

盾构隧道同步注浆剪切型砂浆应力分布规律

贾庆麟¹, 张冠军², 任翔², 黄昕¹, 张子新¹

¹同济大学土木工程学院, 上海

²上海隧道工程有限公司, 上海

收稿日期: 2025年4月14日; 录用日期: 2025年5月6日; 发布日期: 2025年5月16日

摘要

盾构隧道的管片上浮作为施工过程中监测的重要部分, 施工过程中的同步注浆过程, 其压力影响和浆液的抗浮力影响着隧道上浮, 直接关系到隧道施工与运营的安全性和稳定性。本文以基于固废的剪切型浆液为例, 基于浆液性能实测数据、理论模型与数值模拟方法, 研究了在黏性土中同步注浆中注浆压力和浆液抗剪影响下, 浆液对隧道结构以及自身的应力分布规律。研究通过非牛顿流体的流变特性理论, 分析了隧道施工过程中同步注浆浆液性能对于结构内力分布和变形的影响, 探讨了剪切型砂浆中浆液性能参数对于隧道施工的影响。结果表明: (1) 剪切型砂浆的强度参数在隧道抵抗上浮中起着关键作用, 泥浆的动力粘度与浆液的强度都有利抗浮; (2) 适当控制施工参数可以有效降低注浆过程中对于结构的扰动与上浮; (3) 数值模拟揭示了盾构隧道施工过程中同步注浆的压力分布规律, 为优化注浆过程提供了重要依据。本文研究成果不仅为类似的隧道工程注浆系统设计与施工提供技术参考, 还为浆液性能的优化与结构的长期上浮预测提供了理论基础。

关键词

同步注浆, 非牛顿流体, 注浆压力, CEL数值模拟

Stress Distribution Law of Shear Mortar for Synchronous Grouting during Shield Tunneling

Qinglin Jia¹, Guanjun Zhang², Xiang Ren², Xin Huang¹, Zixin Zhang¹

¹School of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai

²Shanghai Tunnel Engineering Co., Ltd., Shanghai

Received: Apr. 14th, 2025; accepted: May 6th, 2025; published: May 16th, 2025

Abstract

The floating of tunnel segments in shield tunneling is an important part of construction monitoring. During synchronous grouting in shield tunnel construction, monitoring tunnel uplift, as grouting pressure and the anti-buoyancy properties of the slurry significantly influence this uplift, directly affecting the safety and stability of tunnel construction and operation. This paper takes shear-type grout based on solid waste as an example. Based on the measured data of grout properties, theoretical models, and numerical simulation methods, it investigates the stress distribution patterns of the grout on the tunnel structure and within itself under the influence of slurry pressure and grout shear resistance during synchronous grouting in cohesive soil. By analyzing the rheological characteristics of non-Newtonian fluids, the study examines the influence of synchronous grouting grout properties on the internal force distribution and deformation of the tunnel structure during construction and explores the impact of grout property parameters in shear-type mortar on tunnel construction. The results show that: (1) The strength parameters of shear-type mortar play a key role in the tunnel's resistance to floating, with both the dynamic viscosity of the slurry and the strength of the grout contributing to anti-floating; (2) Proper control of construction parameters can effectively reduce the disturbance and floating of the structure during grouting; (3) Numerical simulation reveals the pressure distribution patterns of synchronous grouting during shield tunneling construction, providing an important basis for optimizing the grouting process. The research findings of this paper not only offer technical references for the design and construction of grouting systems in similar tunnel projects but also provide a theoretical foundation for the optimization of grout properties and long-term prediction of tunnel floating.

Keywords

Synchronous Grouting, Non-Newtonian Fluid, Slurry Pressure, CEL Numerical Simulation

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

隧道工程修建技术中盾构法因具有对周围环境扰动小、施工安全快速等特点被广泛应用于隧道建设中，盾构法已成为城市地下工程的主流施工方法。盾构隧道施工中为避免盾构机自身与土体之间产生过大的摩擦力，保证盾构机在千斤顶推力下可以顺利向前掘进，盾构机刀盘外径略大于盾体外径。盾体为衬砌管片拼装提供工作空间，盾体与管片之间用盾尾刷隔离地下水，随着盾构机向前推进，拼装好的管片脱离盾体与进入地层发挥承载、防水等作用。因此超挖所产生的空隙段即盾体空隙和盾尾空隙中，盾尾间隙目前主要通过壁后同步注浆的方法予以填充，以防止坍塌，减小沉降。

