

Research on the Distribution and Profit of RMB Loans in Commercial Banks

Yunfei Dai, Maoyi Zhang

School of Information and Control Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou Jiangsu
Email: kfzqj@126.com

Received: Mar. 27th, 2019; accepted: Apr. 11th, 2019; published: Apr. 18th, 2019

Abstract

The research on the distribution of RMB loan scale and profit of commercial banks makes use of the large amount of data from commercial banks. The main analytic hierarchy process, multivariate linear fitting, weight factor, univariate quadratic regression, multivariate linear programming, normal distribution function, etc., are used for multidirectional discussion.

Keywords

Principal Component Analysis, Multiple Linear Regression Fitting, Weight Factor, One Second Return, Multivariate Linear Programming, Normal Distribution Function

商业银行人民币贷款规模分配及盈利问题的研究

代云飞, 张茂仪

中国矿业大学信息与控制工程学院, 江苏 徐州
Email: kfzqj@126.com

收稿日期: 2019年3月27日; 录用日期: 2019年4月11日; 发布日期: 2019年4月18日

摘 要

商业银行人民币贷款规模分配及盈利问题的研究, 利用了给出的商业银行的大量数据, 采用了主层次分析法、多元线性拟合等方法、权重因子、一元二次回归、多元线性规划、正态分布函数等进行了多方位的探讨。

关键词

主成分分析, 多元线性回归拟合, 权重因子, 一元二次回归, 多元线性规划, 正态分布函数



1. 研究的主要问题

利用参考文献给出的商业银行的大量数据用主层次分析法, 多元线性拟合等方法来建立不同的模型求解问题。

在问题 1 中, 首先, 用相关系数和标幺值来探求各省分行的盈利与全国总盈利的相关度和之前年份各种影响宏观经济总的因素的变化趋势, 其次, 运用主成分分析方法来得到影响宏观经济总量较为重要的主成分, 即 GDP、CPI 以及工业同比增加量(季)。再利用多元线性回归来得到主成分与存款总量之间的关系, 最终, 拟合出下一年的存款总量。在不考虑备付水平的情况下, 存款总量减去法定准备金量即为贷款总量。

在问题 2 中, 引入净差率来描述银行的盈利, 我们在第二个模型里用加权的净差来描述最大收益; 当我的净差达到最大时, 每个省市的资金分配就是最优解, 我们从此角度来计算出合理的分配方案。

在问题 3 中, 引入了外部评价因子 GDP 同比增长影响因子; 通过外部影响因子和净差来调配目标函数的权重; 通过外部因素的影响我们可以观察到 GDP 的同比增长无法影响全局的贷款分配; 但对于 GDP 增长比较快的城市, 有着明显的影响; 比如重庆, 贵州。

在问题 4 中, 为了保证每日交易的正常进行, 各个分行要预留一定的备付金额来维持银行的正常运转, 但备付金额不能太多以至于减少银行的利润, 通过各分行每日的存取款金额之差拟合出正态分布曲线模型, 并在置信度 99% 的条件下计算出置信区间, 来得出各个分行应预留的最少备付金额。

在问题 5 中, 考虑到由于实际中影响商业银行的贷款投放量有很多因素, 主要探讨了不良贷款率, 国际政策导向以及地区差异受国家政策影响的情况。最后得出减少不良贷款率高地区的贷款投放, 提高国际政策导向地区以及国家政策扶持地区的贷款投放量。

2. 问题重述

商业银行的主要业务范围是吸收公共存款、发放贷款以及办理票据贴现等。贷款的投放是否合理直接决定了商业银行的经营运作能力。其贷款投放的简单模型是: 从客户端吸收存款, 缴存法定准备金, 预留一定比例备付水平, 剩余资金用于贷款投放或其他资产配置。而对于大多商业银行而言, 贷款规模的大小通常是由存款规模来决定的, 存款总量多了, 才能有足够的资金进行贷款投放等一系列的商业活动。具体一般来说, 商业银行在全国存款总额中所占比例相对稳定, 一般不会发生大的变动。从宏观经济指标上来看, 社会存款增长量受到与它有关因素的密切影响, 例如 GDP、CPI、工业增加值等。在贷款分配模式中, 商业银行在之前使用了预分配和年度配额管理模型, 即每年年初对全年所有部门的预分配一次发放, 年度内不再增调。这种模式存在着效率低、弹性差、环境变化和需求变化等诸多弊端。目前, 商业银行采用的是以存定贷、存贷结合、资产与负债动态平衡的模式。商业银行不仅要努力获得全行的最大利益, 还要平衡各地区发展的差异, 调动各单位的积极性, 支持重大项目、关联政策和民生工程。支持实体经济的有效发展。因此, 如何进行合理、有效的贷款投放也是一个非常具有现实意义的问题。请根据你所掌握的有关知识回答以下问题:

假设该银行除客户存款外无其他资金来源, 且暂不考虑备付水平。请根据参考文献[1]商业银行 A 各项存贷款历史数据及参考文献[2]宏观经济指标历史数据, 建立数学模型, 预测该银行 2018 年存、贷款增

量情况。

假设该银行除客户存款外无其他资金来源, 且暂不考虑备付水平。请根据问题 1 预测的结果并结合参考文献[3]相关数据, 建立数学模型, 给出 2018 年商业银行 A 各分行贷款规模的分配方案, 使得全行增量存贷款利息净收入最大, 并将该分配方案填入表 8。

若商业银行 A 将于 2018 年 5 月 1 日发行 500 亿规模的 15 年期商业银行普通债(利率约为 5.1%), 请结合该条件对问题 2 进一步优化, 暂不考虑备付水平情况下, 重新设计商业银行 A 各分行贷款规模的分配方案, 使得全行增量存贷款利息净收入最大, 并将该分配方案填入表 8。

