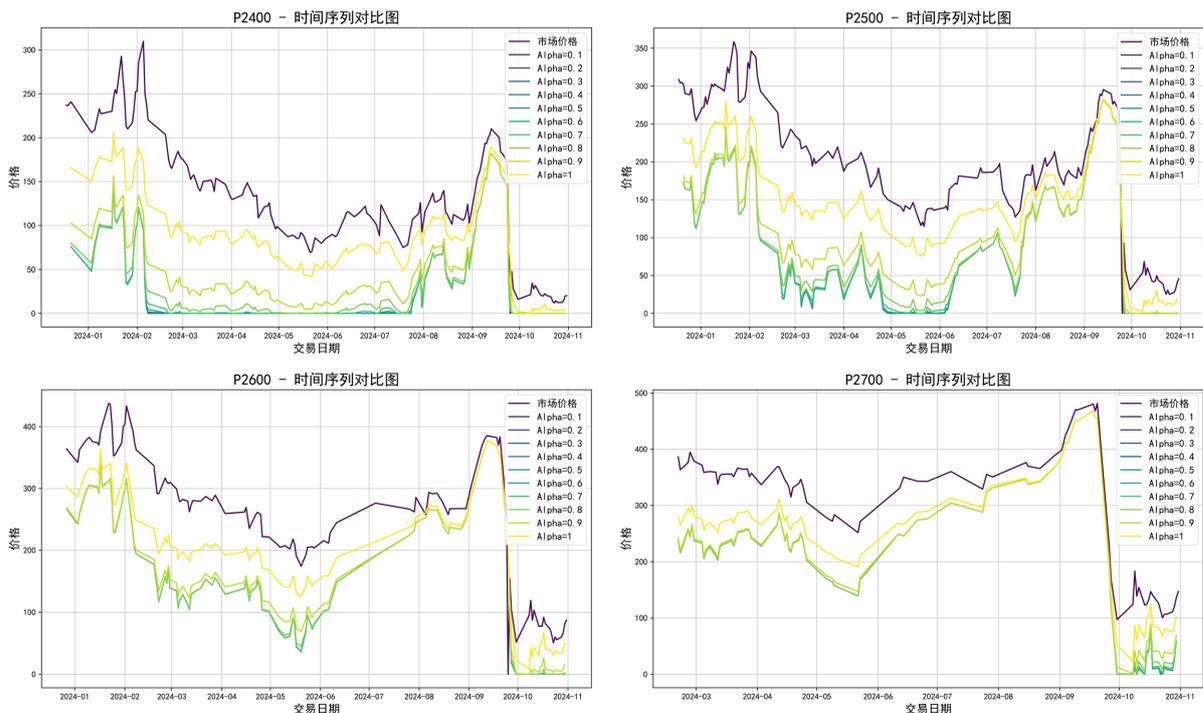


Figure 2. Theoretical values of four put options under different α parameters

图 2. 不同 α 下四个看跌期权的理论价值

4.2. 敏感性分析

为了探究常弹性系数 α 、标的物波动率 σ 和无风险利率 r 等不确定因素对于期权定价的影响程度，通过比较不同 α 、 σ 、 r 值下的期权定价结果，对上述期权进行敏感性分析[12]-[14]。

4.2.1. 单因素敏感性分析

选取上证 50 股指看涨期权为研究对象，分别就单个不确定因素常弹性系数 α 、标的物波动率 σ 和无风险利率 r 进行单因素敏感性分析，以探究 CEV 期权定价模型中 α 、 σ 、 r 对于期权价值的影响程度。关于常弹性系数 α 的单因素敏感性分析，在前文中的图 1、图 2 分析中已经涉及，接下来分别对 σ 、 r 的敏感性进行探究。

关于标的物波动率 σ 的单因素敏感性分析，如图 3 所示，当其他不确定因素相同，标的物波动率在 0.1 至 0.2 之间时，上证 50 股指看涨期权的理论价格更加贴近其市场价格，而这也与上证 50 指数的实际波动率所处区间相符合。

关于无风险利率 r 的单因素敏感性分析，在图 4 中，当其他不确定因素相同，大部分看涨期权于大部分时间中，在利率处于 0.01 至 0.03 之间时，理论价格靠近其市场价格，而这也与实际的无风险利率所处的区间相符合。