盾构隧道施工过程中，同步注浆是填充盾尾空隙的重要一环。同步注浆对施工过程中的结构上浮、地层扰动有重要影响，因此同步注浆的理论研究有重要意义。本文对于基于固废作为基料的剪切型砂浆展开研究，分析了其力学性能与对于结构抗浮的原理。由于传统注浆材料成分不够经济环保，新型低碳浆液的研发就显得尤为必要。作为非牛顿流体，新型浆液的理论计算等部分与传统浆液有所不同，本文着重对此展开讨论，并得出各类浆液在盾尾空隙的扩散填充模型。

从分析隧道掘进过程中的隧道结构上浮出发，对于隧道上浮的计算需要建立隧道纵向的模型，基本模型是基于 wrinkle 地基梁的计算方法。王道远建立了线性荷载的双向地基模型，计算了盾构过程中隧道

上浮受同步注浆的影响量[1]。其中浆液填充盾尾空隙的压力对于出盾尾的管片有很大影响，叶飞分析了注浆过程中浆液的变化阶段[2]，Liu 等推导了宾汉姆流体条件下同步注浆浆液的周向充填和纵向扩散理论结构[3]。注浆过程受到注浆控制参数，地层和浆液力学性能参数等多方面影响，Koyama 等通过物理现场试验以及模拟隧道开挖过程，分析了不同隧道埋深和是否存在盾尾空隙情况下，顶部土压力变化以及地层变形规律[4]。

Kasper 等采用数值方法对注浆压力进行参数敏感性分析，研究了注浆压力对地表沉降、盾构移动和隧道衬砌受力的影响[5]。Zhang 等采用有限元方法对 URUP 工法进行研究，分析了施工参数对周围土体扰动的影响规律，在数值结构中注浆压力假设为与材料密度相对应的恒定梯度，结果与现场实测数据相近[6]。

对于基于固废和废弃泥浆的剪切型砂浆，其性能已有研究：Liu 和 Wang 分别对基于固废泥粉和废弃泥浆的浆液性能开展了力学性能参数试验[7][8]。此外，本研究通过泵送试验验证了浆液在施工中的可行性。对于其动力特性，王贤情通过流变试验测定了一般剪切型浆液材料的特性，为本文浆液力学参数关系的推导提供了依据[9]。在此基础上能够计算时变的单截面浆液压力，在纵向模型中得到更为准确的荷载，并基于浆液剪切特性视为剪切层，通过 Pasternak 地基模型可以完成对隧道全结构和地层的上浮量计算。Tao 通过该模型计算了隧道建造过程中的结构上浮问题[10]。本文完成浆液压力计算后通过 ABAQUS 进行数值模拟，对计算理论进行验证，其中使用的耦合欧拉-拉格朗日(CEL)方法已经在蒋霖涛的注浆模型中得到应用[11]。

2. 计算理论

2.1. 浆液的基本性能

浆液组分中，采取基于固废生产的石粉代替传统的河砂，成分如表 1。

Table 1. Slurry group distribution ratio

表 1. 浆液组分配比

| 组分 | 石粉 | 泥浆 | 固化剂 | 保水剂 |
|---------|--------|--------|-------|-------|
| 质量/g | 1608.7 | 3056.7 | 331.4 | 3.2 |
| 质量百分数/% | 32.174 | 61.134 | 6.628 | 0.064 |



Figure 1. Shear-resistant slurry form

图 1. 抗剪型浆液形态

同步注浆中采用的新型抗剪浆液以固废经过磨碎筛分获得的石粉作为基料,加入具有一定粘度的泥浆与外加剂。拌得的浆液形态如牙膏状,而其中石粉起着组成框架的骨料作用,如图 1 所示,在抵抗剪切中通过石粉的摩擦产生抗剪强度。本文主要通过十字板剪切试验测定其性能(表 2),根据十字板剪切强度公式,有:

$$M = \frac{\pi}{2} D_r^2 H C_v + \frac{\pi}{6} D_r^3 C_h \tag{1}$$

其中,

D_r 为十字板圆柱面的直径,即十字板转子相对两板的宽度;

H 为十字板高度;

C_v 、 C_h 为圆柱形破坏面水平和垂直方向的抗剪强度,这里均视为测得的抗剪强度 τ_e 。

Table 2. Shear strength measured by cross shear

表 2. 十字剪切测得的抗剪强度/Pa

| 时间 | 初始 | 2 h | 4 h | 6 h | 8 h | 10 h | 12 h | 14 h | 24 h |
|----------|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|
| 低碳同步注浆 | 825 | 851 | 928 | 1031 | 1057 | 1289 | 1547 | 1698 | 1882 |
| 抗剪型砂浆 1# | / | 877 | 851 | 928 | 1186 | 1547 | 1573 | 2063 | 2733 |
| 抗剪型砂浆 2# | / | 954 | 1006 | 1057 | 1135 | 1341 | 1573 | 1753 | 2192 |