为保证每日交易正常进行, 各家分行每日需预留一定的备付资金(备付资金不足易引起客户不满, 严重的会引起社会恐慌, 引发挤兑; 预留资金过多, 会降低银行盈利水平), 以确保最低的备付水平(备付水平 = 备付资金 ÷ 存款余额)。假设每个客户存取款的行为是随机的, 请根据参考文献[4]各分行 2017 年每日存取款交易数据, 建立数学模型, 计算在置信水平 99%的情况下, 2018 年商业银行 A 各分行日常经营所需最低备付金额, 并将结果填入表 8。

在贷款规模分配问题上, 为了帮助商业银行 A 处理好收益与风险、企业经营与国际政策导向, 区域化差异与分行公平考核等之间的关系, 以期达到双赢或多赢, 请对以上模型进行改进, 并给出相关建议。

3. 问题分析

3.1. 问题一的分析

假设该银行除客户存款外无其他资金来源, 且暂不考虑备付水平, 则该银行的贷款量即为存款量减去法定准备金量。所以首先要预测出 2018 年该银行的存款量。而存款量又跟宏观社会经济指标有着密切的关系, 所以需要找到主要影响存款量的主要宏观社会经济指标。

我们先引入标么值对各种宏观经济指标多年的数据进行分析, 发现大多因素都较为稳定, 也有少量因素波动较大无法判断哪些因素的影响更大。于是我们引入主成分分析方法经过数据处理得到主成分。再通过对这些主成分和之前存款总量的多元线函数拟合, 最后带入计算出 2018 年的存款总量, 再和存款趋势进行比较, 评价模型。

3.2. 问题二的分析

我们引入净差率来描述银行的盈利, 我们在第二个模型里用加权的净差来描述最大收益; 当我的净差达到最大时, 每个省市的资金分配就是我的最优解; 在描述各省市的资金分配的上限和下限时, 我们认为资金分配的上限应不大于三年内存款的最大值, 资金分配的下限应不大于三年内贷款的最小值。

3.3. 问题三的分析

通过对模型 2 的分析我们知道净差越大地方资金的吞吐量越大那么这个地方的资金承受能力就越大, 通过查找外部数据, 对比了各个省市的 GDP 增速; 通过 GDP 的增速排名和增速比例我们重新调整权重因子在原有贷款的基础上加上这笔钱重新进行分配, 调整的原则依据于省市的 GDP 增速比例。我们认为一个省市的 GDP 增长越快, 那么它对资金的需求就该越大, 但由于省市的资金吞吐量并不能正比与它的 GDP 增长所以我们要综合地去考虑这个问题, 我们通过对两个权重再次进行权重分配来调节, 通过网络上大数据的查询, 我们拟算对净差决定的权重因子取 0.7, 对 GDP 增长率决定的权重因子取 0.3。

3.4. 问题四的分析

备付金是商业银行保护存款人利益, 满足存款支付, 确保资产流动性所做的准备。它包括库存现金

和在人民银行备付金存款。备付金在商业银行资产项目中盈利性小, 其管理原则是既要确保支付, 又要尽量减少不必要的占用, 既控制在正常需要的最低限。问题四要求根据每日用户的存取款来计算 99%置信水平下, 各分行日常经营所需的最低备付金额。

该问题要求我们建立一个综合分析, 预测的模型, 我们结合题中给出每日分行资金的进出情况, 算出每日资金的净变化量, 因为用户的存取款是随机行为, 所以净变化量理想状态下应服从正态分布函数模型, 经过 MATLAB 正态检验, 得出净变化量大致服从正态分布的关系。因此, 建立正态分布模型来计算净变化量在置信度 99%条件下的置信区间, 得出各分行最低的备付金额。

3.5. 问题五的分析

在实际的贷款规模分配问题上, 除了要考虑使增量存贷款利息净收入最大之外, 还要考虑某地区不良贷款规模、国际政策导向以及平衡区域化差异顺应相应国家政策等因素。只有在经过综合各种因素的前提下, 才能在双赢或多赢的基础上实现利润最大化。

4. 模型假设

- 1) 假设附件中提供的数据符合一定客观规律, 且较为准确。
- 2) 假设短时间内国家经济未收到大型外来冲击, 各省份经济正常发展。
- 3) 假设在前三个问题中该商业银行存款中除法定准备金外的资金全部用于贷款。
- 4) 假设国家的相应政策不发生重大改变。
- 5) 假设该银行没有受到挤兑和其他银行或企业的冲击。
- 6) 假设一年中经济发展平稳, 用户存取款波动不大, 且是随机过程。

5. 符号说明

符号说明见表 1。

Table 1. Symbol declaration
表 1. 符号说明

序号	符号	符号说明
1	$\theta_{\max}$	θ 下限
2	$\theta_{\min}$	θ 上限
3	$\bar{X}$	样本均值
4	σ^2	方差
5	μ	总体均值
6	$\hat{\lambda}_k$	样本方差
7	$\sum_{k=1}^{20} \hat{\lambda}_k$	样本总方差
8	$\hat{\lambda}_k / \sum_{j=1}^{20} \hat{\lambda}_j$	第 k 个主成分 Y_k 的贡献率
9	$\sum_{k=1}^m \hat{\lambda}_k / \sum_{j=1}^{20} \hat{\lambda}_j$	前 m 个样品主成分分析的累计贡献率

6. 模型的建立与求解

6.1. 问题一的模型建立与求解

6.1.1. 建模的前期准备工作

1) 关于数据来源的说明

在参考文献[2]中给出了 2010~2017 年宏观经济指标的情况, 在参考文献[1]中给出了各省份各项存贷款历史数据, 在参考文献[3]中给出了各分行存贷款利率水平, 所有数据均来源于相应的官方网站。

2) 建立评价指标

商业银行在全国存款总额中所占比例相对稳定, 每年可增长的存款量受限于社会资金总量的增长情况。参考文献[2]中给出了各季度影响宏观经济总量即存款增量的相关指标, 为了更加准确的得到各项相关指标对经济总量的影响情况并且希望利用较少的新变量代替原来较多的旧变量, 同时这些新变量尽可能反应宏观经济总量的变化情况, 故可以利用主成分分析方法筛选出主成分来简化问题[2]。