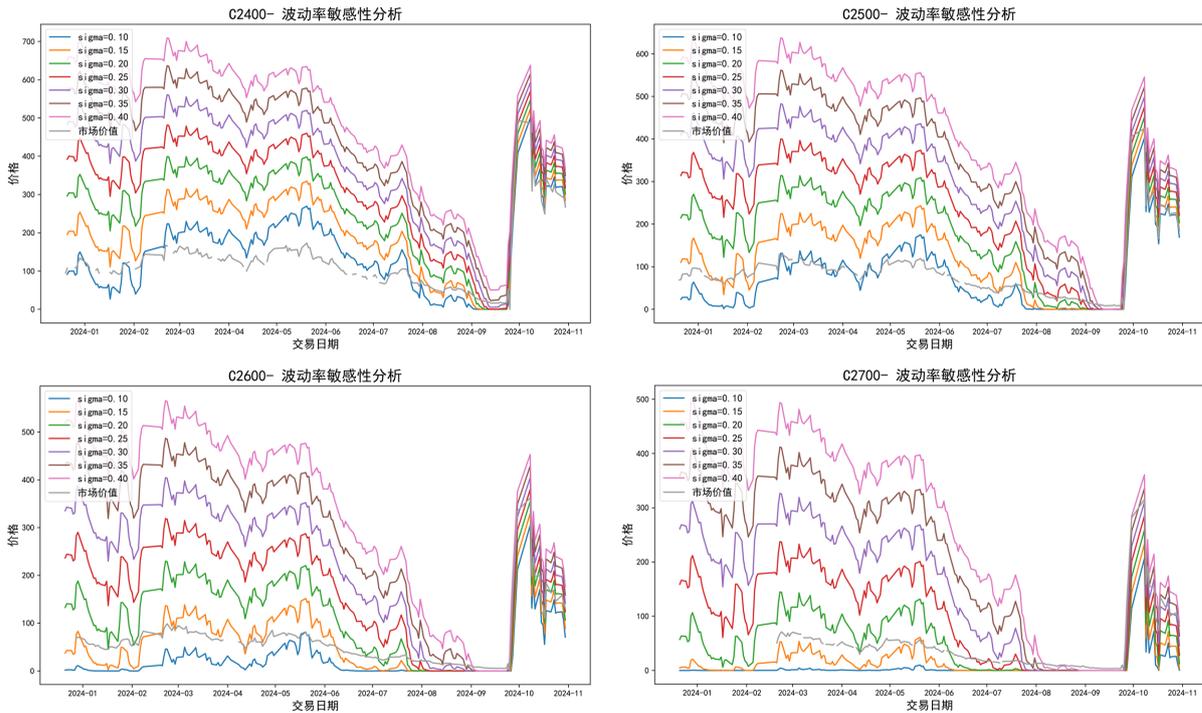
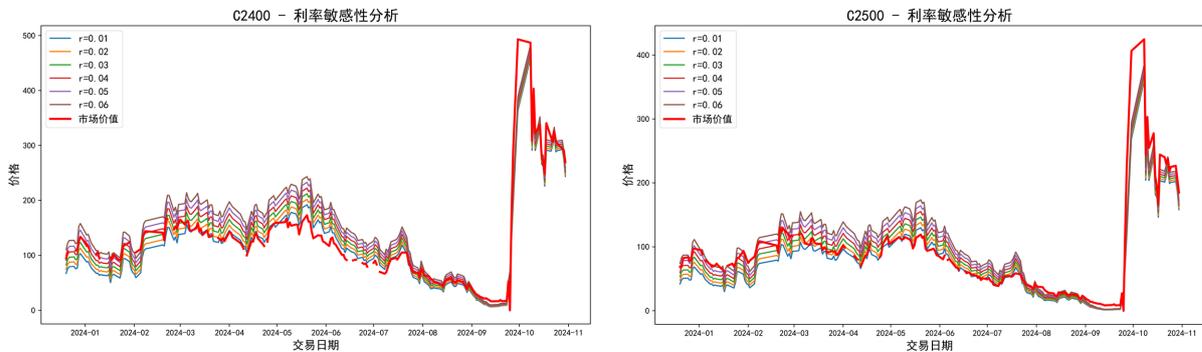


