

隧道岩土参数概率分布及取值数目探讨研究

龙大鑫¹, 李毅坤¹, 王军锋², 付江涛^{1*}

¹陕西理工大学土木工程与建筑学院, 陕西 汉中

²常州市轨道交通发展有限公司, 江苏 常州

Email: *fujiangtao865@sina.com

收稿日期: 2021年6月1日; 录用日期: 2021年6月22日; 发布日期: 2021年6月29日

摘要

本研究选取南方某地铁某线路岩土试验测定值(粘聚力值、内摩擦角值、含水量、压缩系数、孔隙率、压缩模量和天然密度)为研究对象, 利用统计学理论对测定值总体所服从的概率分布进行拟合分析, 分别获得测定值正态分布、伽马分布、瑞利分布、泊松分布和威布尔分布下的分布参数, 并利用柯尔莫哥洛夫-斯米洛夫检验对上述分布的拟合优度进行计算, 进而获得测定值的最优分布函数, 然后通过随机抽取的方式, 从总体测定值中随机抽取4组子样, 每组子样本含量分别为30个、20个、10个和6个, 并在该基础上分析所抽取的子样是否服从与总体相一致的分布, 再通过方差分析, 检测上述子样间的显著性差异, 最后分析样本含量对概率分布参数稳定性的影响。结果表明含水量的最优分布为正态分布, 天然密度最优分布为威布尔分布, 孔隙率最优分布函数为伽马分布, 内摩擦角不服从上述任何一种分布, 粘聚力值最优分布为伽马分布, 压缩模量最优分布为伽马分布。此外, 当子样数为6时, 7项指标均与总样本空间KS检测结果不相符, 即较少的子样数会导致数据服从多种分布模型而造成土体指标统计值与实际值产生偏差, 当子样本数大于等于10时, 利用统计学原理得到的土体物理指标值及分布类型愈稳定。本研究成果对于隧道、边坡、基坑等工程勘察中的土工试样试验取值数目的确定具有一定的参考与指导价值。

关键词

变异系数, 统计模型, 土工试验值, 取值数量, 柯尔莫哥洛夫-斯米洛夫检验

Study on Probability Distribution and the Sampling Number of Geomechanical Parameters in Tunnel Engineering

Daxin Long¹, Yikun Li¹, Junfeng Wang², Jiangtao Fu^{1*}

¹School of Civil Engineering and Architecture, Shaanxi University of Technology, Hanzhong Shaanxi

²Changzhou Subrailway Development Company Limited, Changzhou Jiangsu

*通讯作者。

文章引用: 龙大鑫, 李毅坤, 王军锋, 付江涛. 隧道岩土参数概率分布及取值数目探讨研究[J]. 土木工程, 2021, 10(6): 622-630. DOI: 10.12677/hjce.2021.106070

Email: *fujiangtao865@sina.com

Received: Jun. 1st, 2021; accepted: Jun. 22nd, 2021; published: Jun. 29th, 2021

Abstract

In this study, the determined values of soil sampled from a southern city sub-railway were selected as the tested objects (cohesive force, angle of internal friction values, water content, compressibility, porosity and compression modulus and density of natural). And these values were analyzed based on the theory of statistics to investigate their probability distribution patterns, such as normal distribution, gamma distribution, Rayleigh distribution, Poisson distribution, and Weibull distribution based on Kolmogorov test to obtain their optimal distribution. Afterwards, 4 sets of samples were randomly selected from the overall samples and the quantity of each group of subsample was 30, 20, 10 and 6 respectively, and based on these extracted subsamples, analysis was conducted to test whether these subsamples follow the same distribution function as their parent samples. Based on these, ANNOV was used to analyze their consistence of the parameter with that of the overall samples. The results show that the optimal distribution of water content is normal distribution, the optimal distribution of natural density is Weibull distribution, the optimal distribution function of porosity is Gamma distribution, the internal friction angle does not obey any of the above distribution, the optimal distribution of cohesion is Gamma distribution, and the optimal distribution of compression modulus is Gamma distribution. In addition, when the sample number is six, the seven indexes and total samples based on KS test result are not consistent, the less the number of the sample will lead to a variety of distributed data model, which lead to a deviation of soil physical parameter from their actual values. And when the sample is greater than or equal to 10, the values of soil parameters based on statistical principle are stable. The results of this study have certain reference and guiding value for determining the number of test values of geotechnical samples in tunnel, slope, foundation pit and other engineering investigations.