3) 标么值预分析

由于影响存款量的因素的量纲不同, 我们想要把他们放在一个图中考虑, 所以引入标么值的概念, 假设以各因素 2010 到 2017 年各季度的加权平均值作为基准值, 则可以在一个图里分析各因素的变化趋势。各因素的变化趋势分析见图 1。

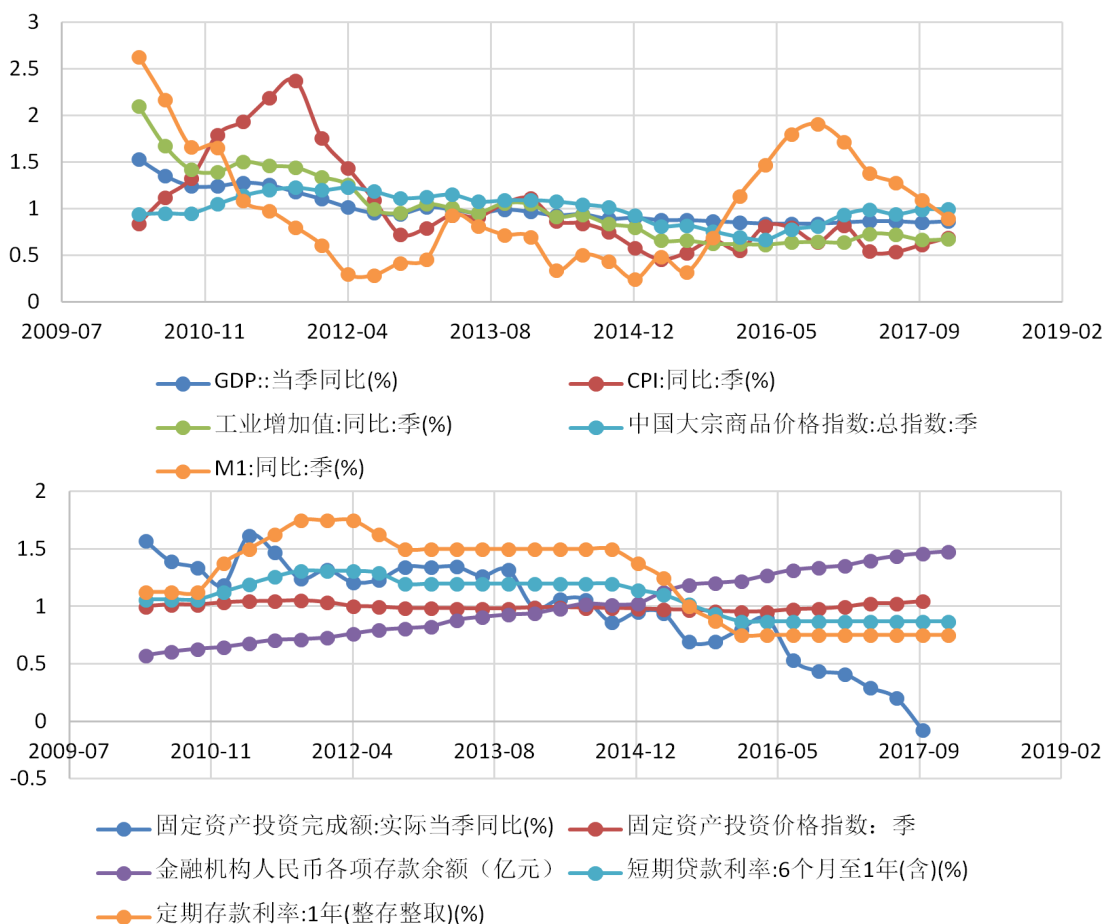


Figure 1. Analyzes the variation trend of each factor

图 1. 分析各因素的变化趋势

由图 1 可以看出在给出的因素中, 大多因素比较稳定, 但也有少量因素起伏较大如 PPI (注: 图 1 未画出)。因此无法判断哪些是影响存款总额的主要因素, 接下来引入主成分分析方法来确定主要因素。

4) 主成分分析确定主要因素

设 $X_1, X_2, \dots, X_{20}$ 为参考文献[2]中影响宏观经济总量的 20 个因素。记 $X = (X_1, X_2, \dots, X_{20})^T$, $E(X) = (E(X_1), E(X_2), \dots, E(X_{20}))^T$ 。

另设 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i20})^T, (i = 1, 2, \dots, 30)$ 为取自总体 $X = (X_1, X_2, \dots, X_{20})^T$ 的一个容量为 30 的简单随机样本。设 $S_{20 \times 20}$ 为样本协方差矩阵, 其特征值 $\hat{\lambda}_1 \geq \hat{\lambda}_2 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_{20} \geq 0$, 相应的单位正交特征向量 $\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_{20}$, 则第 k 个样本主成分表式为

$$y_k = \hat{e}^T = \hat{e}_{k1}x_1 + \hat{e}_{k2}x_2 + \dots + \hat{e}_{k20}x_{20} \quad (1)$$

当依此代入观测值 $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i20})^T (i = 1, 2, \dots, 30)$ 时, 便得到第 k 个样本主成分的 30 个观测值。这时 y_k 的样本方差为:

$$V_{ar}(y_k) = \hat{e}_k^T S \hat{e}_k = \hat{\lambda}_k \quad (2)$$

样本总方差为:

$$\sum_{k=1}^{20} V_{ar}(y_k) = \sum_{k=1}^{20} s_{kk} = \sum_{k=1}^{20} \hat{\lambda}_k \quad (3)$$

则第 k 个主成分 Y_k 的贡献率为 $\hat{\lambda}_k / \sum_{i=1}^{20} \hat{\lambda}_i$, 前 m 个样品主成分分析的累计贡献率为 $\sum_{k=1}^m \hat{\lambda}_k / \sum_{i=1}^{20} \hat{\lambda}_i$ 。

