

基于小波变换 - 改进粒子群算法的结构损伤方法识别研究

黄人玲, 郭佳, 钟俊萍, 顾林俊, 蒋逸晨

湖南城市学院土木工程学院, 湖南 益阳

收稿日期: 2025年5月11日; 录用日期: 2025年6月4日; 发布日期: 2025年6月12日

摘要

针对结构的损伤识别问题, 本文提出基于小波变换 - 改进粒子群算法的方法来识别结构损伤。首先利用小波系数的奇异性来快速确定结构的损伤位置, 然后利用改进粒子群算法计算结构损伤位置的目标函数最优解, 从而识别结构损伤程度。为了研究小波变换 - 改进粒子群算法的有效性, 考虑了不同损伤程度的数值模拟与试验, 从而对小波变换 - 改进粒子群算法识别结构损伤的有效性作出评价。研究表明小波变换 - 改进粒子群算法在识别结构损伤时有很高的识别效率与精度, 且具有良好的运行稳定性。

关键词

小波分析, 改进粒子群算法, 损伤识别, 数值模拟, 结构试验

Research on Structural Damage Identification Methods Based on Wavelet Transform and Improved Particle Swarm Optimization Algorithm

Renling Huang, Jia Guo, Junping Zhong, Linjun Gu, Yichen Jiang

School of Civil Engineering, Hunan City University, Yiyang Hunan

Received: May 11th, 2025; accepted: Jun. 4th, 2025; published: Jun. 12th, 2025

Abstract

To address the problem of structural damage identification, a method based on wavelet transform-improved particle swarm optimization algorithm is proposed. Firstly, the singularity of wavelet

coefficients is utilized to quickly determine the damage location of the structure. Subsequently, the improved particle swarm optimization algorithm is employed to calculate the optimal solution of the objective function at the damaged location, thereby identifying the degree of structural damage. To investigate the effectiveness of the wavelet transform-improved particle swarm optimization algorithm, numerical simulations and experiments with different damage levels are conducted to evaluate its performance in structural damage identification. The study demonstrates that the wavelet transform-improved particle swarm optimization algorithm exhibits high identification efficiency and accuracy, along with good operational stability, in identifying structural damage.

Keywords

Wavelet Analysis, Improved Particle Swarm Optimization Algorithm, Damage Identification, Numerical Simulation, Structural Test

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

结构在服役期间会出现肉眼难以直接发现的损伤，这些损伤往往会累积最后导致结构失效。因此，对于损伤结构的识别研究变得越来越迫切。它不仅评估结构所处工作的状态是否安全，还可以为结构的加固措施提供依据。

近年来利用应变模态与位移模态对结构进行损伤检测，研究表明应变模态对损伤有更强的敏感性[1]。且应变模态能有效规避噪声污染[2]，从而能基于应变模态建立一种准确度高和抗噪性强的损伤识别方法。完整结构的模态形状应连续且光滑，如果结构出现损伤，则损伤区域模态形状将不再光滑或连续[3]，检测损伤区域模态形状的不连续性是本文基于振动检测损伤的主要依据。

小波变换在处理信号时其多分辨分析以及在时频两域具有良好的局部化性质，非常适合作为时频两域的分析方法，它能有效地解决时频两域的分辨率矛盾，能诊断结构的振动状态，可用于结构损伤的识别[4][5]。小波分析的奇异性原理，使得试验得到结构的模态参数在进行小波变换后，可得到数据的奇异性位置，从而能够识别结构的损伤位置[6]。虽然小波分析能高效精准定位结构损伤位置，但却不能直接识别损伤程度，而利用智能优化算法识别结构损伤程度是近年来的研究热点。H. Tran-Ngoc 等[7]采用粒子群算法(PSO)和遗传算法(GA)对 Nam O Bridge 模型参数进行更新，计算结果表明，粒子群算法在数值模型和测量值之间提供了较好的精度，而且降低了计算成本。S Chatterjee 等[8]利用粒子群算法优化神经网络选择器的最优权值，提高了传统学习算法训练人工神经网络识别结构损伤的精度。但 PSO 在搜索过程中也存在容易早熟且容易陷入局部最优解等问题。

