

小波分析在金融领域中的应用

阿斯古丽·艾合麦提, 贺成婷

昌吉学院数学与数据科学学院, 新疆 昌吉

收稿日期: 2025年5月23日; 录用日期: 2025年5月30日; 发布日期: 2025年7月16日

摘要

积极探索小波分析在金融领域的应用, 拓展小波分析的应用范围, 为金融领域的研究和发展提供新的方法和思路。通过对小波分析在金融领域应用的相关理论进行梳理和总结, 明确其在处理金融数据时的优势和适用范围, 为研究提供理论指导。本文提到的具体应用, 包括: 金融时间序列分析、投资组合优化、金融风险管理与异常检测等方面的应用。

关键词

小波分析, 金融时间序列, 投资组合优化, 风险管理与异常检测

Application of Wavelet Analysis in the Financial Field

Asigul Ahmat, Chengting He

College of Mathematics and Data Science, Changji University, Changji Xinjiang

Received: May 23rd, 2025; accepted: May 30th, 2025; published: Jul. 16th, 2025

Abstract

Actively explore the application of wavelet analysis in the financial field, expand the application scope of wavelet analysis, and provide new methods and ideas for the research and development of the financial field. By sorting out and summarizing the relevant theories of wavelet analysis in the financial field, the advantages and scope of application of wavelet analysis in processing financial data are clarified, so as to provide theoretical guidance for the research. The specific applications mentioned in this article include: financial time series analysis, portfolio optimization, financial risk management and anomaly detection.

Keywords

Wavelet Analysis, Financial Time Series, Portfolio Optimization, Risk Management and Anomaly

Detection

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

利用小波的多分辨率分析特点对金融时间序列进行去噪; 利用小波变换对非平稳序列进行分析拟合; 针对时间序列中的奇异点进行检测并定位; 对金融时间序列的高频数据进行探测与分析等等。随着小波分析理论的完善与发展, 相信小波分析在金融领域中的应用会日益成熟。

宋丹丹(2023 年)将小波分析方法与面向共享信息概念的股票趋势预测框架融合, 针对算法运行速度较慢的问题, 使用矩阵运算方法代替循环运算方法面对算法进行四次优化调整, 算法运行速度得到显著性提升[1]。潘龙(2024 年)构建小波回归模型对天然气期货价格进行影响因素实证分析。结果显示, 构建的小波-随机森林模型的预测效果要优于小波回归模型、小波-BP 神经网络模型, 由此认为小波-随机森林模型可以有效预测天然气期货价格的走势[2]。熊正德(2015 年)采用小波多分辨率分析与多元 BEKK-GARCH(1,1)模型相结合方式研究了国内汇市与股市之间的波动溢出关系[3]。王一鸣(2023 年)通过小波分解中、美、英等三国股票指数 2013~2020 年的收益率, 运用小波相干谱、格兰杰检验和 GARCH-Copula 方法分析, 研究发现: 在低频段方面, 中美、中英股指呈现长期正相关, 英美德股指对中国均有引领作用; 在高频段方面, 中美、中英股指呈现负相关, 但 2018 年后中美相关性由负转正, 中美股指在短时、极端共同上涨行情和中美股指在短时、极端共同下跌行情均具有可预测性[4]。宋锐彪(2023 年)通过小波分解, 建立滑动窗口下的 GA-BP 神经网络, 采用 GRACH 模型进行预测, 再基于小波重构得到股票的最终预测数值。实验表明, 所述模型在股票预测方面比传统神经网络模型更加优越, 对股票变化规律刻画也有着一定的参考价值[5]。寇天顺(2023 年)使用 LSTM 模型对几种资产的收益率进行了预测, 对神经网络模型的数据输入进行了优化, 并构建了量化策略模拟真实市场的预测效果。研究证明了投资者情绪和小波降噪处理对神经网络模型的预测效果有明显的提升作用[6]。刘剑锋(2022 年)采用了 DCC-GARCH 和小波相干图的方法, 研究了国际原油市场指数与中国股票板块指数之间的相关性。结果显示, 国际原油市场与中国股票板块之间不存在显著的相关性, 只有在金融危机期间国际原油市场与中国股票板块之间才会存在长期相关性[7]。