Keywords

Coefficient of Variation, Statistical Model, Geotechnical Test Value, Number of Values, KS Test

Copyright © 2021 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 前言

岩土物理力学参数取值问题是边坡安全性、洞室安全可靠性和地基稳定性分析的基础问题之一，受化学成分、生成、赋存及沉积环境、固结程度等因素影响，土体物理力学特性通常表现出较大的变异性 and 不确定性[1] [2]。此外，试验条件、人为因素、统计误差和偏差是导致土体物理力学指标参数不确定的另一因素，属于系统误差[1]。

目前，针对岩土物理力学特性参数研究常采用的分析方法多为基于数理统计的可靠性理论[3]-[9]。如刘春(2005) [10]通过随机-模糊理论分析了黄麦岭磷矿边坡岩体抗剪强度参数；陈立宏等(2005) [8]分析了土体抗剪强度指标的概率分布类型，认为土体抗剪强度指标分布服从正态分布和对数正态分布；张文生等(2017) [11]分析了岩土参数置信水平取值对边坡稳定性的影响；陈祖煜(2018) [9]探讨建立在相对安全率

准则基础上的岩土工程可靠度分析与安全判据；综上所述，上述文献集中探讨了各种类型岩土体力学参数(粘聚力值和内摩擦角值)的分布模型以及小样本条件下，借助于先验理论对岩土体力学参数指标的估计等研究内容。在实际工况中，受工期、采样条件、工程预算等诸多因素的影响，采样数通常难以达到统计学所规定的样本数，这在一定程度上导致上述通过统计理论得到的力学指标值缺乏与实际值的对比性，这在一定程度上限制了上述方法的实际应用，同时，较小的物理样本数也导致通过样本数据获得的概率分布参数与实际分布参数不符，甚至失真，且样本数愈少，上述失真的概率显著性愈高(赵晶等, 2016) [3]，从而导致工程人员在实际工况的评断中采用错误的参数，这给相关工程的安全性和经济性带来巨大隐患。因此选取合适的样本数对于提高工程的安全性和经济性的意义不言而喻。

目前，相关规范中对于岩土体样本数的规定如下：每层岩土体主要指标的样本数量为：对于土层不应少于 6 个，岩石抗压强度不应少于 9 个。然而根据文献[1]关于“按规范样本数取 6 的条件下得到的边坡破坏概率偏小”的观点，样本数取 6 个亦是不合适的。基于上述论述可知，合理确定岩土体样本数的多少对于提高岩土体物理力学参数计算准确度，准确判断岩土体工程特性具有至关重要的作用。由此，本研究选取某地铁隧道土体 7 项物理力学指标为总体，采用统计学理论对这 7 项指标总体所服从的分布进行拟合分析，分别获得这 7 项指标总体在正态分布、伽马分布、瑞利分布、泊松分布和威布尔分布下的分布参数，并利用柯尔莫哥洛夫 - 斯米洛夫检验(Kolmogorovu-Sminov test, KS test)对上述分布的拟合优度进行计算，并通过随机抽取的方式，从总体指标中随机抽取 4 组子样，并分析所抽取的子样是否服从与总体相一致的分布，然后通过方差分析，检测上述子样间的显著性差异，最后分析样本含量对概率分布参数稳定性的影响。该研究结果可用于隧洞、边坡等设施施工中岩土试样的物理力学指标检测结果的分析。

2. 研究理论与方法

- 1) 正态分布、伽马分布、泊松分布、瑞利分布和威布尔分布可见文献[10]。
- 2) 柯尔莫哥洛夫 - 斯米洛夫检验

本研究采用柯尔莫哥洛夫 - 斯米洛夫检验(KS test)检验对抗剪强度指标进行检验，具体形式可见文献[10]。

3) 试验数据

表 1 为某地铁隧道土体物理力学指标测定结果，由该表可知土体压缩系数为 0.25，其标准差为 0.03，变异系数为 11.07%，含水率为 26.60%，标准差为 1.46%，变异系数为 5.51%，天然密度为 1.98 g/cm³，标准差为 0.02 g/cm³，变异系数为 1.13%，孔隙率为 0.75，标准差为 0.04，变异系数为 4.70%，内摩擦角为 15.41°，标准差为 3.06°，变异系数为 19.85%，压缩模量为 15.41 MPa，标准差为 3.06 MPa，变异系数为 19.85%，粘聚力值为 48.90 kPa，标准差为 8.57 MPa，变异系数为 17.53%。总之，上述 7 项指标中，内摩擦角值、压缩模量、粘聚力值和压缩系数离散性较大，含水率、天然密度和孔隙率离散性较小。