针对以上问题，本文将小波变换与粒子群算法相结合提出了小波变换 - 改进粒子群算法的损伤识别方法。首先利用小波变换得到应变模态的小波系数图，根据小波系数的奇异性可以从小波系数图中直观的判断出结构的损伤位置。然后对粒子群算法的惯性权重的计算方法进行改进，使得改进后的粒子群算法在与本文类似的研究问题上不会陷入局部最优与早熟的问题。再利用改进粒子群算法快速识别结构损伤程度。最后通过梁结构的数值模拟与试验验证本文所提方法的有效性。

2. 小波奇异性识别原理

设函数 $\psi(t) \in L^1(\mathbb{R}) \cap L^2(\mathbb{R})$ ，并且 $\hat{\psi}(0) = 0$ ，即 $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$ ，则称 $\psi(t)$ 为一个基本小波或者母小

波。对母小波 $\psi(t)$ 做伸缩和平移得:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1)$$

其中, a, b 分别为尺度因子和平移因子, $a, b \in R$ 且 $a \neq 0$, $\psi_{a,b}(t)$ 为小波函数。

设 $\psi(t)$ 是基本小波, 对于 $f(t) \in L^2(R)$, 其连续小波变换定义为

$$Wf(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2)$$

其中, t 均为连续变量, $\psi^*(t)$ 为 $\psi(t)$ 的复共轭。

小波变换的卷积形式为

$$Wf(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt = \sqrt{|a|} f \times \bar{\psi}_{|a|}(t) \quad (3)$$

其中, $\bar{\psi}_{|a|}(t) = |a|^{-1} \psi^*(-t/a)$ 。

假设 $\theta(t)$ 为光滑函数, 由于任意低通函数 $\theta(t)$ 的导数 $\psi(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$ 为带通函数, 即满足 $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$, 则尺度因子为 S 的小波函数为:

$$\psi_s(t) = \frac{1}{s} \psi\left(\frac{t}{s}\right) = \frac{1}{s} \frac{d\theta\left(\frac{t}{s}\right)}{dt} = \frac{d\theta_s(t)}{dt} \quad (4)$$

函数 f 在尺度因子 s 上对应的基本小波的连续小波变换为

$$Wf(s,u) = s^{1/2} (f \times \bar{\psi}_s)(u) = s^{1/2} \frac{d}{du} (f \times \bar{\theta}_s)(u) \quad (5)$$

式(5)表明小波变换模极大值 $|Wf(s,u)|$ 是 f 经 $\bar{\theta}_s$ 平滑后的一阶导数的极大值, 它对应信号 f 的奇异点。

3. 改进粒子群算法

PSO 具有使用简单、收敛速度快、鲁棒性好等优点。采用 PSO 求解优化问题时, 可将优化问题的有限个可能解初始化为一个粒子群, 通过不断地迭代, 群内粒子的个体适应度和整个群体的平均适应度会不断提高。当群内粒子的个体适应度不再有显著变化或者当找到解空间中最优粒子位置, 即优化问题的最优解时, 整个群体便会停止迭代, 输出当前整个群体内的最优位置或优化问题最优解。

假设粒子群在一个 M 维的解空间中寻找最优解, 其初始化为 N 个随机粒子, 第 i 个粒子的位置 X_i 为 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iM})$, 速度 V_i 为 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iM})$, 其中 x, v 分别为 X, V 在不同维度中的分量。在迭代寻优过程中, 群内粒子先通过所建立的适应度函数 $f(x)$ 对当前所处位置的优劣程度进行评价, 然后利用式(6)和(7)找出当前群内各粒子的个体最优位置以及整个群体的全局极值。

$$p_{best}(k+1) = \begin{cases} p_{best_i}(k) & f[X_i(k+1)] \geq f[p_{best_i}(k)] \\ X_i(k+1) & f[X_i(k+1)] < f[p_{best_i}(k)] \end{cases} \quad (6)$$