然而, 现有研究仍存在一些不足之处。不同小波基函数和分解层数的选择对模型结果影响较大, 但目前缺乏统一的标准和方法来指导选择, 使得研究结果的可比性和可靠性受到一定影响。现有研究大多侧重于单一市场或简单的双市场分析, 对于多个金融市场之间在不同时间尺度下的动态关联机制研究较少, 难以全面揭示金融市场之间的复杂关系。

2. 小波分析的主要特性、小波基函数的选择和分解层数的确定

小波分析具有多尺度分析、时频局部化等重要特性, 这些特性使其在信号处理中展现出独特的优势。

一、多尺度分析是小波分析的核心特性之一。它能够将信号分解为不同尺度下的近似分量和细节分量, 实现对信号从粗到细的多分辨率分析。这种多尺度分析特性使得小波分析能够适应不同层次的信号分析需求, 无论是宏观的趋势把握还是微观的细节分析, 都能提供有效的支持。二、时频局部化是小波分析的另一个关键特性。使用小波分析时, 通过选择合适的小波函数和尺度参数, 可以在该时刻附近的时间

窗口内, 准确地分辨出鸟鸣声对应的高频成分和风声对应的低频成分, 实现对信号在时间和频率上的局部化分析。这种特性使得小波分析在处理非平稳信号时具有显著的优势, 能够捕捉到信号在不同时刻的频率变化, 从而更准确地描述信号的特征。

在金融领域应用小波分析时, 小波基函数的选择和分解层数的确定是影响分析效果的关键问题。小波基函数的特性直接决定了信号分解的时频局部化能力、正则性和对称性等关键属性, 在金融数据处理中需综合考虑以下维度: 一、金融数据的特征匹配; (1) 平稳性与突变点检测: 对于高频交易数据, 存在大量价格跳变和异常波动, 需选择紧支集、高消失矩的小波基, 以捕捉突发的高频成分。低频趋势分析可采用光滑性较好的小波基, 减少边界效应并保留趋势信息。(2) 对称性需求: 金融时间序列常需进行相位校正, 对称或近似对称小波基可避免相位失真, 确保时延估计的准确性。(3) 噪声特性: 若数据含高斯白噪声, 选择正交小波基可通过正交变换提升去噪效率; 若存在非高斯噪声, 则需考虑冗余小波基, 利用其平移不变性抑制伪吉布斯现象。二、算法性能与计算效率; (1) 快速小波变换的兼容性: 金融领域实时分析要求低计算复杂度, 优先选择可通过提升算法实现 FWT 的小波基。(2) 多分辨率分析的层级适配: 若需进行多尺度风险分解, 选择具有明确尺度函数的正交小波基, 便于构建嵌套的子空间序列, 实现跨尺度一致性分析。三、先验知识与业务场景; (1) 经济理论导向: 分析周期型金融指标, 可选择具有特定振荡频率的小波基, 通过调整中心频率匹配经济周期长度。(2) 跨市场对比需求: 全球资产配置中需统一不同市场的分析框架, 采用紧支撑且参数可调的小波基, 通过标准化小波参数实现跨市场波动率分解的可比性。

分解层数的选择需平衡信号分解的充分性与过分解导致的信息冗余, 以下为金融领域常用的定量与定性方法: 一、数据长度约束法; (1) 香农采样定理延伸: 设金融序列长度, 用于避免最底层分辨率过低。此方法适用于低频数据的多尺度分解。(2) 高频数据的分层阈值: 对于 Tick 数据, 采用自适应分层策略: 前 3 层分解高频噪声, 中间 3 层捕捉交易时段内波动, 顶层 1~2 层提取日趋势, 总层数控制在 7~8 层以避免计算过载。二、信息熵准则; (1) 小波包熵最小化: 对每层分解后的各频率子带计算香农熵。(2) 近似熵与样本熵;

3. 小波分析在金融领域中的应用

3.1. 金融时间序列分析

金融时间序列通常具有非平稳性、非线性和噪声干扰等复杂特性, 传统的分析方法往往难以准确捕捉其中的规律。小波分析能够有效地处理这些复杂特性, 为金融时间序列分析提供了新的思路和方法。

以股票价格时间序列为例, 收集贵州茅台 2001-08-27 至 2025-05-12 的日收盘价数据。首先, 选用 Daubechies 4 小波, 分解层数为 5, 分为不同尺度的近似分量和细节分量, 噪声过滤的阈值为 0.1。小波分析还可以通过对细节分量的处理, 去除噪声干扰, 提取出真正反映市场变化的有效信息。通过设定合适的阈值, 对高频细节分量中的小波系数进行处理, 将绝对值较小的系数值零, 从而实现去噪的目的。