5) 确定主要成分

确定主要成分见表 2。

Table 2. Determine the main components
表 2. 确定主要成分

GDP:当季同比(%)	0.4415	国房景气指数:季(%)	0.7084
CPI:同比:季(%)	0.8455	70 个大中城市新建住宅价格指数:同比:季(%)	0.9241
工业增加值:同比:季 (%)	0.9539	固定资产投资完成额:实际当季同比(%)	0.9682
PPI:全部工业品:同比:季(%)	0.9772	固定资产投资价格指数:季	0.9829
中国大宗商品价格指数:总指数:季	0.9871	铁路货运量:同比:季 (%)	0.9906
M1:同比:季(%)	0.9933	金融机构人民币各项存款余额(亿元)	0.9955
M2:同比:季(%)	0.9972	短期贷款利率:6 个月至 1 年(含) (%)	0.9984
城镇居民人均消费性支出(%)	0.999	定期存款利率:1 年(整存整取) (%)	0.9995
城镇居民人均可支配收入(%)	0.9997	银行间同业拆借:加权平均利率:1 天:季均(%)	0.9999
房地产开发投资完成额:实际当季同比(%)	0.9999	银行间同业拆借:加权平均利率:1 年:季均(%)	1

由上表格计算结果表明, GDP 的贡献率为 $0.4415 = 44.15\%$, GDP 和 CPI 的累计贡献率为 $0.7084 = 70.84\%$, GDP, CPI 和工业同比增加值达到了 $0.8455 = 84.55\%$, 实际中可只取前三个主成分。

6.1.2. 预估 2018 年该商业银行存款总量模型的建立

设 Y 代表各年份存款总量的变量, 它受到非随机变量因素 X_1 (GDP), X_2 (CPI), X_3 (工业同比增加值)和随机误差 ε 的影响。则:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \varepsilon \quad (4)$$

其中 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ 是固定的未知参数, 称为回归系数, 随机误差 ε 均值为 0。记:

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ 1 & x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

则模型的矩阵形式可以表示为:

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (5)$$

6.1.3. 预估 2018 年该商业银行存款总量模型的求解

经过 matlab 仿真求解, 求得 $\beta = (0 \ -6567 \ 5801 \ 11903)$, 即:

$$Y = -6567X_1 + 5801X_2 + 11903X_3 + \varepsilon \quad (6)$$

由此可求得 2018 年该商业银行的存款总量为 44,642 亿元。存款增量为 $44642 - 42880 = 1762$ 亿元。由题意知如暂不考虑备付水平, 该商业银行 2018 年的贷款总额为存款总额减去应缴纳的法定准备金, 即 $44642 - 44642 * 12\% = 39284$ 亿元。则贷款增量为: $39284 - 34877 = 4407$ 亿元。

6.1.4. 模型拟合结果展示

通过以上方法可以预测 2018 年商业银行的存款总量, 将预测的结果进行拟合可以得到图 2。

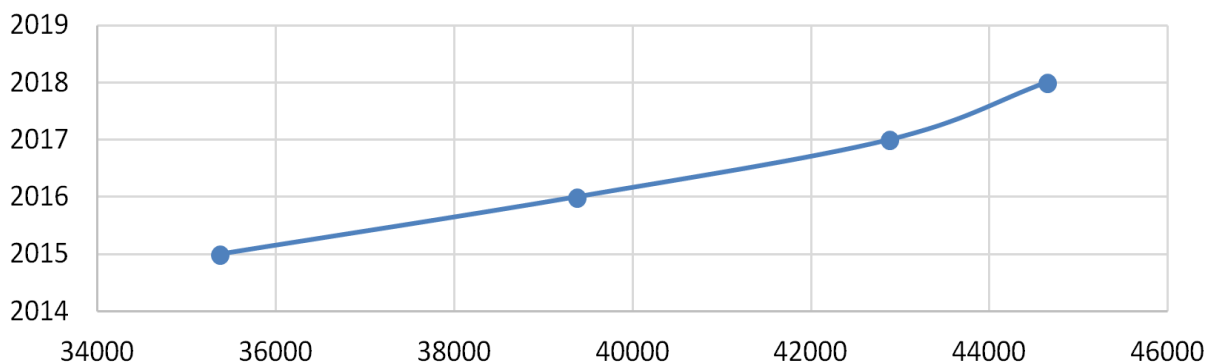


Figure 2. Fitting curve of total deposit of commercial bank

图 2. 商业银行存款总量的拟合曲线

从图 2 我们可以发现存款总量进一步的增加, 符合我国良好发展的经济形势, 因此可以证实模型结果的正确性。

6.2. 问题二的模型建立与求解

引入净差率的概念:

净差 = 银行当年的存款利率 $\times$ 银行当年的存款 - 银行当年的贷款利率 $\times$ 银行当年的贷款; 利用净差来描述各地分行放款资金吞吐能力以及盈利能力; 净差的绝对值可以描述资金吞吐能力, 净差的正负代表了银行的盈利能力或亏损能力(由常识我们知道一个银行的存款应当大于贷款; 否则这个银行就不正常) [1]; 当银行的净差率为负时只能有两种情况:

6.2.1. 银行的净差率为负的情况之一

由于国家政策的原因, 通过资金投入来刺激经济发展, 比如说北京市。

6.2.2. 银行的净差率为负的情况之二

银行处于亏损状态。通过计算我们得到了各个省市的三年的净差, 下面以 10 个省市的净差来分析: 10 个省市的净差见表 3。

Table 3. 10 net difference between provinces and municipalities
表 3. 10 个省市的净差

	2015	2016	2017
北京	15.146	-7.114	-11.681
江苏	116.488	100.537	115.532
广东	60.289	51.6375	67.3974
浙江	73.119	56.9275	68.9048
上海	55.474	42.46	40.4829
山东	25.544	15.03	17.5176
河南	31.636	24.822	28.704
湖北	36.848	30.9688	38.6378
安徽	24.791	19.7488	23.3446
四川	16.807	12.5958	16.832