$$g_{best}(k) = \min \{ f[p_{best_1}(k)], f[p_{best_2}(k)], \dots, f[p_{best_N}(k)] \} \quad (7)$$

$$v_{im}^{k+1} = wv_{im}^k + c_1 r_1 (p_{im}^k - x_{im}^k) + c_2 r_2 (g_{im}^k - x_{im}^k) \quad (8)$$

$$x_{im}^{k+1} = x_{im}^k + v_{im}^k \quad (9)$$

k 为当前迭代步数, $i=1,2,\dots,N$, $m=1,2,\dots,M$; w 为惯性权重因子, 控制搜索范围, 当 w 较大时, PSO 侧重全局搜索, 当 w 较小时侧重局部搜索; c_1, c_2 为非负加速因子也称为学习因子, 分别控制粒子的自我学习能力与社会学习能力; r_1, r_2 为 $[0,1]$ 内的随机数。利用式(6)和式(7)对追踪个体极值 P_{best} 以及全局极值 g_{best} , V 和 X 分别为群内粒子的速度和位置, 利用式(8)和式(9)对群内粒子的 V 和 X 进行迭代更新, 使算法进入下一次迭代往复循环。当群内粒子搜寻到适应度函数 $f(x)$ 的最优解或当算法满足迭代停止条件时, PSO 算法便会停止迭代, 输出当前群内最优粒子位置。

本文改善式(8)中的惯性权重因子 w 的计算方法来改善 PSO 的收敛性, w 的计算方法如式(10)所示。PSO 算法在运算时, 前期会收敛得比较快, 为了不使粒子的速度过快下降, 可以根据最大迭代次数与当前迭代次数的关系以及当前的目标函数输出值与当前所有计算出的目标函数平均值, 建立 w 的计算方法, 从而达到优化 PSO 的目的, 并通过相应的判断条件来对 w 的计算方法进行选择。

$$w = \begin{cases} w_{\max} - \frac{t \times (w_{\max} - w_{\min})}{T}, & F \leq F_{avg} \\ w_{\max}, & F > F_{avg} \end{cases} \quad (10)$$

其中 w_{\max} , w_{\min} 分别为惯性权重的最大值与最小值, 分别取 $w_{\max} = 0.9$, $w_{\min} = 0.4$; T 为最大迭代次数, t 为当前迭代次数。 F 为当前的目标函数值, F_{avg} 为当前所有粒子的平均目标函数值。当各粒子的目标值趋于一致或趋于局部最优时, 惯性权重增大, 当各粒子的目标值比较分散时, 惯性权重减小。

4. 数值算例分析

4.1. 数值模拟工况

以一个两端固支梁为研究对象, 其模型如图 1 所示, 梁的跨度为 1118 mm, 截面尺寸 $b \times h$ 为 60 mm \times 80 mm, 采用 Q235 钢, 材料密度 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$; 泊松比 $\mu = 0.3$; 弹性模量 $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 。根据结构参数, 用 ANSYS 有限元软件对图 1 建模, 梁端的 A 点与 B 点采用固支的形式, 使得梁端没有任何方向上的位移。固支梁的有限元模型按照图 1 中 A-B 的顺序均等分为 43 个单元, 并对单元节点进行依次编码。对固支梁的损伤单元及其损伤程度设定为: 12 号单元损伤程度为 4%, 25 号单元损伤程度为 20%, 38 号单元损伤程度为 10%。损伤模拟采用降低单元刚度的方法, 损伤形式为沿厚度方向的等高贯通缺口。通过运行改进粒子群算法识别结构损伤, 从而得到改进粒子群算法的计算效率、精度和算法的稳定性。