Table 1. Physical and mechanical indices of soil in subway of Changzhou

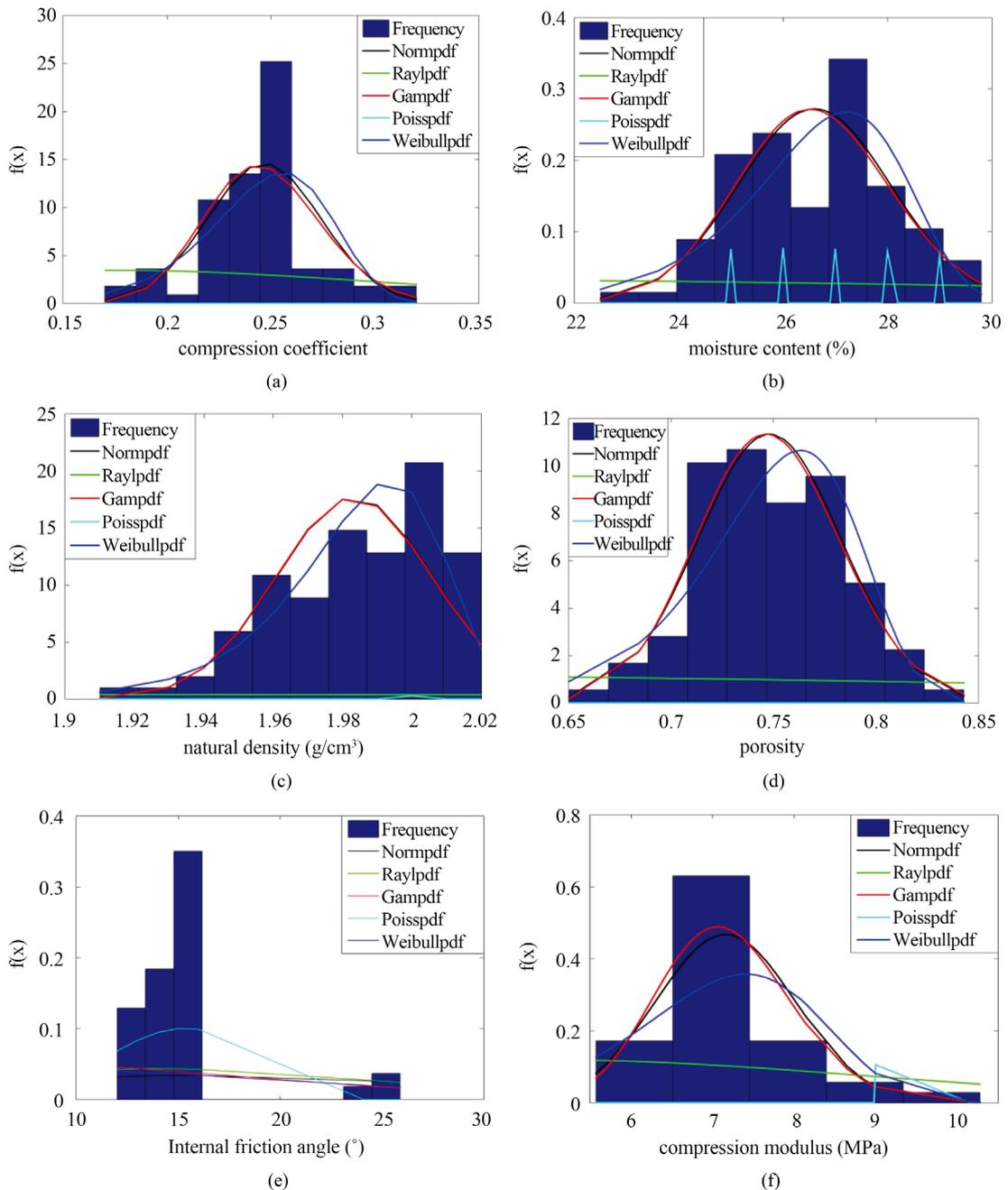
表 1. 常州地铁隧道物理力学指标测定结果

物理力学指标	压缩系数	含水率(%)	天然密度(g/cm ³)	孔隙率	内摩擦角值(°)	压缩模量(MPa)	粘聚力值(kPa)
平均值	0.25	26.60	1.98	0.75	15.41	15.41	48.90
标准差	0.03	1.46	0.02	0.04	3.06	3.06	8.57
变异系数	11.07	5.51	1.13	4.70	19.85	19.85	17.53
样本数	74	74	92	92	39	74	39