通过对比我们会发现资金吞吐能力最强的省市: 江苏、浙江、广东、上海、湖北; 这与我国目前的经济发展是契合的。

在模型二里我们通过前 3 年的净差用一元二次回归[3]。

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 \quad (7)$$

$$Q(a_0, a_1, a_2) = \sum_{i=1}^m (p(x_i) - y_i)^2 = \sum_{i=1}^m (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 - y_i)^2 \quad (8)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial a_0} = 2 \sum_{i=1}^m (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 - y_i) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial a_1} = 2 \sum_{i=1}^m (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 - y_i)x_i = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial a_2} = 2 \sum_{i=1}^m (a_0 + a_1x_i + a_2x_i^2 - y_i)x_i^2 = 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} m & \sum_{i=1}^m x_i & \sum_{i=1}^m x_i^2 \\ \sum_{i=1}^m x_i & \sum_{i=1}^m x_i^2 & \sum_{i=1}^m x_i^3 \\ \sum_{i=1}^m x_i^2 & \sum_{i=1}^m x_i^3 & \sum_{i=1}^m x_i^4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^m y_i \\ \sum_{i=1}^m x_i y_i \\ \sum_{i=1}^m x_i^2 y_i \end{pmatrix} \quad (10)$$

来求出回归系数, 并预测 18 年的净差其中 ε 是随机误差, 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$;

p_1, p_2, p_3 为回归系数, 由于权重因子 = 各个省市净差/总净差; 所以本文就不展示各个城市的净差了。通过各个省市的净差占总的静差的比例作为我 18 年 30 个城市贷款变量的权重因子, 30 个城市贷款变量的权重因子见表 4。

Table 4. 30 weighting factors of loan variables in cities

表 4. 30 个城市贷款变量的权重因子

序号	比重	序号	比重
1	0.001348	16	0.022324
2	0.151246	17	0.024653
3	0.101021	18	0.028515
4	0.111665	19	0.017798
5	0.046487	20	0.017953
6	0.03097	21	0.033763
7	0.040621	22	0.019005
8	0.056188	23	0.006039
9	0.03339	24	0.020886
10	0.027721	25	0.016812
11	0.025909	26	0.009116
12	0.023339	27	0.019936
13	0.014642	28	0.019147
14	0.044897	29	0.006273
15	0.023074	30	0.005265

表中: 1、2、3 分别代表北京、江苏、广东, 其余类推。

通过对 30 个城市贷款因子进行多元线性规划来求得最大值:

多元线性规划:

$$\text{St: } \max Z = \sum_{i=1}^{30} p_i \times x_i \quad (11)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{30} x_i = 39284 \\ 2660 < x_1 < 4660 \\ 3500 < x_2 < 4950 \\ 2060 < x_3 < 4020 \end{cases} \quad (12)$$

其中 St 是各个城市的权重因子(比如 $S_1 = 0.001348$); x_i 代表代号为 i 的城市的贷款分配量($i =$ 代表北京); x_i 的范围由三年内的存款量和贷款量决定; 原则是 x_i 的下限由三年内最低贷款量决定, x_i 的上限由最大存款量决定; 当然某些地方有政策原因应反过来; 包括某些西部地区。这是每个城市对应的贷款分配具体数额: (1 代表北京), 每个城市对应的贷款分配具体数额见表 5。

Table 5. The specific amount of loan allocation in each city
表 5. 每个城市对应的贷款分配具体数额

序号	分配数额亿元	序号	分配数额亿元
1	2660	16	880
2	4950	17	760
3	4020	18	780
4	3800	19	430
5	3400	20	500
6	2340	21	888
7	1810	22	517
8	1670	23	390
9	1370	24	560
10	1290	25	320
11	1240	26	250
12	1030	27	322
13	617	28	390
14	1010	29	100
15	920	30	70

总和为 39,284 亿元。

6.3. 问题三的模型建立与求解

通过对模型 2 的分析我们知道净差越大地方资金的吞吐量越大那么这个地方的资金承受能力就越大，通过查找外部数据，对比了各个省市的 GDP 增速，GDP 增速代表着当地的经济活跃程度，也就意味着更多的企业可能会用到这一笔应急贷款，通过 GDP 的增速排名和增速比例我们重新调整权重因子在原有贷款的基础上加上这笔钱重新进行分配，调整的原则依据于省市的 GDP 增速比例，我们认为一个省市的 GDP 增长越快，那么它对资金的需求就该越大，但由于省市的资金吞吐量并不能正比与它的 GDP 增长所以我们要综合地去考虑这个问题，我们通过对两个权重再次进行权重分配来调节，对净差决定的权重因子取 0.7，对 GDP 增长率决定的权重因子取 0.3，表 6 是我们外部数据出处：2016 年各省区市 GDP 排名一览见表 6。

Table 6. Shows the GDP ranking of each province, region and city in 2016 [4]
表 6. 2016 年各省区市 GDP 排名一览[4]

地区	2016 年各省区市 GDP(亿元)	GDP(总量地位)	2016 年 GDP 增速(%)	排位
广东	79512.05	1	7.5	20
江苏	76086.17	2	7.8	14
山东	67008.19	3	7.6	16
浙江	46484.98	4	7.5	20