Figure 3. Single-factor sensitivity analysis for volatility
图 3. 波动率的单因素敏感性分析图



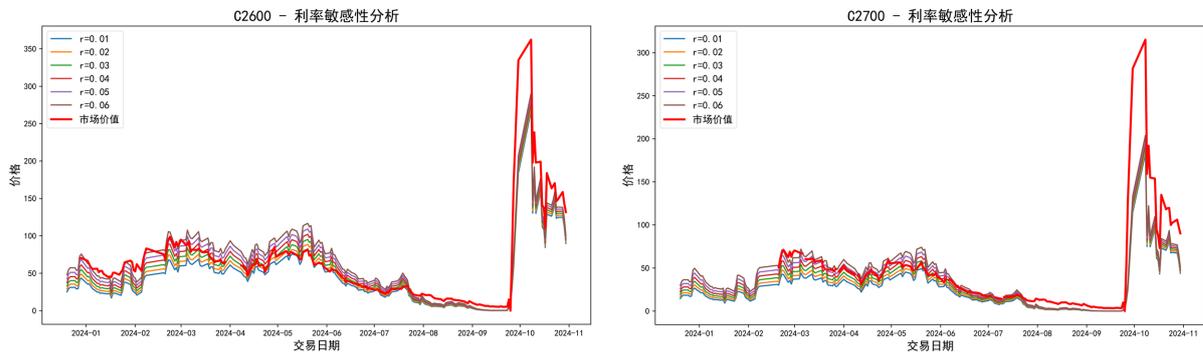


Figure 4. Single-factor sensitivity analysis for interest rates

图 4. 利率的单因素敏感性分析图

综上所述，无论 α 、 σ 、 r 如何变化，CEV 期权定价模型计算得到的期权理论价值的变化与市场价格的变化趋势基本一致，而看涨期权的期权价格会随着常弹性系数 α 、标的物波动率 σ 和无风险利率 r 的增加而逐渐增加。

4.2.2. 多因素敏感性分析

为了探究三种不确定性因素 α 、 σ 、 r 同时发生变动对期权价值的影响程度，首先在假定其它因素不变的条件下，进行三因素敏感性分析，计算三种不确定性因素 α 、 σ 、 r 同时发生变动所对应的不同的理论期权价值；接着对每种情况下的理论价值与市场价格计算误差指标，衡量理论价值与实际市场价格的误差水平，以确定各个上证 50 股期权在误差最小的情况下的 α 、 σ 、 r 取值。

采用平均相对误差 MRE 和决定系数 R^2 作为误差指标衡量定价误差水平：

$$MRE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100\%$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

通过比较每种期权在不确定性因素 α 、 σ 、 r 同时发生变动的所有情形下的误差指标，确定每种期权误差水平最小时的 α 、 σ 、 r 及其误差大小，如表 3 所示。

Table 3. Error levels of option pricing under optimal uncertain factors

表 3. 期权定价在最优不确定因素下的误差水平

期权	Alpha	r	Sigma	MRE	R2
C2400	0.90	0.01	0.30	0.1335	0.9206
C2500	0.90	0.02	0.30	0.1848	0.8828
C2600	0.90	0.04	0.30	0.2416	0.8106
C2700	0.90	0.05	0.30	0.2947	0.6445
P2400	0.90	0.01	0.40	0.1657	0.9146
P2500	1.00	0.02	0.20	0.1061	0.9274
P2600	1.00	0.04	0.25	0.0691	0.9191
P2700	1.00	0.02	0.25	0.0514	0.9774