3. 土体物理指标分析

3.1. 土体物理力学指标总体分布检验及参数检验

图 1 所示为常州某地铁隧道土体试样物理指标直方图与相应分布的概率密度函数，由该图可知除内摩擦角外，其余 6 项物理指标直方图均表现出“钟”型分布特征，其相应的概率密度函数(除瑞利分布和泊松分布外)亦表现出先增加后减小的变化特征，但不同分布函数的曲线略有差异。此外，从概率密度曲线上分析，5 种概率分布函数中，正态分布、伽马分布和威布尔分布与其相应的物理指标频率变化规律基本一致，这表明正态分布、伽马分布和威布尔分布可用于描述上述 6 项物理指标的分布。



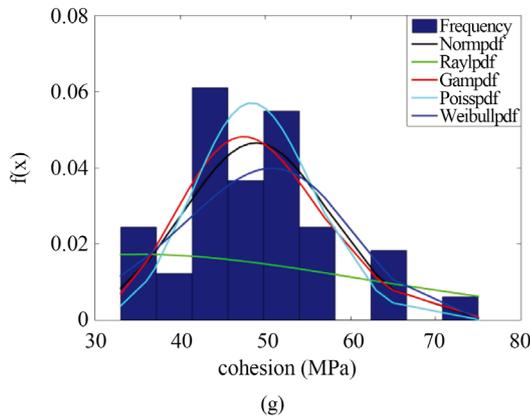


Figure 1. Probability density function curve of the physical indices of the soil (a) compression coefficient; (b) moisture content; (c) natural density; (d) porosity; (e) internal friction angle; (f) compression modulus; (g) cohesion
图 1. 土体 7 项物理指标概率密度函数曲线: (a) 压缩系数, (b) 含水率; (c) 天然密度; (d) 孔隙率; (e) 内摩擦角; (f) 压缩模量; (g) 粘聚力

为进一步定量分析 7 项指标的最优分布函数, 本研究则在上述基础上借助于 KS 检验分析了上述指标在不同分布函数下的拟合优度, 检验结果如表 2 所示, 由该表可知, 上述 7 项指标中, 除内摩擦角外, 其余分布总体上均服从正态分布、伽马分布以及威布尔分布, 但其最优分布函数各不相同。拟合优度系数愈高则表明该数值的分布愈接近于相应的分布函数, 故对于压缩系数, 其最优分布函数为正态分布, 含水量最优为正态分布, 天然密度最优分布为威布尔分布, 孔隙率最优分布函数为伽马分布, 内摩擦角不服从上述任何一种分布, 粘聚力值最优分布为伽马分布, 压缩模量最优分布函数为伽马分布。

Table 2. Distribution test results of seven types of physical indices of soil based on KS test

表 2. 土体 7 项物理指标分布的 KS 检验结果

分布类型	压缩系数	含水量	天然密度	孔隙率	内摩擦角	粘聚力	压缩模量
正态	0.056	0.729	0.057	0.910	0	0.928	0.063
伽马	0.038	0.616	0.053	0.954	0	0.975	0.137
泊松	0	0	0	0	0	0.881	0
瑞利	0	0	0	0	0	0	0
威布尔	0	0.652	0.164	0.436	0	0.616	0

3.2. 子样分布及参数检验

3.2.1. 子样数对物理指标参数的影响

本文 3.1 部分分析了土体 7 项物理指标所服从的分布, 上述分析中土体 7 项指标的试验样本数均大于 KS 及卡方分布检验以及文献[2]所规定的样本数量, 但在实际工程中, 受工期、经济性等多种因素的影响, 样本数量往往难以达到文献[2]所规定的取样数, 此外, 在较小的样本数基础上计算得到的分布参数与较多样本数计算得到的分布参数导致的相对误差可达数倍[3], 由此, 本研究在 3.1 基础上进一步分析了不同子样数条件下 7 项物理的分布及其相应的拟合优度, 其步骤如下: 1) 以表 1 所反映的 7 项物理指标为总体样本, 借助于 MatLab 软件中的随机选取命令在总体样本空间中分别随机抽样, 抽样数分别为 30 个、20 个、10 个和 6 个, 并以此作为子样本空间, 每个子样本设置 5 个平行试样; 2) 在上述基础上借助于方差分析, 探讨相同抽样数条件下, 各平行试样的物理指标的显著性差异($P < 0.05$)和极显著性差异性($P < 0.01$)。表 3 为子样本数分别为 30、20、10 和 6 的土体 7 项物理指标平均值, 由该表可知, 子样