Continued

河南	40160.01	5	8.1	9
四川	32680.5	6	7.7	15
湖北	32297.91	7	8.1	9
河北	31827.86	8	6.8	26
湖南	31244.68	9	7.9	13
福建	28519.15	10	8.4	8
上海	27466.15	11	6.8	26
北京	24899.26	12	6.7	28
安徽	24117.87	13	8.7	6
辽宁	22037.88	14	2.5	31
陕西	19165.39	15	7.6	16
内蒙古	18632.57	16	7.2	24
江西	18364.41	17	9	4
广西	18245.07	18	7.3	23
天津	17885.39	19	9	4
重庆	17558.76	20	10.7	1
黑龙江	15386.09	21	6.1	29
吉林	14886.23	22	6.9	25
云南	14869.95	23	8.7	6
山西	12928.34	24	4.5	30
贵州	11734.43	25	10.5	2
新疆	9617.23	26	7.6	16
甘肃	7152.04	27	7.6	16
海南	4044.51	28	7.5	20
宁夏	3150.06	29	8.1	9
青海	2522.49	30	8	12
西藏	1150.071	31	10	3

然后通过对权重因子调整带入模型二，求得重新分配的方案：得到了我们关于净差因素的权重因子和 GDP 的权重因子及第三次资金分配结果与第二次的对比一览表：净差因素的权重因子和 GDP 的权重因子及第三次资金分配结果与第二次的对比一览表见表 7。

通过表我们可以得到第三次改变的城市有：贵州、江西、云南、吉林、重庆、辽宁由表 6 中的 GDP 增速比对这是符合现实的。

6.4. 问题四的模型建立与求解

对于问题四，我们首先用 MATLAB 的正态检验函数检测各分行净变化量的数据是否服从正态分布[5]，以广东分行的数据为例，检测的图像如图 3。

Table 7. Comparison of weighted factors of net difference factors and GDP and the results of the third capital allocation with the second**表 7.** 净差因素的权重因子和 GDP 的权重因子及第三次资金分配结果与第二次的对比一览表

	GDP 影响权重	净差影响权重	第二次分配方案	第三次分配方案
北京	0.029991	0.001348	2660	2660
江苏	0.034915	0.151246	4950	4950
广东	0.033572	0.101021	4020	4020
浙江	0.033572	0.111665	3800	3800
上海	0.030439	0.046487	3400	3400
山东	0.03402	0.03097	2340	2340
河南	0.036258	0.040621	1810	1810
湖北	0.036257833	0.05618817	1670	1670
安徽	0.038944	0.03339	1370	1370
四川	0.034467	0.027721	1290	1290
辽宁	-0.01119	0.025909	1240	890
河北	0.030439	0.023339	1030	1030
重庆	0.047896	0.014642	617	1030
湖南	0.035363	0.044897	1010	1010
山西	0.020143	0.023074	920	920
陕西	0.034019696	0.022323591	880	880
天津	0.040286	0.024653	760	760
广西	0.032677	0.028515	780	780
吉林	0.030886	0.017798	430	464
云南	0.038944	0.017953	500	680
福建	0.037601	0.033763	888	888
江西	0.040286	0.019005	517	650
黑龙江	0.027305	0.006039	390	390
新疆	0.034019696	0.02088566	560	560
贵州	0.047001	0.016812	320	410
甘肃	0.03402	0.009116	250	250
海南	0.033572	0.019936	322	322
内蒙古	0.032229	0.019147	390	390
宁夏	0.036258	0.006273	100	100
青海	0.03581	0.005265	70	70
总和	1	1	39284	39784

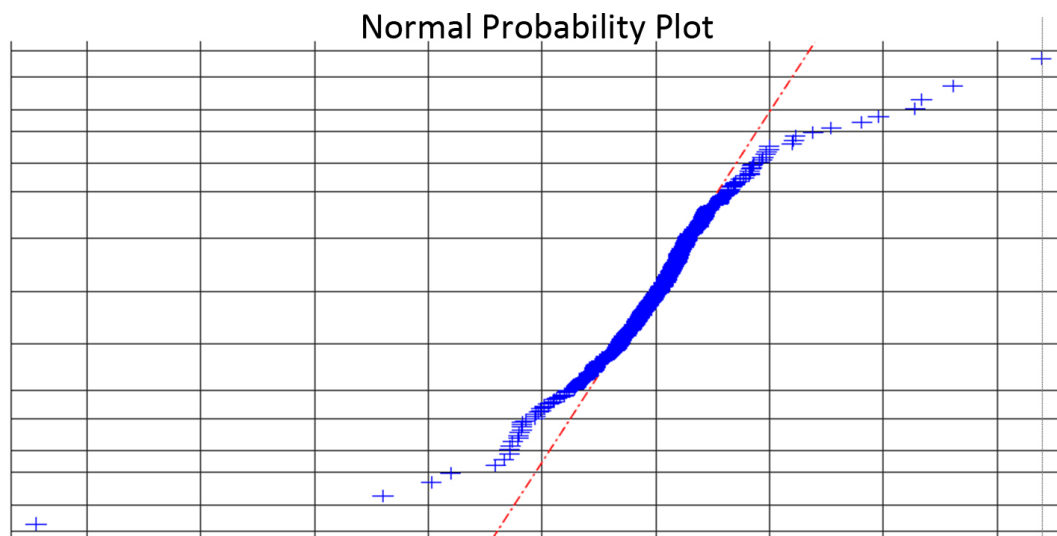


Figure 3. Image detected
图 3. 检测的图像

可以看到, 广东分行的净变化量满足正态分布的条件, 于是可以拟合出正态分布图像以及每个正态分布函数的总体均值(muhat)和方差(signahat), 如图 4 所示: 正态分布图像以及每个正态分布函数的总体均值(muhat)和方差(signahat)见图 4。