2.2. 浆液剪切强度与流变特性分析

在十字板剪切试验中的上述剪切强度的推导建立在产生包络十字板的圆柱形剪切破坏的理想情况,圆柱面包络十字板,如图 2。

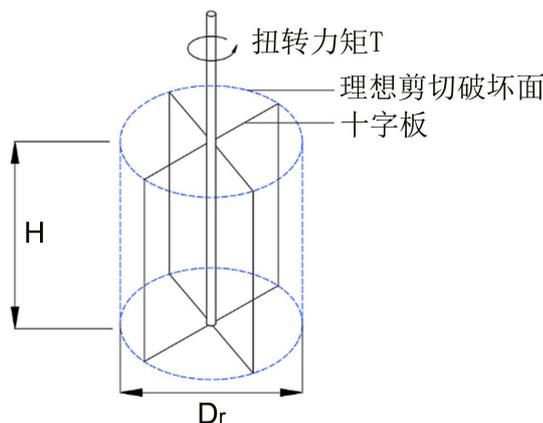


Figure 2. Cross shear test ideal damage surface

图 2. 十字剪切试验理想破坏面

在剪切型浆液的试验中,初凝前的浆液呈现的破坏形态为,由于十字板的剪切在容器产生浆液的流动,如图 3 所示。

该破坏形态需要考虑动力粘度的概念,在粒径较大(超过 500 μm)的剪切砂浆中,抗剪强度和动力粘度不严格符合其定义,其中抗剪强度需要有剪切面破坏,动力粘度由于石粉的粒径较大也难以给出稳定的结果。考虑对于计算隧道管节上浮时抗剪强度的影响,动力粘度会产生一定的影响。剪切中塑性粘度定义为剪切力梯度与剪切速率梯度的比值,其定义有:

$$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma} \quad (2)$$

式中：

τ_0 为使流体产生剪切的临界剪切力；

μ_p 为塑性粘度；

$\dot{\gamma}$ 为剪切速率，即单位时间内产生的剪切量；

τ 为在特定剪切速率下流体产生的剪切反力。

上述公式作为流体的流变本构，按有无临界剪切梯度将流体分为了牛顿流体和非牛顿流体，按粘度系数随剪切速率的变化规律又将非牛顿流体分为了剪切增稠流体和剪切变稀流体以及粘度保持不变的宾汉姆流体。通过流变试验，测得剪切型浆液在高速剪切下呈现剪切变稀的特性，且临界剪切力很大；而其中的泥浆材料则呈现出典型的宾汉姆流体特性，浆液的流变试验数据如表 3 所示。由于考虑到隧道长期上浮量范围，取 100 mm，则在浆液初凝前的 24 h，最大平均上浮速率为 0.07 mm/min，因此上浮过程中对于浆液的剪切速率相较于流变试验能采取的最低剪切速率梯度很低。同时由流变试验数据，在剪切速率 $< 50 \text{ s}^{-1}$ ，抗剪力无明显减小；剪切速率为 40 s^{-1} 时，转子对应线速度为 3.49 mm/s，所以假设浆液剪切所引起的抗剪力不随剪切速率变化。

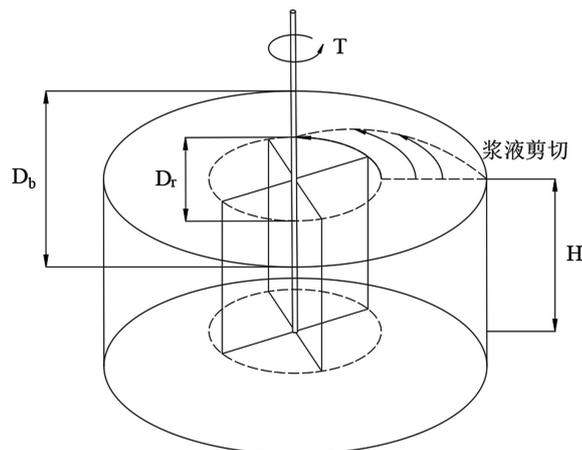


Figure 3. Actual damage morphology of shear-resistant mortar
图 3. 抗剪砂浆的实际破坏形态

Table 3. Rheological properties of slurry
表 3. 浆液的流变特性

| $\dot{\gamma}$ in 1/s | τ in Pa |
|-----------------------|--------------|
| 10 | 88.34 |
| 20.01 | 89.64 |
| 30 | 79.57 |
| 40 | 85.58 |
| 50 | 60.13 |
| 100 | 45.07 |
| 150 | 16.99 |
| 200 | 9.718 |