本数分别为 30、20 和 10 时，7 项指标平均值并未产生显著性和极显著性差异，也就是说 7 项指标值并未随子样本数发生改变而改变，即 7 项指标不依赖于样本数，利用该子样本数得到的 7 项指标能映土体实测值指标，但当子样本数为 6 时，土体孔隙度显著性则发生了变化，该结果反映出当采样样本小于等于 6 时，所得到的结果可能并不能反映土体实际的孔隙度值。综上所述，以表 1 所反映的土体物理指标测定值为总体样本空间，当子样本数为 30、20 和 10 时，其相应的指标值能反映总体样本空间的实测值，当子样本数为 6 时，土体孔隙度值则不能代表其实测值。

Table 3. Distribution test results of seven types of physical indices of soil based on KS test

表 3. 不同抽样数条件下土体 7 项物理指标值

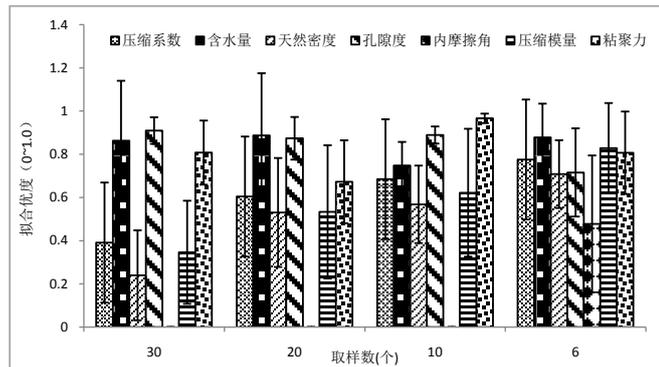
抽样数	压缩系数	含水率	天然密度	孔隙度	内摩擦角	压缩模量	粘聚力值
30	0.24 ± 0.03Aa	26.39 ± 1.54Aa	1.66 ± 0.02Aa	0.75 ± 0.04Aa	15.30 ± 2.85Aa	4.48 ± 0.86Aa	49.72 ± 9.10Aa
	0.25 ± 0.03Aa	26.31 ± 1.74Aa	1.98 ± 0.02Aa	0.74 ± 0.03Aa	15.26 ± 2.88Aa	7.06 ± 0.70Aa	48.93 ± 8.94Aa
	0.25 ± 0.03Aa	26.49 ± 1.35Aa	1.98 ± 0.02Aa	0.75 ± 0.04Aa	14.83 ± 2.36Aa	7.32 ± 1.10Aa	48.33 ± 9.26Aa
	0.25 ± 0.03Aa	26.61 ± 1.54Aa	1.98 ± 0.02Aa	0.75 ± 0.03Aa	15.76 ± 3.42Aa	7.34 ± 0.99Aa	48.30 ± 8.69Aa
	0.25 ± 0.02Aa	26.79 ± 1.42Aa	1.95 ± 0.18Aa	0.75 ± 0.04Aa	15.30 ± 2.85Aa	7.40 ± 1.15Aa	49.97 ± 8.74Aa
20	0.25 ± 0.03Aa	26.68 ± 1.48Aa	1.99 ± 0.02Aa	0.75 ± 0.04Aa	15.35 ± 2.81Aa	6.91 ± 0.69Aa	46.00 ± 6.90Aa
	0.25 ± 0.03Aa	26.55 ± 1.46Aa	1.98 ± 0.01Aa	0.76 ± 0.03Aa	15.60 ± 3.41Aa	7.24 ± 0.87Aa	50.55 ± 9.90Aa
	0.25 ± 0.04Aa	26.88 ± 1.40Aa	1.98 ± 0.02Aa	0.76 ± 0.04Aa	15.50 ± 3.42Aa	7.24 ± 0.66Aa	48.45 ± 10.90Aa
	0.25 ± 0.02Aa	26.72 ± 1.49Aa	1.98 ± 0.03Aa	0.75 ± 0.03Aa	15.59 ± 3.69Aa	7.17 ± 0.64Aa	52.50 ± 8.46Aa
	0.26 ± 0.02Aa	27.09 ± 1.49Aa	1.99 ± 0.02Aa	0.75 ± 0.03Aa	16.39 ± 3.98Aa	7.43 ± 1.19Aa	49.75 ± 10.23Aa
10	0.24 ± 0.04Aa	26.51 ± 2.15Aa	2.00 ± 0.02Aa	0.75 ± 0.03Aa	16.19 ± 3.49Aa	6.77 ± 0.18Aa	44.1 ± 16.82Aa
	0.26 ± 0.02Aa	26.85 ± 1.14Aa	1.99 ± 0.02Aa	0.76 ± 0.03Aa	14.2 ± 0.92Aa	7.20 ± 0.83Aa	51.90 ± 9.18Aa
	0.25 ± 0.03Aa	27.86 ± 1.02Aa	1.98 ± 0.02Aa	0.75 ± 0.04Aa	15.1 ± 0.99Aa	7.12 ± 0.99Aa	48.5 ± 10.72Aa
	0.25 ± 0.03Aa	26.70 ± 1.14Aa	1.98 ± 0.03Aa	0.76 ± 0.03Aa	14.8 ± 1.03Aa	6.81 ± 0.65Aa	50.2 ± 12.44Aa
	0.25 ± 0.01Aa	26.62 ± 1.30Aa	1.98 ± 0.02Aa	0.74 ± 0.03Aa	14.8 ± 6.98Aa	7.31 ± 0.67Aa	50.4 ± 10.35Aa
6	0.24 ± 0.03Aa	27.02 ± 1.62Aa	1.97 ± 0.02Aa	0.75 ± 0.03ABa	16.32 ± 4.85Aa	6.7 ± 0.93Aa	46.67 ± 4.50Aa
	0.27 ± 0.03Aa	26.77 ± 1.13Aa	1.98 ± 0.02Aa	0.73 ± 0.03Ba	16.18 ± 3.91Aa	7.21 ± 1.59Aa	54.83 ± 7.81Aa
	0.24 ± 0.03Aa	26.38 ± 1.67Aa	1.99 ± 0.02Aa	0.75 ± 0.04ABa	14.83 ± 0.75Aa	7.14 ± 0.72Aa	48.83 ± 10.01Aa
	0.24 ± 0.03Aa	26.97 ± 1.66Aa	1.99 ± 0.02Aa	0.77 ± 0.03Aa	17.45 ± 6.55Aa	7.00 ± 0.82Aa	48.67 ± 10.48Aa
	0.27 ± 0.03Aa	26.03 ± 1.52Aa	2.00 ± 0.01Aa	0.73 ± 0.02Ba	14.83 ± 1.17Aa	7.18 ± 0.25Aa	50.17 ± 7.96Aa