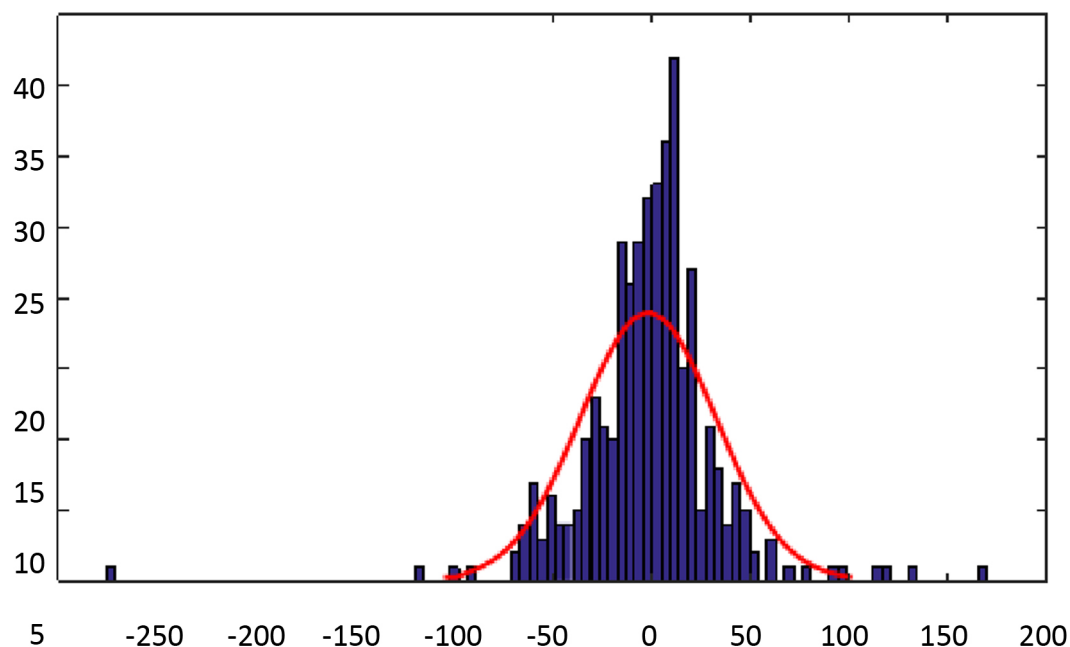


Figure 4. Normal distribution image and population mean (muhat) and variance (signahat) of each normal distribution function
图 4. 正态分布图像以及每个正态分布函数的总体均值(muhat)和方差(signahat).

$\text{muhat} = -0.9863$, $\text{sigmahat} = 34.4104$, 下一步即利用概率论与数理统计的知识, 算出 μ 的置信区间, 易知样本均值 $\bar{X}$ 是 μ 的无偏估计, 现在要利用 $\bar{X}$ 所提供的信息, 由 $P\{\theta_{\min} < \mu < \theta_{\max}\} = 1 - \alpha$ 来确定 $\theta_{\min}$, $\theta_{\max}$, 为此需要把阔行不等式中间的变量化为有确定分布的样本函数, 经简单变化得:

$$P\left\{\frac{\bar{X}-\theta_{\max}}{\sigma/\sqrt{n}}<\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}<\frac{\bar{X}-\theta_{\min}}{\sigma/\sqrt{n}}\right\}=1-\alpha \tag{13}$$

以上样本函数 $U = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim n(0,1)$ ，且 $n(0,1)$ 不依赖于任何未知参数，因此对给定的置信水平 $1-\alpha$ ，由上 α 上分位点的定义，有：

$$P\left\{-z_{\alpha/2}<\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}<z_{\alpha/2}\right\}=1-\alpha \tag{14}$$

若令 $\frac{\bar{X}-\theta_{\max}}{\sigma/\sqrt{n}}=-z_{\alpha/2}$ ， $\frac{\bar{X}-\theta_{\min}}{\sigma/\sqrt{n}}=z_{\alpha/2}$ ，可得 μ 的一个置信水平为 $1-\alpha$ 的区间为：

$$\left(\bar{X}-\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\alpha/2}, \bar{X}+\frac{\sigma}{\sqrt{n}}z_{\alpha/2}\right) \tag{15}$$

于是可得广东省在 99%置信水平的条件下， μ 的置信区间为(-5.6501, 3.6775)，解得最低的备付金额为 5.65 亿元。

其他城市的最低的备付金额依照此方法依次计算，计算结果列入总表。另外，部分省市的正态检验函数图像和拟合正态分布图像在参考文献[4]中有体现。

6.5. 问题五的求解

经过以上贷款规模的分配，可知在不考虑其他因素的条件下全行增量存贷款 利息净收入达到最大。但现实中往往还要受到很多其他因素的影响，为了更好的 帮助该银行的分配与决策，现引入某地区不良贷款规模、国际政策导向以及平衡 区域化差异顺应相应国家政策等因素来对模型进行改进。

假设某地区的不良贷款规模占总贷款量的比值为 u ，则 u 值越大说明该地区的信用等级越低。对于一些 u 值较大的省份，要慎重的选择给与他们贷款或者相应的减少贷款量。经过查阅数据显示不良贷款率区间散布：9 省市不良贷款率超越 2%内蒙古是不良贷款率最高的省份，高达 3.97%；福建、浙江、山西、山东、云南、广西、江西和四川的不良贷款率也在 2%以上；18 省市不良贷款率超越 2%除上述银行，不良贷款率较高的省份还有陕西、青海、安徽、黑龙江、湖南、辽宁等，不良率均在 1.6%以上；4 省市不良贷款率超越 2%西藏区域 2015 年的不良率最低，为 0.23%，此外，海南、北京和重庆的不良贷款率别离为 0.69%、0.84%和 0.99%。因此在 2018 年可对于一些不良贷款率值较大的省份，要慎重的选择给与他们贷款或者相应的减少贷款量。31 家省市商业银行不良贷款率(2016~2017 年)见表 8。

Table 8. Non-performing loan ratio ranking of 31 provincial and municipal commercial Banks (2016-2017) [6]
表 8. 31 家省市商业银行不良贷款率[6] (2016~2017 年)

地区	2017 年末(%)	2016 年末(%)	不良率变动
广东	1.70	1.90	-0.20
江苏	1.30	1.41	-0.11
山东	2.52	2.10	0.42
浙江	1.84	2.17	-0.53