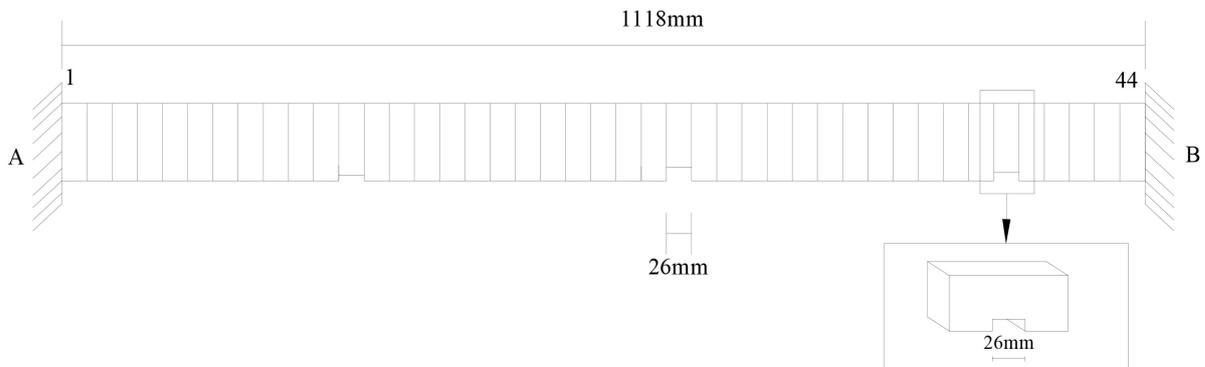


Figure 1. The fixed beam model
图 1. 固支梁模型

4.2. 结构损伤位置识别

利用 ANSYS 有限元软件建立的固支梁结构的有限元模型，按照损伤设定 12, 25, 38 号单元为损伤单元，利用 ANSYS 计算出结构的位移模态，再利用 MATLAB 计算对应的应变模态。采用 MATLAB 中的小波工具箱，选择 DB 小波对应变模态数据进行小波变换，可以得到如图 2 所示的小波系数图。

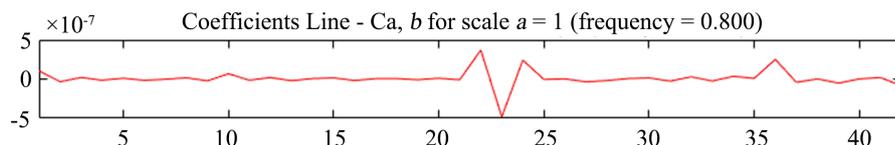


Figure 2. Wavelet coefficient diagram of the fixed beam structure
图 2. 固支梁结构的小波系数图

从图 2 可以看到，该固支梁结构的小波系数在 10、23、36 号处周围发生了突变。利用 MATLAB 在对位移模态进行二阶求导所计算出来的数据会减少两个，所以小波系数图中的 10、23、36 号实际分别对应固支梁结构模型的 12、25、38 号单元。虽然损伤位置周围也会受到损伤影响从而出现突变，但模极大值点为损伤点。由此可以判断出该固支梁结构在 12、25、38 号单元出现了损伤，这与固支梁的有限元模型的损伤单元设定相符合，验证了小波奇异性原理可以准确识别出结构损伤位置。

4.3. 结构损伤程度识别与分析

根据图 1 利用 MATLAB 对固支梁进行建模，按照图 1 中的 A-B 的顺序将梁结构均等分为 43 个单元，把 A 点作为 1 号点并把 B 点作为 44 号点，并对单元节点依次进行编号，按照编号的顺序将单元刚度进行组装得到整体刚度，从而完成建模。利用 MATLAB 软件编制改进粒子群算法的运行程序，由于前面已经识别了损伤位置，所以只需要将损伤单元的损伤程度作为适应度函数的未知量即可。为了减少算法运行时的随机性，本文在运行软件计算时，算法会在同一电脑上运行 10 次。