浆液在十字板转子作用下，假设十字剪切过程中浆液剪切梯度分布均匀，扭矩 M 使泥浆产生了临界剪力为 τ 的均匀剪切。

$$\frac{M}{D_r} = \tau_0 (D_b - D_r) H \quad (3)$$

式中：

D_b 为剪切仪容器内壁直径。

联立(1)，(3)得低速上浮下初凝前浆液测得的十字板剪切强度与临界剪切力关系有：

$$\tau_0 = \frac{\frac{\pi}{2} D_r^2 H C_v + \frac{\pi}{6} D_r^3 C_h}{D_r (D_b - D_r) H} = \frac{\pi (3 D_r H + D_r^2) \tau_e}{6 (D_b - D_r) H} \quad (4)$$

式中：

τ_e 为试验测得的剪切强度名义值。

2.3. 横截面剪切型砂浆作用力分析

隧道注浆和管片上浮过程中浆液较为低速，故假设忽略剪切变稀特性，考虑体现更为明显的临界抗剪强度，通过以上计算方法对测得的十字剪切强度替换为宾汉姆本构中的临界抗剪强度，浆液流动特性则可以按宾汉姆流体的流动特性进行求解。

同步注浆中注浆材料的扩散过程概括为充填扩散、挤压扩散、渗透扩散、劈裂扩散等。在黏性土中浆液对土体的作用以充填盾尾间隙，与挤压周围土体为主的方式进行扩散；而剪切型浆液状态参考常见的砂浆，如牙膏状，不易在土体中产生不均匀的侵入、劈裂等情况。因此忽略浆液在土体中的侵入和扩散，在注浆扩散过程中，注浆孔向上下两个方向扩散浆液，如图 4 所示；在隧道上浮过程中浆液从盾尾间隙上方流向下，如图 5 所示。该过程中浆液均产生与外部结构和自身的剪切。

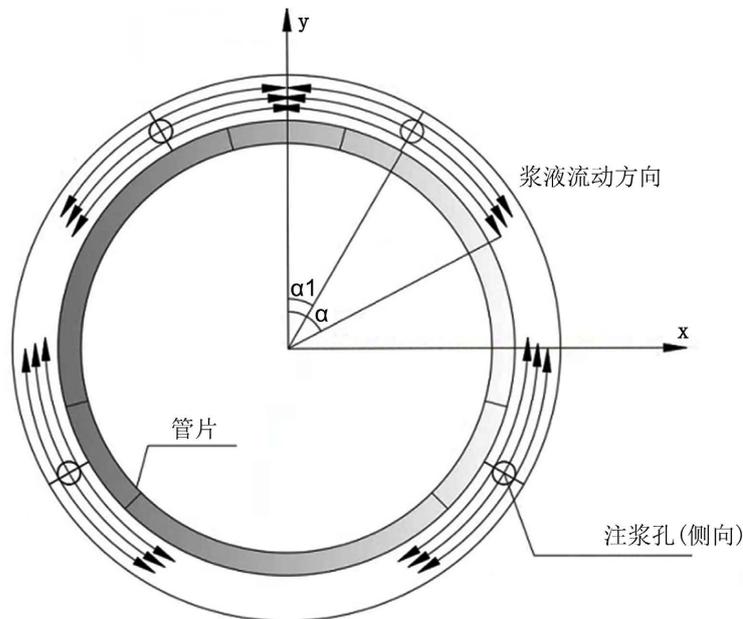


Figure 4. Slurry flow model during slurry injection and filling process
图 4. 注浆填充过程中浆液的流动模型

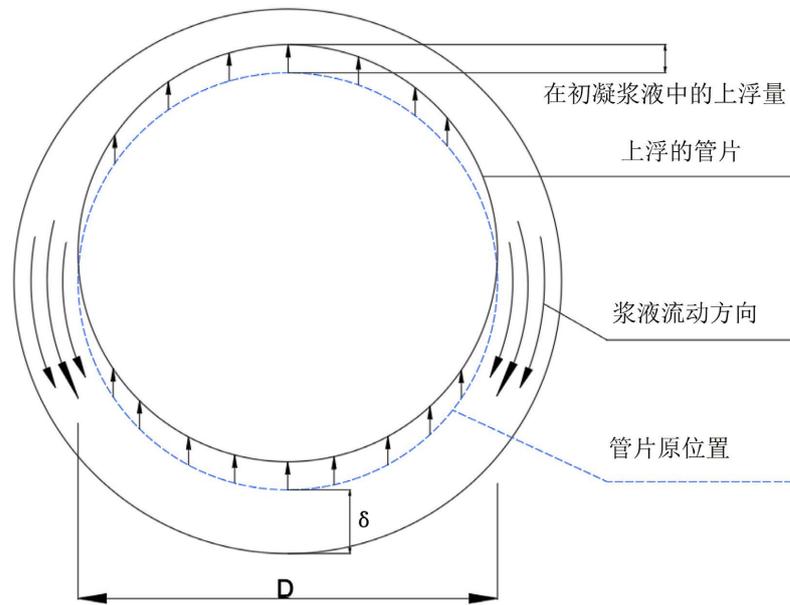


Figure 5. Slurry flow model with shear on slurry caused by uplift of pipe sheet
图 5. 管片上浮对浆液造成剪切的浆液流动模型