Continued

河南	2.49	2.90	-0.41
四川	2.61	2.52	0.09
湖北	1.56	1.72	-0.16
河北	2.29	2.20	0.09
湖南	---	1.9	---
福建	1.93	2.53	-0.60
上海	0.57	0.68	-0.11
北京	0.37	0.60	-0.23
安徽	1.81	1.50	0.25
辽宁	3.69	2.96	0.73
陕西	1.95	2.52	-0.57
内蒙古	3.47	3.47	0.00
江西	2.00	2.20	-0.20
广西	1.70	1.90	-0.20
天津	1.97	1.75	0.22
重庆	1.16	1.14	0.02
黑龙江	3.32	3.46	0.40
吉林	4.31	3.85	0.46
云南	3.35	2.95	0.40
山西	3.50	4.50	-1.00
贵州	2.63	1.86	0.77
新疆	1.42	1.49	-0.07
甘肃	3.51	2.03	1.48
海南	1.50	1.40	0.10
宁夏	1.89	1.78	0.11
青海	2.70	2.10	0.60
西藏	0.33	0.30	0.03

若某地区国际政策导向较好,则即便该地区存款较少,也可以加大对该地区的贷款投放量,为未来谋得更好的发展。如一带一路沿线省份(新疆、西藏、贵州、云南、黑龙江、海南、甘肃和内蒙古等)。若某地区由于区域化差异致使该地区较为落后存款量较少,但又由于国家的战略要求要大力发展该地区,则应加大对该地区的贷款投放量,帮助该地区发展。如国家的西部大开发战略,中部崛起战略等。

7. 模型结果

模型结果见表 9。

Table 9. Model results

表 9. 模型结果

单位：亿元		问题2	问题3	问题4
序号	分行	贷款规模分配方案	贷款规模分配方案	2018 年备付资金
1	北京	2260	2660	9.15
2	江苏	4950	4950	6.22
3	广东	4020	4020	5.65
4	浙江	3800	3800	4.1
5	上海	3400	3400	7.67
6	山东	2340	2340	3.66
7	河南	1810	1810	3.15
8	湖北	1670	1670	3.81
9	安徽	1370	1370	1.97
10	四川	1290	1290	1.82
11	辽宁	1240	890	2.19
12	河北	1030	1030	1.81
13	重庆	617	1030	1.86
14	湖南	1010	1010	2.23
15	山西	920	920	1.98
16	陕西	880	880	2.24
17	天津	760	760	1.14
18	广西	780	780	1.13
19	吉林	430	464	1.24
20	云南	500	680	1.66
21	福建	888	888	1.31
22	江西	517	650	1.89
23	黑龙江	390	390	1.03
24	新疆	560	560	2.05
25	贵州	320	410	0.78
26	甘肃	250	250	0.6
27	海南	322	322	0.69
28	内蒙古	390	390	0.61
29	宁夏	100	100	0.23
30	青海	70	70	0.27
全行合计		39284	39784	74.14

8. 模型评价、改进及推广

8.1. 模型的评价

8.1.1. 模型的优点

第一问运用主成分分析和多元线性拟合方法选择出有代表性的 3 种元素并进行多元拟合, 有较好的模拟能力和较高的信任程度, 第二问中, 用线性规划解出 30 个变量的最优解, 结果较为准确, 第四问则用 matlab 模拟正态分布函数, 拟合度很高, 结果也更加准确。

8.1.2. 模型的缺点

在我们的模型假设中, 忽略了一些对问题影响的次要因素, 比如在第一问中, 我们只考虑了前三个宏观经济指标, 忽略了其他次要指标对模型的影响, 这或多或少是问题得到了简化, 但必然会产生一些误差; 主成分方法的使用不够准确, 可做更深一步的研究。另外, 解决问题的方法是有很多的, 在有些模型中只用了少数的几种方法, 思维可能比较局限; 另外, 我们建立的模型本身可能有一定的优势和缺陷, 使得结果不尽如人意。

8.2. 模型的改进

模型通过主成分分析出来的是综合在考虑宏观经济指标时可以多考虑几个甚至全部考虑进去, 也可以给每个省市提供贷款额度时, 依据实际情况, 比如不良贷款率, 经济发展情况, 国家扶持政策等因素来改变最终的分配方案。或者考虑适用度更高的算法建立模型, 是结果更加准确。

8.3. 模型的推广

该模型只是模拟了商业银行的情况, 这也可以推广到其他企业运营当中, 考虑到自身盈利的各个方面和因素, 将利益短期最大化或者选择长期发展。

9. 结束语

通过对以上问题的研究, 模拟了商业银行的情况, 该研究对国内外同行有着十分重要的意义和参考价值。

参考文献

- [1] Giordano, F.R. and Fox, W.P. 数学建模[M]. 北京: 机械工业出版社, 2014.
- [2] 吴礼斌, 李柏年. MATLAB 数据分析方法[M]. 北京: 机械工业出版社, 2017.
- [3] 司守奎, 孙玺箴. 方程建模与 MATLAB 软件[M]. 北京: 清华大学出版社, 2016.
- [4] 泰宁旅游局. 中国各省 GDP 总量排行榜, 9 省 GDP 超三万亿, 看看有没有你的家乡[EB/OL]. http://www.sohu.com/a/200138677_99986312, 2017-10-25.
- [5] 周圣武, 李金玉. 概率论与数理统计[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 2007.
- [6] 茂林之家. 31 个省市商业银行不良贷款率排名[EB/OL]. http://www.360doc.com/content/16/0810/01/16534268_582138625.shtml, 2016-08-10.

知网检索的两种方式:

1. 打开知网页面 <http://kns.cnki.net/kns/brief/result.aspx?dbPrefix=WWJD>
下拉列表框选择: [ISSN], 输入期刊 ISSN: 2161-0967, 即可查询
2. 打开知网首页 <http://cnki.net/>
左侧“国际文献总库”进入, 输入文章标题, 即可查询

投稿请点击: <http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱: fin@hanspub.org