如图 3、图 4 所示分别为改进粒子群算法识别结构损伤的程度图和识别误差图。

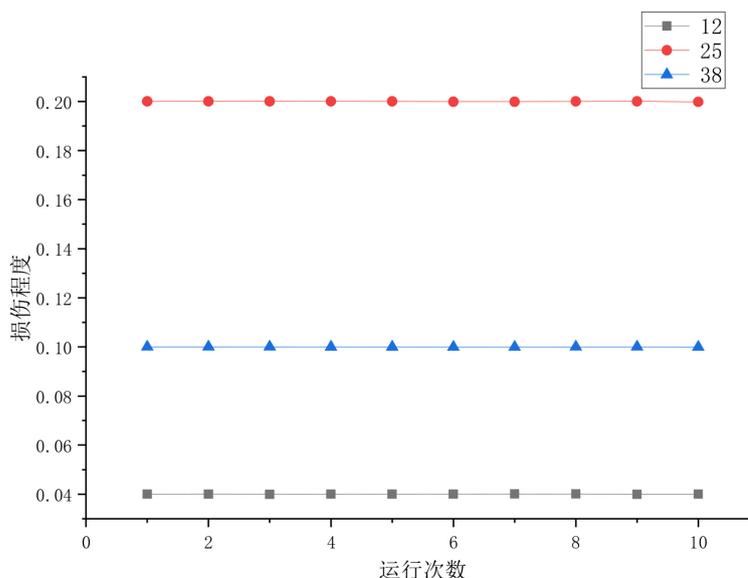


Figure 3. Recognition degree graph of improved particle swarm optimization algorithm
图 3. 改进粒子群算法识别程度图

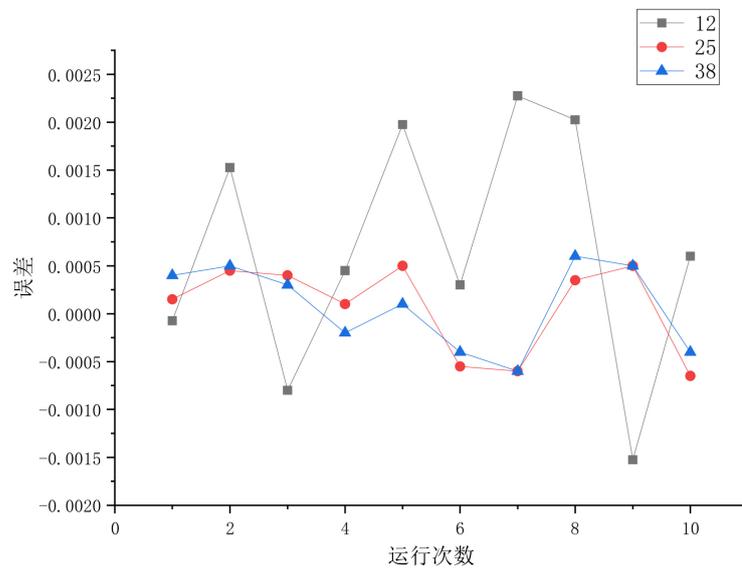


Figure 4. Identification error graph improved particle swarm optimization algorithm
图 4. 改进粒子群算法识别误差图

通过图 3 和图 4 可以发现改进粒子群算法识别结构损伤程度的精度较高，其误差在 0.25% 以内，且损伤程度越高，识别误差越小。

表 1 为改进粒子群算法分别运行十次的迭代次数与目标函数值。从表 1 可以看到，改进粒子群算法每次运行的迭代次数 $T < 100$ ，且改进粒子群算法的目标函数值 $\min F$ 的非常小。以上分析表明改进粒子群算法对于惯性权重的改良是有效的，改进粒子群算法在本文的识别问题中没有早熟与陷入局部最优。

Table 1. Iteration times and objective function values of the improve particle swarm optimization algorithm
表 1. 改进粒子群算法的迭代次数和目标函数值

运行次数	迭代次数	mini F
1	74	5.32E-05
2	75	9.87E-05
3	85	6.07E-05
4	85	9.15E-05
5	88	9.89E-05
6	88	5.77E-05
7	88	9.76E-05
8	88	8.63E-05
9	88	7.73E-05
10	88	8.69E-05
平均值	84.7	8.09E-05