上述图, 分为三个部分, 每个部分都有其特定的分析目的和展示内容。第一部分(图 1): 蓝色曲线代表原始价格, 呈现出股价在较长时间内的实际波动情况, 波动较为频繁且复杂, 包含了各种市场因素导致的短期和长期价格变动。红色曲线代表去噪信号, 相较于原始价格曲线更加平滑。通过小波分析的去噪处理, 去除了一些高频噪声和短期干扰, 更能体现股价的整体走势。第二部分(图 2): 绿色曲线标记为“L5 趋势分量”, 展示了贵州茅台股价在长期内的上升趋势, 前期增长较为平缓, 后期增长速度加快。绿色阴影区域位于曲线下方, 展示了趋势分量在不同时间点的波动范围, 体现了趋势的稳定性和变化区间。第三部(图 3)分: 不同颜色曲线分别代表 D1~D5 细节分量, 这些曲线体现了股价在不同高频尺度下的波动情况。高频波动较为杂乱, 反映了短期内股价受各种市场消息、投资者情绪等因素影响产生的快

速变化。检测到主要周期为 2 个交易日，意味着通过分析这些高频细节分量，发现股价在短期内存在以 2 个交易日为周期的波动模式。



Figure 1. Chart of the stock raw price and the denoised price
图 1. 股票原始价格和去噪后的价格分析图

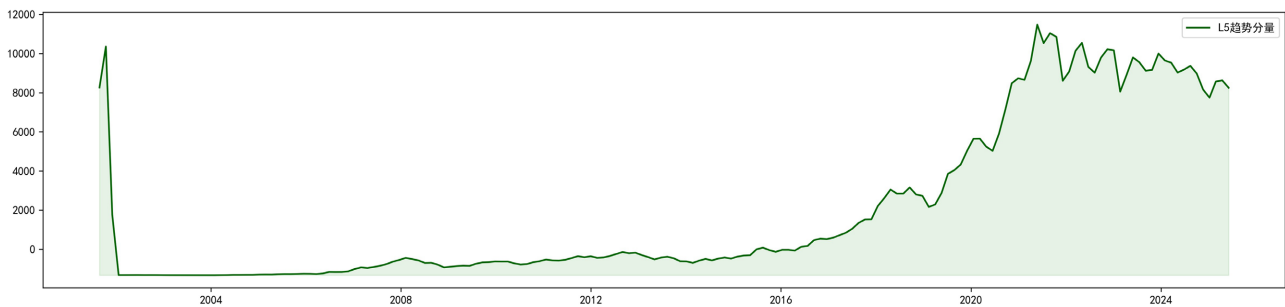


Figure 2. Low-frequency trend component
图 2. 低频趋势分量

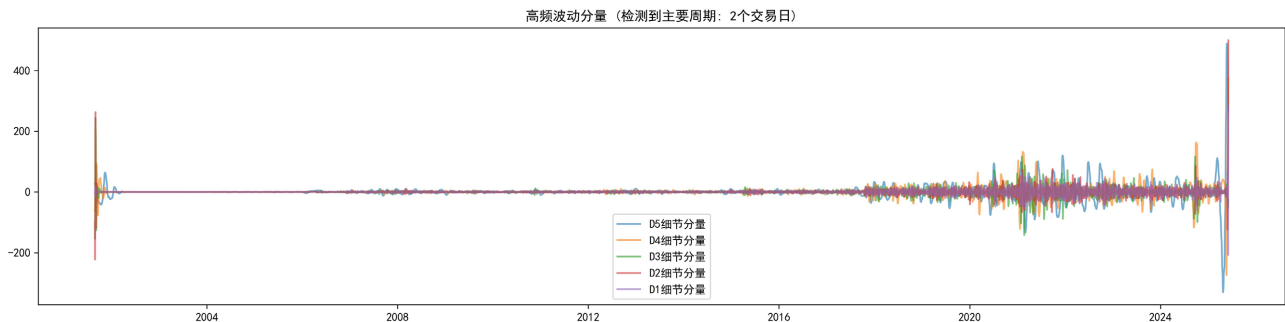


Figure 3. High-frequency fluctuating component
图 3. 高频波动分量

总体而言，这组图表通过小波分析，从原始价格中分离出去噪信号和趋势分量，展示了贵州茅台股价的长期趋势和高频波动特征，并检测出短期波动的主要周期，为分析股价走势提供了多维度的视角。