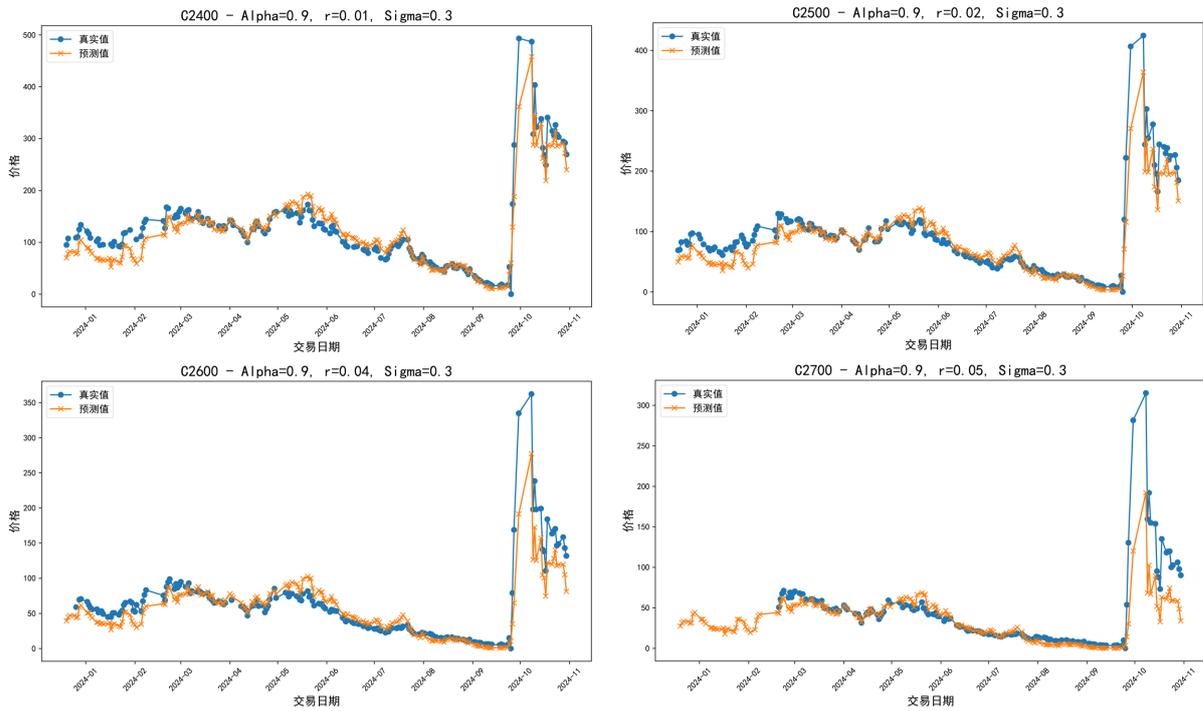


Figure 5. Comparison of theoretical value and market price for call options under optimal α , σ , and r
图 5. 看涨期权在最优 α 、 σ 、 r 下的理论价值与市场价格对比图

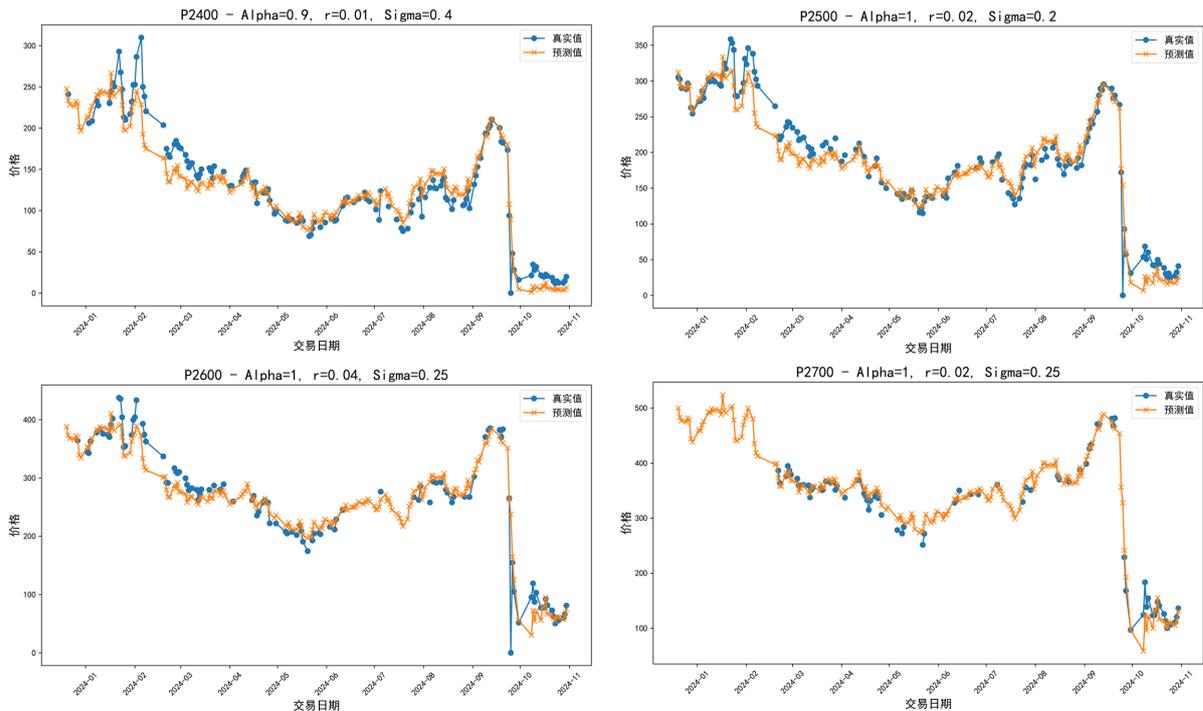


Figure 6. Comparison of theoretical value and market price for put options under optimal α , σ , and r
图 6. 看跌期权在最优 α 、 σ 、 r 下的理论价值与市场价格对比图