通过以上分析可以看出，改进粒子群算法识别损伤的精度较高，且改进粒子群算法的结构损伤识别误差波动小，稳定性非常好。

综上所述，在结构损伤位置识别阶段，小波系数的奇异点能有效显示出结构的损伤位置。在结构损伤程度识别阶段，改进粒子群算法能有效识别结果损伤程度，且没有陷入早熟与局部最优解。数值模拟表明基于小波变换 - 改进粒子群算法的结构损伤识别方法能有效识别结构的损伤。

5. 试验分析

为了验证本文所提方法的有效性，对固支梁进行试验研究，如图 5 所示为试验布置图。如图 6 所示为沿厚度方向的贯通损伤，它由铣床制造。取跨度为 1118 mm 的 Q235 矩形钢梁，截面尺寸 $b \times h$ 为 60 mm \times 80 mm，材料密度 $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$ ；泊松比 $\mu = 0.3$ ；弹性模量 $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ 。梁的损伤工况如表 2 所示，损伤程度采用刚度折减的方法。试验采用冲击锤敲击的方式对梁的端点进行激振。以梁的中点为对称点向两端进行单元划分，单元划分完成后以一端的第一个单元的端节点作为 1 号节点向另一端最后一个单元的节点依次进行节点编号。采用 16 个传感器进行数据采集，1 号点作为参考点，传感器的布置按照从 1 号节点依次按节点编号布置在梁的上表面的中轴线上。采集到的数据采用 DH5922D 动态分析系统进行处理。试验梁的损伤深度 d 按照式(11)计算。

$$I_i = \gamma I = \frac{1}{12} b(h-d)^3 \quad (11)$$

式中 I_i 表示受损截面的惯性矩。

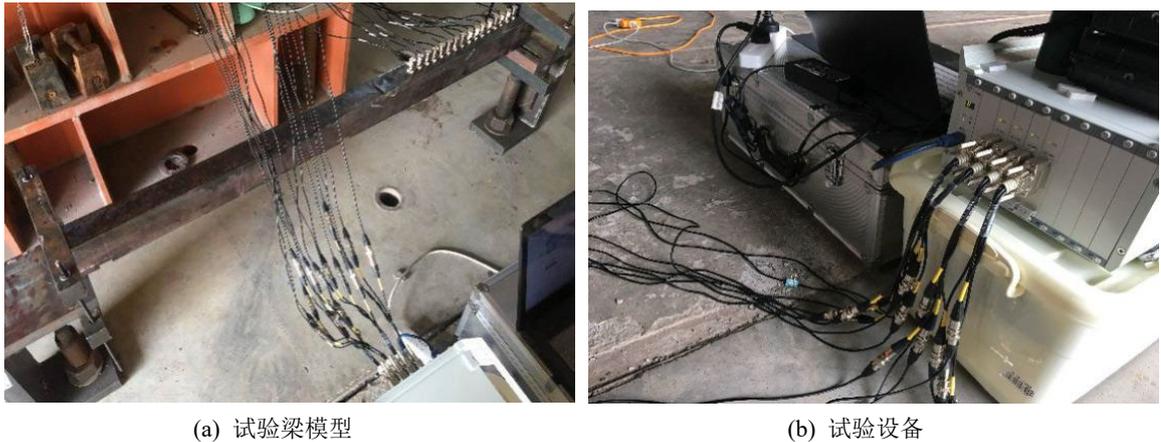


Figure 5. Experimental layout graph
图 5. 试验布置图



Figure 6. Damage setting graph
图 6. 损伤设置图

Table 2. Details of the experimental beam
表 2. 试验梁的工况详情

工况	单元个数	单元大小(mm)	损伤单元号	损伤程度(γ)	损伤深度 d (mm)
1	43	26	12	4%	1.1
			25	20%	5.7
			38	10%	2.8