浆液流动中的压力分布由基于宾汉姆流体的公式[11]，浆液产生上述流动是对于管片的纵向压力计算公式为：

$$P = P_i + A(\cos \alpha_i - \cos \alpha) \pm B(\alpha_i - \alpha) \tag{5}$$

式中：

符号取正表示浆液向下扩散，取负表示向上扩散；

P_i 为第 i 个注浆孔的初始压力；

α_i 为第 i 个管片注浆孔与 y 轴的夹角。

参数 $A = \rho g R$ ；

参数 B 需要求解方程：

$$B^3 - \left(\frac{3R\tau_0}{\delta} + \frac{12\mu q}{b\delta^3} \right) B^2 - \frac{4R^3\tau_0^3}{\delta^3} = 0 \tag{6}$$

式(5)代入注浆压力，得注浆过程的浆液压力环向分布公式：

$$F_p = \prod_{i=1}^4 \int_{\Omega} (P_i + A(\cos \alpha_i - \cos \alpha) \pm B(\alpha_i - \alpha)) \tag{7}$$

式中：

Ω 为每个注浆孔 i 的影响区域。

上浮过程中管片受力分析，有每延米的阿基米德浮力

$$F_f = \frac{\rho_g g \pi D_i^2}{4} \tag{8}$$

式中：

D_i 为管片外径。

将浮力代替总的注浆压力，结合浆液在管片上浮时的流动模式，一并代入式(5)得

$$F_u = F_f - A(\cos \alpha_i - \cos \alpha) - B(\alpha_i - \alpha) \quad (9)$$

由以上公式可以计算(1) 注浆扩散充填盾尾间隙时在注浆压力下，(2) 完成充填扩散后浆液产生浮力使管片上浮时浆液对结构的的剪切力，也可以计算单截面管片所受的合力。

3. 注浆数值模拟

3.1. CEL 模型

在 Abaqus 中，CEL (Coupled Eulerian-Lagrangian)方法是一种用于模拟流体 - 结构相互作用的数值方法，特别适用于涉及大变形、自由表面流动以及流体与固体相互作用的复杂问题。该方法通过结合 Eulerian 和 Lagrangian 描述的优势，实现了对流体和固体行为的精确模拟。Eulerian 网格用于描述流体域，其网格固定而材料在网格中流动，在每个网格中有体积分数参数，即每个单元中含有的流体体积，各单元间的流体存在物质交换；Lagrangian 网格则用于描述固体域，其网格随材料移动。两者通过界面耦合实现相互作用。CEL 方法广泛应用于流体 - 结构相互作用场景，适合模拟注浆过程。

在实现过程中，需要创建 Eulerian 和 Lagrangian 域并定义相应的材料属性，由于注浆过程中注浆率超过 100%，存在充满盾尾间隙后对于管片和土体的挤压侵入，将土体与管片都放置在欧拉域中，如图 6 所示。模拟过程分为：(1) 注浆扩散过程，(2) 管片上浮过程。需要注意的是，Eulerian 网格的细化程度对模拟精度至关重要，同时需确保材料模型的准确性。由于 CEL 方法计算量较大，通常需要高性能计算资源的支持。

该模型模拟尺寸取为地铁隧道的单节管片，管片外径为 6 m。浆液采用 Us-Up 本构，由于动力显式分析步以及 CEL 方法对于计算资源要求较高，故注浆时间取为 10 s，通过注浆速率控制，在给定时间内以欧拉边界作为注浆孔的单元按总注浆量计算得到的注浆速度，进行均匀注浆。该控制方式的优点是可以精准地控制注浆量，以及各个注浆孔的注浆量分配，但在不同时刻的注浆压力有所不同。