注：表中同一列不同小写字母表示在 0.05 水平下的显著性差异，不同大写字母表示在 0.01 水平下的显著性差异。

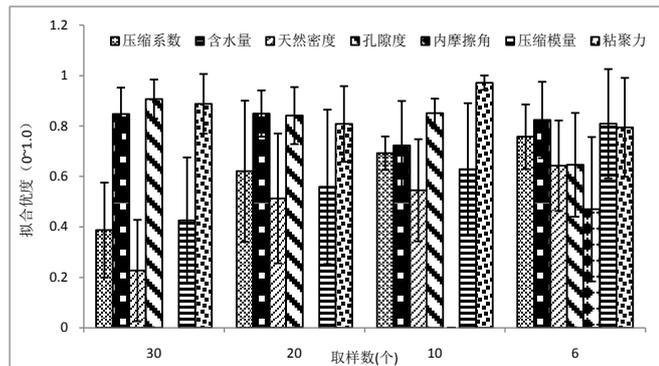
3.2.2. 子样数对物理指标分布的影响

本文 3.2.1 部分分析了子样本数对土体 7 项物理指标值的影响，本部分则在该基础上进一步分析子样本数对物理指标分布的影响，即将不同子样数(30、60、10 和 6)的平行子样值(5 个平行样本)分别代入 2.6 节部分，借助于 K-S 检验法，检验各子样值在不同分布条件下的拟合优度值，最后求每个子样在不同分布下的平均拟合优度值及平均数，以此分析不同抽样数对土体 7 项物理指标分布参数稳定性的影响，如图 2 所示，其中，图(a)为正态分布拟合优度与子样数图，(b)为伽马分布拟合优度与子样数图，(c)为泊松分布拟合优度与子样数图，(d)为瑞利分布与子样数图，(e)为威布尔分布与子样数图。总体上讲，图 2 根据拟合优度值可分为两类，其中，(a)、(b)和(e)可分为一组，(c)和(d)可分为另一组。由图 2(a)、图 2(b)和图 2(e)可知，7 项物理指标中，除内摩擦角外，其余 6 种指标的拟合优度在子样数为 30、20 和 10 时，