3.2. 投资组合优化

投资组合优化是金融领域的核心问题之一，其目标是在给定的风险水平下，通过合理配置资产，实现投资收益的最大化。在实际金融市场中，传统的投资组合模型在处理一些复杂数据时存在一定的局限性。

小波分析能够有效地处理非平稳和非线性数据，为投资组合优化提供了新的思路和方法。将小波分析与现代投资组合理论相结合，可以构建更加精确和有效的投资组合优化模型。

本文旨在通过模型优化投资组合配置,提升风险调整后收益。主要思想是对比传统等权重配置与基于小波分析的优化方法,验证小波模型在捕捉市场特征和优化资产配置上的有效性。实验流程包括:数据生成、特征提取、优化建模、绩效评估和可视化对比。

优化组合夏普比率为 3.27,高于等权重组合的 3.01。夏普比率衡量了单位风险下的超额收益,说明优化组合在风险调整后收益表现更优,相比等权重组合,每承担一单位风险能获得更多的额外收益。

优化组合 Sortino 比率为 1.55,等权重组合仅为 0.26。Sortino 比率聚焦于下行风险,该指标差异表明优化组合在应对下行风险时,相较于等权重组合能更好地获取收益,对投资者而言在控制损失的前提下有更好的收益获取能力。

优化后的资产权重分配差异显著,MSFT、AMZN、META 等科技股权重较高,均接近 25%,而 AAPL、JNJ、NVDA 等权重较低(如图 4 所示)。这表明优化模型根据资产的风险-收益特征,倾向于超配在模型评估中更具优势的科技股资产,低配表现相对不佳或风险-收益比不高的资产,通过这种差异化配置来优化投资组合整体表现。

在图 5 中,有效前沿展示了在不同风险水平下所能获得的最大预期收益的投资组合集合。优化组合在图中有明确位置,通过与有效前沿对比,可判断优化组合是否在合理的风险-收益区间内,评估优化模型的有效性。

基于小波分析的投资组合优化模型在年化收益率、夏普比率和 Sortino 比率等关键指标上均显著优于传统等权重配置方法,证明了小波模型在捕捉市场特征和优化资产配置上的有效性。该模型尤其在高波动市场环境中表现出更强的风险控制能力和收益获取能力(如图 6、图 7 所示)。

3.3. 风险管理与异常检测

在金融市场中,风险管理与异常检测是保障金融稳定和投资者利益的关键环节。金融市场的复杂性和不确定性使得风险的识别与管理变得极具挑战性,而异常值的出现往往预示着潜在的风险事件,如市场操纵、金融危机等。小波分析凭借其独特的时频分析能力,能够有效地识别金融市场中的异常值和潜在风险,为风险管理提供有力的支持。