同时,对上证 50 指数的各期权在各自最优 α 、 σ 、 r 下的理论价值预测结果与实际市场价格分别作图,如图 5、图 6 所示。观察发现,不论是看涨期权函数看跌期权,由 CEV 期权定价模型计算得到的理论价

值十分贴近实际市场价格，具有优良的预测效果。

5. 结论

运用方差常弹性期权定价(CEV)模型对上证 50 股指期货进行了实证分析。研究表明，CEV 模型在捕捉市场实际波动方面具有更高的精确度，尤其是在观察到“波动率微笑”现象时。分析显示，针对样本数据的短期特性和市场异常情况的分析，CEV 模型在波动率较大的条件下，尤其有效。

在对常弹性系数 α 、标的物波动率 σ 和无风险利率 r 的单因素敏感性分析中，对于看涨期权来说，随着 α 、 σ 或 r 的增加，期权理论价格亦随之增加，并且这种变化趋势与市场价格变化的方向一致，表明 CEV 模型能够较好地反映市场中价格波动的动态特性。

在多因素敏感性分析中，通过误差指标分析，在 α 、 σ 、 r 同时变动的不同参数组合下，CEV 模型计算得到的期权理论价值与实际市场价格之间的误差水平在合理范围内，尤其是在特定参数条件下，理论价值与市场价格高度吻合，说明 CEV 模型具有良好的预测能力。

致 谢

衷心感谢导师张胜良，在整个研究过程中给予的宝贵指导和支持。

参考文献

- [1] 崔文瑶. 我国股指期货的价格发现功能测度及影响因素研究[D]: [硕士学位论文]. 济南: 山东财经大学, 2024.
- [2] Black, F. and Scholes, M. (1973) The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, **81**, 637-654. <https://doi.org/10.1086/260062>
- [3] Cox, J.C. and Ross, S.A. (1976) The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes. *Journal of Financial Economics*, **3**, 145-166. [https://doi.org/10.1016/0304-405x\(76\)90023-4](https://doi.org/10.1016/0304-405x(76)90023-4)
- [4] 王智宇, 李景诗, 朱本喜, 宋海明. 求解 CEV 模型下美式看跌期权的有限差分法[J]. 吉林大学学报(理学版), 2014, 52(3): 489-493.
- [5] 郭宗怀, 胡兵, 徐友才. CEV 模型下支付红利的美式看跌期权的差分法[J]. 四川大学学报(自然科学版), 2018, 55(6): 1162-1166.
- [6] 刘小涛, 刘海龙. CEV 模型下基于双曲绝对风险厌恶效用的最优投资策略[J]. 系统工程理论与实践, 2020, 40(1): 1-12.
- [7] 刘小涛, 刘海龙. CEV 模型下考虑风险相关性的保险组合时间一致性投资策略[J]. 系统管理学报, 2022, 31(1): 53-65.
- [8] 李昕. CEV 模型最优参数研究[D]: [硕士学位论文]. 合肥: 中国科学技术大学, 2009.
- [9] Schroder, M. (1989) Computing the Constant Elasticity of Variance Option Pricing Formula. *The Journal of Finance*, **44**, 211-219. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1989.tb02414.x>
- [10] Zhang, S., Yang, H. and Yang, Y. (2019) A Multiquadric Quasi-Interpolations Method for CEV Option Pricing Model. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **347**, 1-11. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2018.03.046>
- [11] 吴鑫育, 尹学宝, 谢海滨, 马超群. 基于成分 Realized EGARCH 模型的期权定价研究[J/OL]. 中国管理科学, 1-17. <http://www.zggkx.com/CN/abstract/abstract19343.shtml>, 2025-02-09.
- [12] 周侗, 王云奇. 高阶矩风险与市场收益: 来自中国期权市场的证据[J]. 管理科学学报, 2024, 27(5): 122-140.
- [13] 刘伟, 吕俊娜, 邹庆. 收益不确定下交通 BOT 项目特许期决策模型[J]. 系统工程, 2012, 30(12): 51-56.
- [14] 李明顺, 陈涛, 滕敏. 交通基础设施 PPP 项目实物期权定价及敏感性分析[J]. 系统工程, 2011, 29(3): 67-73.