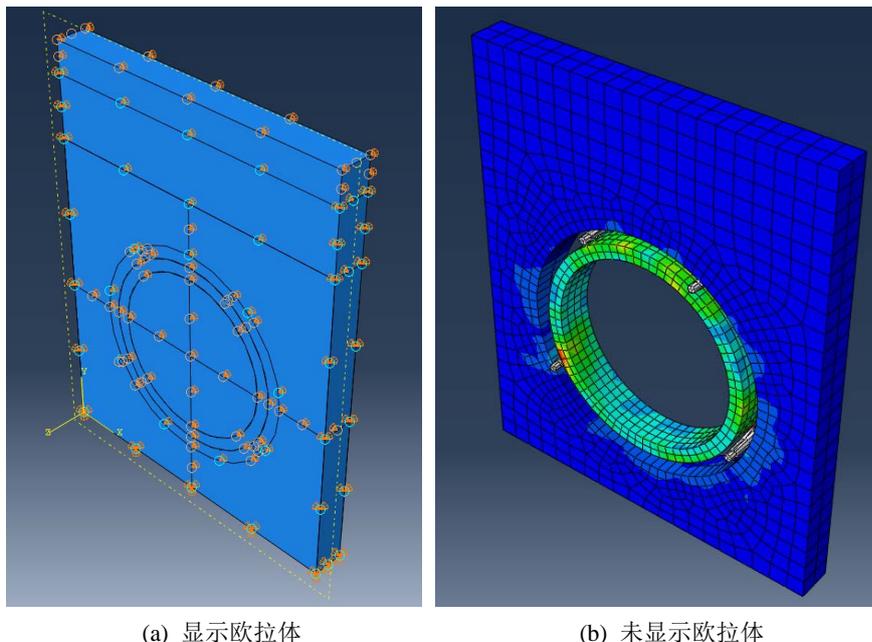


Figure 6. Modeling of single-ring grouting on shield
图 6. 盾构单环注浆模型建立情况

3.2. 模拟结果

图 7 为不同注浆率下的浆液分布情况，注浆率为同步注浆过程中注入的总浆液量体积与盾尾间隙体积比值，用百分数表示。在模拟过程中通过注浆速度进行控制，浆液流量为注浆速度与所有注浆孔总的横截面积乘积，总注浆量为浆液流量与总时间的乘积。单元的显示受体积分数的影响，该图中体积分数超过 0.5 的单元能够显示含有浆液，体积分数不足 0.5 的单元不显示。

由图可知，在浆液扩散过程中，受重力和注浆压力影响下先填充注浆孔附近空隙，再逐渐填满盾尾间隙空隙，最后形成对外部土层的部分体积侵入。在浆液填充过程中，浆液的受力主要来自自身流动过程中的剪切力；在注浆率超过 100% 后，土体受浆液渗透与挤压的侵入，会对浆液与管片产生较大的作用力；出盾尾后，浆液达到初凝前，管片在浆液浮力下的上浮同样造成浆液产生剪切力。