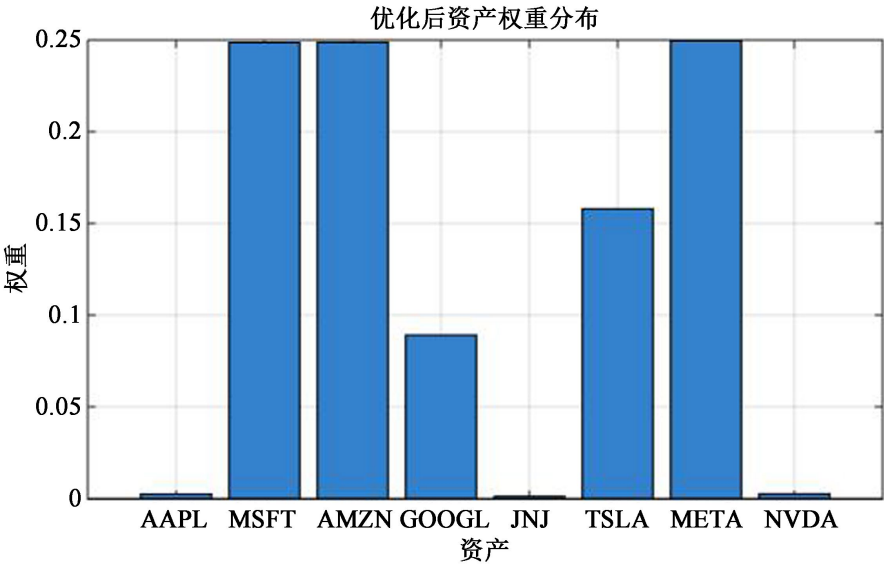


Figure 4. Optimized asset weights
图 4. 优化后资产权重

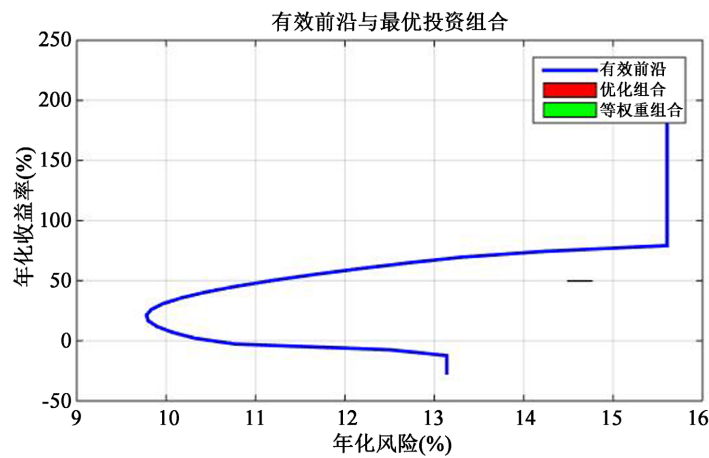


Figure 5. Effective frontier and optimal portfolio

图 5. 有效前沿与最优投资组合



Figure 6. Accumulated returns from optimized and equally weighted combinations

图 6. 优化组合与等权重组合累计收益

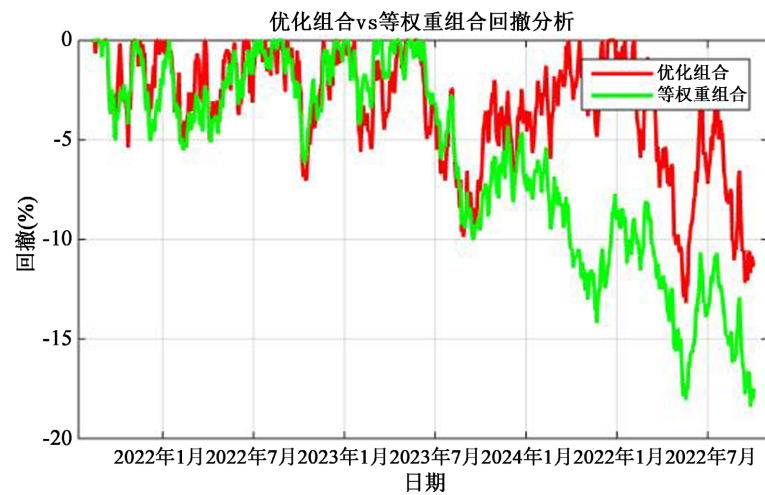


Figure 7. Optimization combination and equal weight combination pullback analysis

图 7. 优化组合与等权重组合回撤分析

以股票市场为例, 选取某一段时间内的股票价格收益率数据, 运用小波分析方法进行异常值检测。首先, 对股票价格收益率时间序列进行离散小波变换, 将其分解为不同尺度的近似分量和细节分量。在高频尺度下, 细节分量反映了股票价格收益率的短期波动和变化。由于异常值通常表现为与正常数据明显不同的波动, 因此可以通过设定合适的阈值来识别异常值。

从结果可知检测到了 13 个异常值(如图 8), 时间跨度覆盖 2023 年 2~11 月, 分布相对分散但集中在特定时段(如 2 月、4 月、6~7 月、9~11 月), 反映市场波动在这些区间更频繁或幅度更大。

异常收益率范围从-10.57% (2023-11-10)到 9.93% (2023-02-06), 涨跌双向均有显著偏离(如图 8), 说明市场极端波动既包含暴跌也有暴涨, 需关注双向风险。

如图 9 所示, 尺度 1 风险占比(约 55%)远高于其他尺度, 说明股票收益率的波动主要由短期高频成分驱动, 市场短期噪声、突发消息对收益影响更直接。这说明在小波分解的高频尺度(尺度 1)上, 收益率序列的波动更为剧烈, 不确定性更高, 蕴含着更多短期的、快速变化的风险因素; 而随着尺度增大, 进入低频尺度, 风险因素的变化相对平缓, 波动逐渐减小, 风险也随之降低。