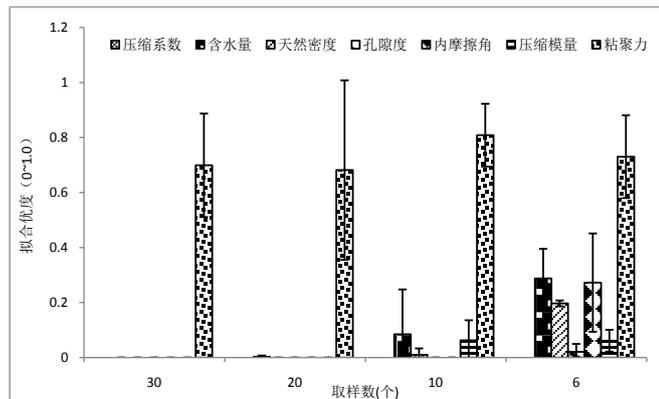
均大于 0.05, 该结果说明除内摩擦角外剩余的 6 项指标均符合正态分布、伽马分布和威布尔分布, 该结论符合总样本空间的 KS 检验结果, 但当子样数为 6 时, 7 项指标均符合正态分布, 这与总样本空间 KS 检测结果不相符, 该结论表明较少的子样数会导致所分析的数据服从多种分布模型而造成土体指标统计值与实际值产生偏差[3]。由图(c)和(d)可知, 在任何子样数条件下, 粘聚力值均服从泊松分布, 其次, 当子样数较少时, 在多子样条件下不服从泊松分布和瑞利分布的剩余 6 种指标表现出服从泊松分布和瑞利分布的特点, 该结果表明当样本数较少时, 可能会导致数据统计结果与实际值产生较大程度差异; 在此, 对于图 2 做进一步分析可知, 随着子样本数量逐渐降低, 数据的拟合优度值表现出增加的特点, 该结果表明数据量愈少, 拟合优度值愈高; 最后, 结合图 2 和表 2 结果可知, 当子样本数大于等于 10 时, 利用统计学原理计算得到的土体物理指标值及分布类型愈稳定。



(a)



(b)



(c)

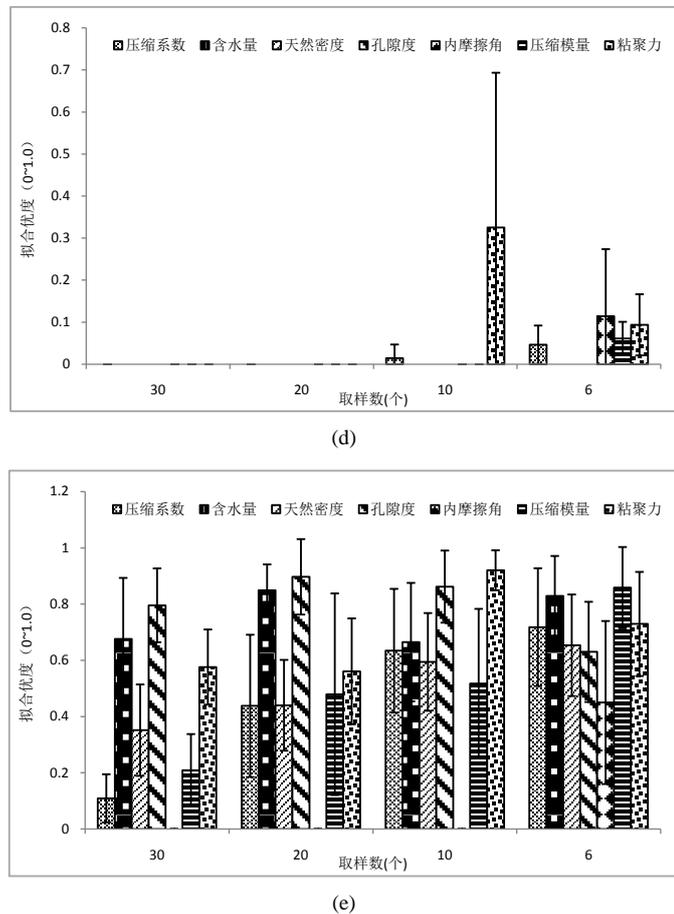


Figure 2. Relationship between goodness of fitting degree and number of sampling for the physical indices of the soil (a) normal distribution, (b) Gamma distribution, (c) Poisson distribution, (d) Rayleigh distribution, (e) Weibull distribution. Note: Degree of fittingness larger than 0.05 indicates that the indices follow the corresponding probability distribution functions