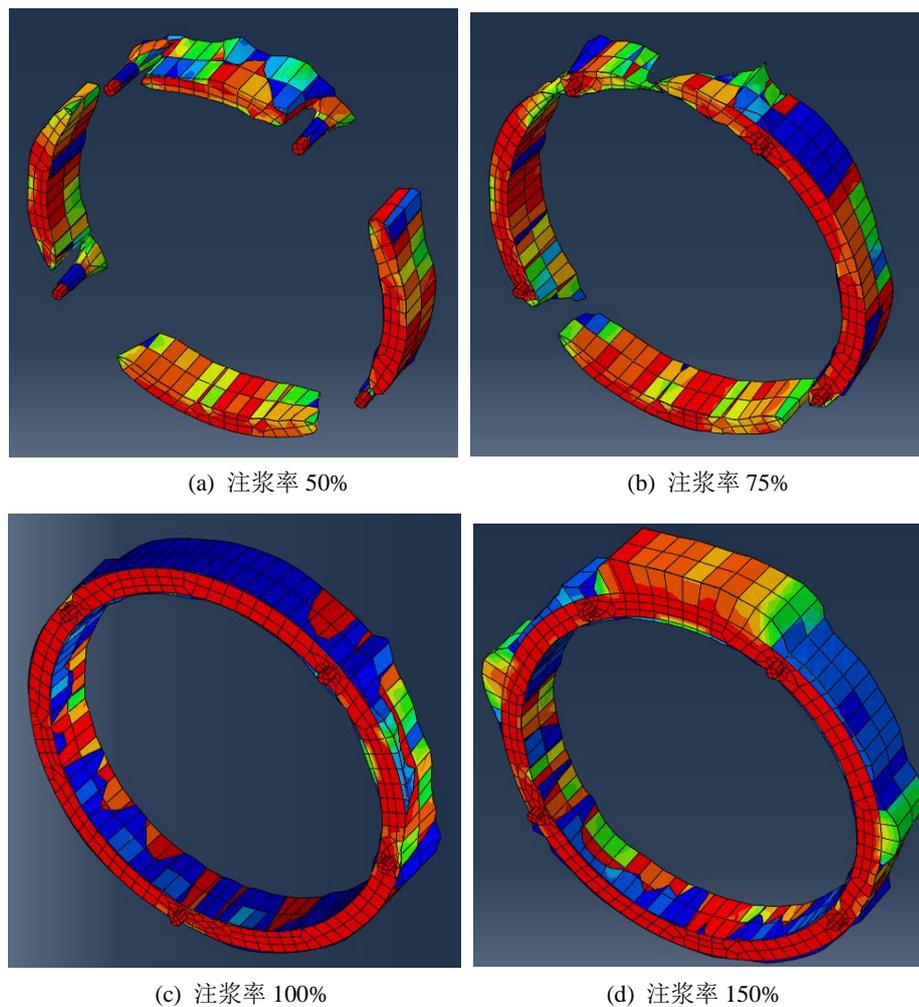


Figure 7. Distribution of slurry in the process of grouting

图 7. 注浆过程中的浆液分布情况

图 8 为拉格朗日单元的受力情况，图中管片的受力较为均匀，此时外部注浆体已经充满盾尾间隙，与上文中的分析相一致。由于注浆时间较短，受注浆压力影响，压力集中于注浆管，环向的浆液作用力分布在靠近注浆管处更大；注浆结束后更受管片上浮影响，浆液压力分布在管片和土体中都更为均匀，更多集中在上部发生上浮的位置。在实际的结构上浮计算中，应将该过程分为两个阶段。

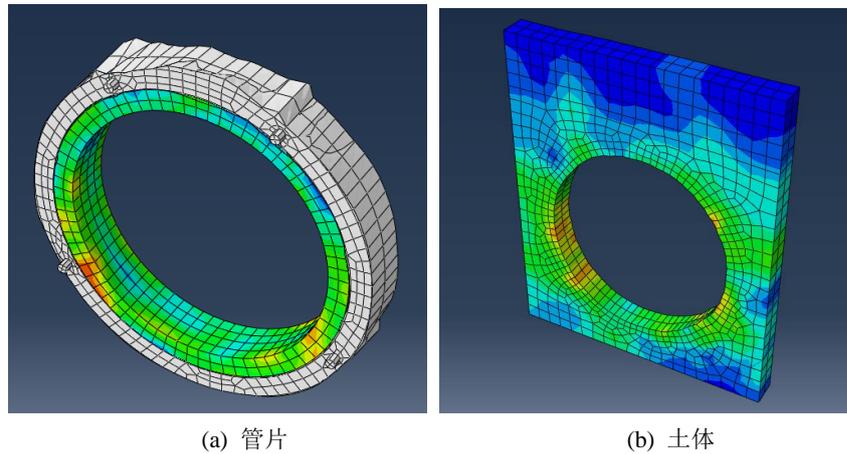


Figure 8. Force on tube sheet and soil body during grouting process
图 8. 注浆过程中的管片和土体受力情况

3.3. 与理论解的分析对比

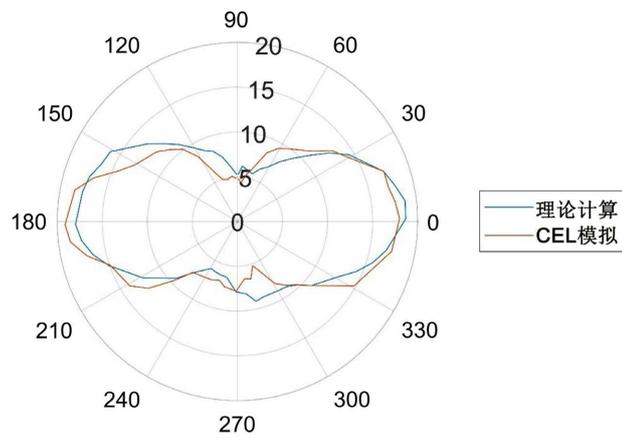


Figure 9. Pressure distribution of slurry diffusion under slurry injection pressure
图 9. 注浆压力下浆液扩散的压力分布

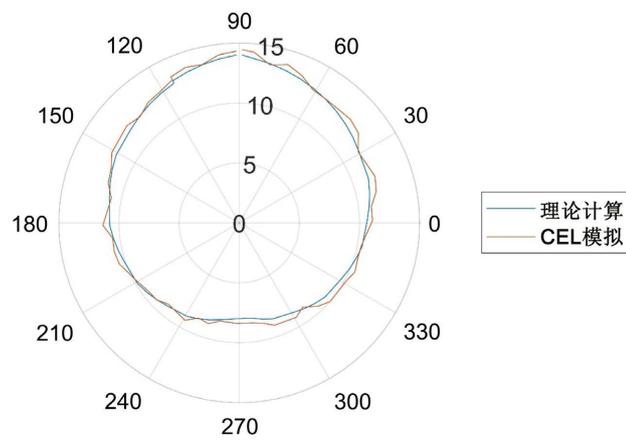


Figure 10. Pressure distribution of shear slurry in uplift of pipe sheet
图 10. 管片上浮剪切浆液的压力分布