依据小波尺度的风险分布, 构建“短期(尺度 1~2)+ 中长期(尺度 3~5)”的分层风控策略: 短期: 监控尺度 1~2 的高频波动设置更严格的止损/止盈; 中长期: 参考尺度 3~5 的趋势风险, 匹配仓位与持有周期如图 10 所示。

当前结果验证了小波分析在金融时间序列异常检测与风险分层中的有效性: 高频细节层精准捕捉短期极端波动, 多尺度分解清晰呈现风险结构。后续可结合真实市场数据(替代模拟数据)进一步校准阈值, 或融入机器学习(如用异常值训练分类模型预测波动), 提升策略实战价值。

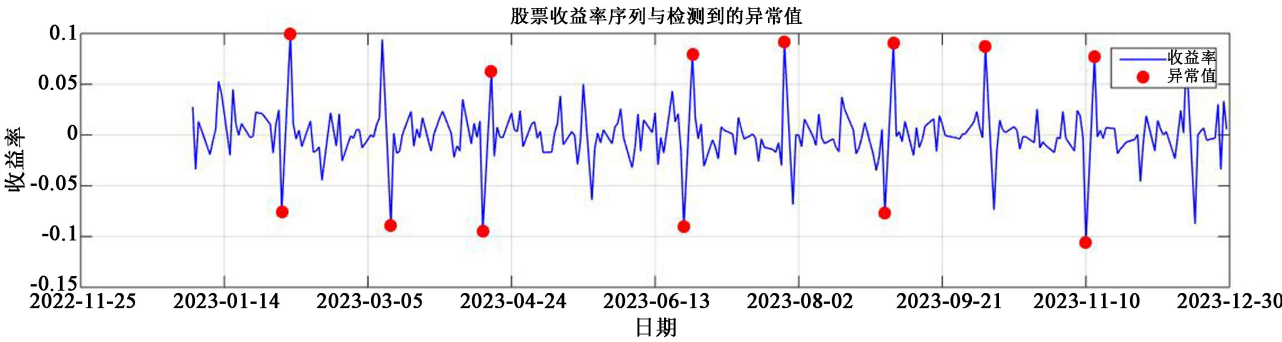


Figure 8. Stock yields vs. detected outliers
图 8. 股票收益率与检测到的异常值

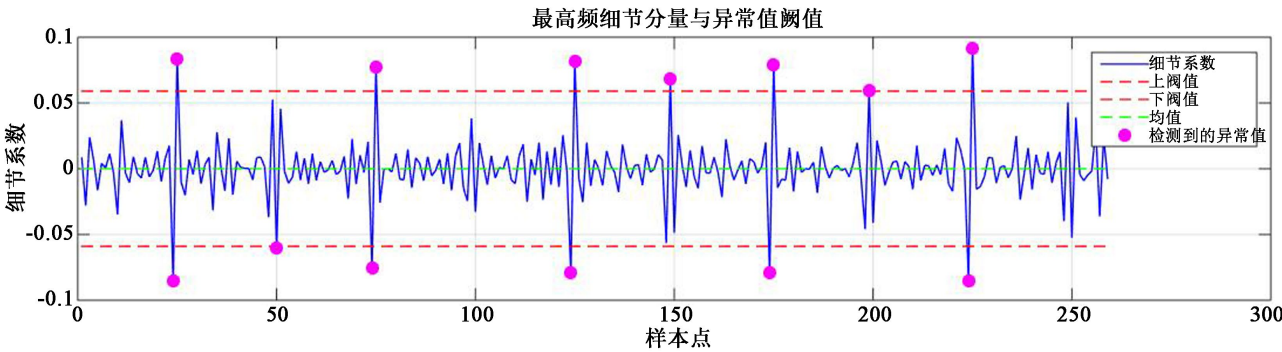


Figure 9. Highest frequency detail component and outlier threshold
图 9. 最高频细节分量与异常值阈值