图 2. 土体 7 项物理指标拟合优度与取样个数关系 (a) 正态分布、(b) 伽马分布、(c) 泊松分布、(d) 瑞利分布、(e) 威布尔分布。注：当拟合优度大于 0.05 时，则表明指标符合相应的分布函数

4. 结论

本研究采用统计学理论对南方某地铁隧道开挖过程中土体 7 项物理力学指标所服从的分布进行拟合分析，分别获得上述指标总体在正态分布、伽马分布、瑞利分布、泊松分布和威布尔分布下的分布参数，进而利用 K-S test 对上述分布的拟合优度进行计算，并在此基础上通过随机抽取的方式，从总体指标中随机抽取 4 组子样(每组子样设 5 个平行试样)，并分析所抽取的子样是否服从与总体相一致的分布，然后通过方差分析，检测上述子样间的显著性差异，最后分析样本含水量对概率分布参数稳定性的影响，上述研究共取得以下结论：

1) 各项指标中，除内摩擦角外，其余 6 种分布总体上均服从正态分布、伽马分布以及威布尔分布，但其最优分布函数各不相同。其中，压缩系数和含水量最优分布函数均为正态分布，天然密度最优分布为威布尔函数，孔隙率、粘聚力值和压缩模量的最优分布函数为伽马分布，内摩擦角不服从上述任何一种分布。

2) 当子样数为 6 时, 7 项指标均与总样本空间 KS 检测结果不相符, 较少的子样数会导致所分析的数据服从多种分布模型而造成土体指标统计值与实际值产生偏差, 当子样本数大于等于 10 时, 利用统计学原理计算得到的土体物理指标值及分布类型愈稳定。

基金项目

陕西省大学生创新创业训练计划项目省级项目(S201910720008); 陕西理工大学人才启动基金(SLGQD2017-02)。

参考文献

- [1] 吴振君, 汤华, 王水林, 等. 岩土样本数目对边坡可靠度分析的影响研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(S1): 2846-2854.
- [2] 何秉顺, 马东亮, 王庆苗, 等. 淮河堤防土体抗剪强度指标概率模型与参数优化估计[J]. 中国水利水电科学研究院学报, 2010, 8(3): 195-200.
- [3] 赵晶, 蒋良淮, 罗强, 等. 信息不完备条件下提高边坡可靠度分析精准性方法研究[J]. 铁道建筑技术, 2016(11): 115-119.
- [4] 李飞飞, 牛真茹, 王涛. 合肥二级阶地黏土层物理力学指标概率统计及相关性分析[J]. 铁道勘察, 2020, 46(5): 91-95.
- [5] 唐小松. 基于 Copula 理论的岩土体参数不确定性建模与可靠度分析[D]: [博士学位论文]. 武汉: 武汉大学, 2014.
- [6] 张继周, 缪林昌, 刘峰. 岩土参数的不确定性及其统计方法[J]. 岩土力学, 2008, 29(S1): 495-499.
- [7] 吴越, 刘东, 孙树国, 等. 岩土强度参数正态 - 逆伽马分布的最大后验估计[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(6): 1-9.
- [8] 陈立宏, 陈祖煜, 刘金梅. 土体抗剪强度指标的概率分布类型研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(1): 37-45.
- [9] 陈祖煜, 黎康平, 李旭, 等. 重力式挡土墙抗滑稳定容许安全系数取值标准初探[J]. 岩土力学, 2018, 39(1): 1-10.
- [10] 刘春, 任悦萍. 黄麦岭磷矿采场边坡岩体力学参数的确定[J]. 勘察科学技术, 2005(5): 32-34+61.
- [11] 张文生, 罗强, 蒋良淮, 等. 边坡稳定分析中岩土参数置信水平取值探讨[J]. 铁道科学与工程学报, 2017(4): 34-41.