图 9 为注浆过程中受到注浆压力的管片受力情况, 图 10 为出盾尾后管片在未达到初凝状态的浆液中上浮对浆液产生剪切的管片受力情况, 单位为 kPa。从图 9 和图 10 可知, 数值模拟的情况基本符合理论分析结果, 在注浆过程中, 同侧注浆管处的浆液压力较大, 而在上浮过程中压力分布相对均匀。在数值模拟中对图中的受力按管片上浮的方向加和, 可以获得不同阶段的单截面的管片受力情况; 在理论分析中需要对环向的作用力进行积分。以上结合纵向的地基梁模型, 可以对隧道整体结构的上浮以及地表的沉降进行进一步计算。

4. 结论

本文通过理论分析和数值模拟分析, 研究了同步注浆过程中浆液填充过程和管片上浮过程中, 剪切型同步浆液的作用力分布规律, 得出以下主要结论:

(1) 在隧道上浮分析中, 纵向模型应该将同步注浆过程分为三个阶段, 包括浆液填充阶段、浆液初凝前、浆液初凝后。其中以浆液初凝前的阶段, 浆液性质时变较大的过程最为复杂。

(2) 抗剪型砂浆以十字板剪切试验测得的剪切强度具有和动力粘度一样的动力特性, 但在结构上浮过程中均视为不受运动影响, 而受时间变化的影响, 这在隧道整体的上浮计算中将有所应用。并基于非牛顿流体的流动理论可以计算单截面浆液作用力分布。

(3) 数值模拟方法能够准确揭示隧道同步注浆过程中剪切型浆液的应力演化规律, 并为实际工程中同步注浆参数控制与优化提供了重要依据。采用 CEL 方法能够更全面地模拟浆液的流动特性与本构模型, 能够更全面地评估施工全过程中的浆液受力特性。

本文的研究成果为类似盾构同步剪切型浆液在黏性土层的应力分布计算提供了宝贵的技术参考, 明确了剪切型浆液的作用机制, 特别是对于注浆过程中注浆压力的控制, 能够起到有效的指导作用, 确保隧道安全性和稳定性。

参考文献

- [1] 王道远, 袁金秀, 朱正国, 等. 水下盾构隧道纵向上浮理论解及工程应用[J]. 岩土力学, 2014, 35(11): 3079-3085.
- [2] 叶飞. 软土盾构隧道施工工期上浮机理分析及控制研究[D]: [博士学位论文]. 上海: 同济大学, 2007.
- [3] Liu, J., Li, P., Shi, L., Fan, J., Kou, X. and Huang, D. (2021) Spatial Distribution Model of the Filling and Diffusion Pressure of Synchronous Grouting in a Quasi-Rectangular Shield and Its Experimental Verification. *Underground Space*, **6**, 650-664. <https://doi.org/10.1016/j.undsp.2021.02.002>
- [4] Koyama, Y., Okano, N., Sao, Y., et al. (1998) Back-Fill Grouting Model Test for Shield Tunnel. *Quarterly Report of RTRL*, **39**, 35-39.
- [5] Kasper, T. and Meschke, G. (2006) On the Influence of Face Pressure, Grouting Pressure and TBM Design in Soft Ground Tunnelling. *Tunnelling and Underground Space Technology*, **21**, 160-171. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2005.06.006>
- [6] Zhang, Z.X., Liu, C., Huang, X., Kwok, C.Y. and Teng, L. (2016) Three-Dimensional Finite-Element Analysis on Ground Responses during Twin-Tunnel Construction Using the URUP Method. *Tunnelling and Underground Space Technology*, **58**, 133-146. <https://doi.org/10.1016/j.tust.2016.05.001>
- [7] Liu, W., Wu, E., Du, H., Liu, H., Liu, S., Chang, K., et al. (2025) Experimental Study of the Application of Calcined Shield Muck Powder as a Substitute for Fly Ash in Synchronous Tunnel Grouting Materials. *Materials*, **18**, Article 482. <https://doi.org/10.3390/ma18030482>
- [8] 王贤情, 万文, 盛佳, 等. 基于恒定剪切速率的分级细尾砂浆流变模型研究与应用[J]. 矿业研究与开发, 2024, 44(6): 42-48.
- [9] Tao, X., Su, Y., Zhu, Q. and Wang, W. (2021) Pasternak Model-Based Tunnel Segment Uplift Model of Subway Shield Tunnel during Construction. *Advances in Civil Engineering*, **2021**, Article 8587602. <https://doi.org/10.1155/2021/8587602>
- [10] 蒋霖涛. 基于 CEL 方法的盾构隧道同步注浆扩散机理研究[D]: [硕士学位论文]. 广州: 广州大学, 2024.
- [11] 苟长飞, 叶飞, 张金龙, 等. 盾构隧道同步注浆充填压力环向分布模型[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(3): 590-598.