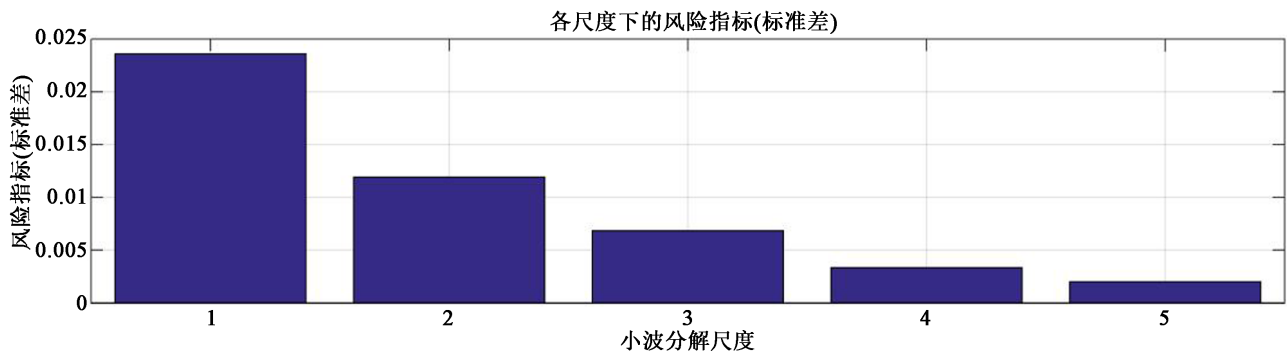


Figure 10. Risk indicators at different scales

图 10. 不同尺度下的风险指标

4. 总结

本研究深入探讨了小波分析在金融领域的应用,在金融领域,小波分析在金融时间序列分析、投资组合优化以及风险管理与异常检测等方面发挥了重要作用。在金融时间序列分析中,提出了基于小波分析处理金融时间序列的非平稳性、非线性和噪声干扰等问题的有效方法;处理这些复杂特性,提取出趋势、周期和噪声成分的有效方法,为金融市场的预测和风险评估提供了有力支持。在投资组合优化过程中,提出两种投资组合模型分别为小波模型(优化组合)和等权重组合模型;通过实证分析,发现小波模型能通过对资产的筛选和权重分配,挖掘出更具潜力的资产,提升投资组合整体盈利能力。在风险承受增加有限的情况下小波模型在平衡风险与收益方面表现更优,能为投资者提供更具性价比的风险-收益方案,尤其在应对下行风险时,能更好地保障投资者收益。在风险管理与异常检测中,阐述了如何利用小波分析识别金融市场中的异常值和潜在风险,为风险管理提供了有力的支持。结合说明小波分析方法在股票收益率异常值检测方面具有一定的有效性。它能够捕捉到收益率序列中的异常波动情况,并通过不同尺度的风险分析,从多个角度揭示股票价格波动的风险特征,帮助投资者更全面地了解股票投资风险。

从应用角度来看,小波分析在金融领域的应用研究还相对较少。随着绿色金融、区块链金融等新兴领域的快速发展,这些领域产生了大量独特的数据,为小波分析的应用提供了新的机遇和挑战。未来的研究可以聚焦于这些新兴领域,探索小波分析在数字货币价格波动分析、绿色金融项目风险评估、区块链金融交易数据安全分析等方面的应用,为金融领域的发展提供新的方法和思路。

基金项目

小波分析在经济金融领域中的应用与优化研究(KYLK035)。

参考文献

- [1] 宋丹丹. 基于图小波神经网络的股票趋势预测[D]: [硕士学位论文]. 南京: 南京审计大学, 2023.
- [2] 潘龙. 基于小波分析的天然气期货价格波动影响因素及预测研究[D]: [硕士学位论文]. 济宁: 曲阜师范大学, 2024.
- [3] 熊正德. 我国外汇市场与股票市场间波动溢出效应实证研究——基于小波多分辨的多元 BEKK-ARCH(1, 1)模型分析[J]. 中国管理科学, 2015, 23(4): 30-38.
- [4] 王一鸣. 中国与国际股市波动的时变相关性检验——基于小波分析和 ARCH-Copula 技术[J]. 大连理工大学学报 2023(5): 46-56.
- [5] 宋锐彪. 基于小波分析的滑动 GA-BP-GRACH 模型对股票的预测研究[J]. 数学的实践与认识, 2023, 53(3): 117-126.

- [6] 寇天顺. 基于小波分析和投资者情绪量化的股票价格预测方法研究[D]: [硕士学位论文]. 石家庄: 石家庄铁道大学, 2023.
- [7] 刘剑锋. 国际原油市场与中国股票板块之间的相关性研究——基于小波相干性的方法[J]. 管理研究, 2022(11): 99-105.