如图 7 所示为损伤钢梁应变模态的小波系数图, 小波系数图中突起较为明显的位置为奇异点, 对应着梁的损伤位置。由于试验时会受到周围噪声的干扰, 数据在经过一定程度的去噪以后, 除了损伤点具有较大的奇异点值, 其他没有损伤的位置也存在较小的奇异点值。试验梁的 12 号单元的损伤信息已经被噪声所掩盖, 这表明对微小损伤进行损伤识别试验时, 损伤信息容易受到噪声的影响; 25 号单元与 38 号单元对应的 23 号节点与 36 号节点出现了明显的奇异性, 这表明 25 号单元与 38 号单元为损伤单元。

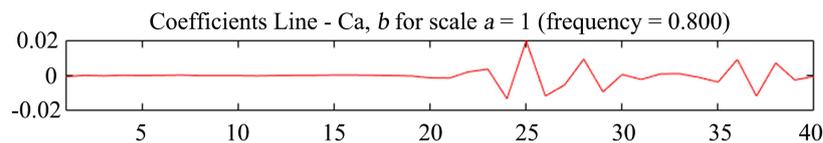


Figure 7. Wavelet coefficient graph of experimental beam
图 7. 试验梁的小波系数图

在识别出损伤位置后, 利用改进粒子群算法计算损伤位置的损伤程度。由于数据被噪声污染, 在经过 MATLAB 小波工具箱中的去噪工具进行相应的去噪处理后, 改进粒子群算法对损伤程度识别的最小绝对误差为 1.424%。根据固支梁损伤程度的识别结果和式(11), 我们对损伤程度进行逆向计算, 从而得到损伤截面的高度 h_i 。计算结果如表 3 所示。从表 3 可以看到, 计算出来的损伤截面的高度的误差在 10% 以内, 这表明改进粒子群算法能有效的识别结构的损伤程度。

Table 3. The height h_i of the damaged section
表 3. 损伤截面的高度 h_i

	$\gamma = 20\%$		$\gamma = 10\%$	
	h_i (mm)	$(h - h_i)/h$ (%)	h_i (mm)	$(h - h_i)/h$ (%)
1	73.0311	0.08711	76.5242	0.04345
2	73.0215	0.08723	76.5478	0.04315
3	73.0228	0.08722	76.5473	0.04316
4	73.0176	0.08728	76.5481	0.04315
5	73.0199	0.08725	76.5356	0.04330
6	73.0228	0.08722	76.5429	0.04321
7	73.0272	0.08716	76.5484	0.04314
8	73.0148	0.08732	76.5365	0.04329
9	73.0176	0.08728	76.5496	0.04313
10	73.0237	0.08720	76.5330	0.04334

通过对比试验结果与数值模拟结果可以发现,小波分析在理论上与试验中能有效识别结构的损伤位置,而改进粒子群算法在损伤程度识别的试验结果中存在一定程度的误差,这主要是由于环境的噪声影响过大且设置的损伤程度较小所造成的,所以后期还需要对去噪手段进行改进。但是试验结果也证明了改进粒子群算法能有效识别结构的损伤,且计算结构具有较大的参考价值。

6. 结论

本文结合小波分析和粒子群算法的优点,提出了一种基于小波变换-改进粒子群算法的结构损伤识别方法。通过数值模拟与试验分析,验证了所提方法的有效性。主要结论有:

- 1) 基于小波变换-改进粒子群算法的损伤识别方法能高效准确地识别出结构的损伤;
- 2) 利用小波系数作为损伤指标,损伤位置的识别不仅直观,而且在识别损伤位置时还具有一定的抗噪性;
- 3) 所提出的改进粒子群算法中惯性权重的计算方法的改进是有效的,改进后的粒子群算法识别效率高且稳定性好;
- 4) 由于环境噪声的影响较大,导致所提方法在识别损伤程度时出现了偏差,但是识别结果还是能提供重要的价值。

基金项目

湖南省教育厅科学研究项目:基于小波分析-粒子群算法的梁构件空间损伤识别方法研究(23B0738);大学生创新创业训练计划项目:基于多维小波分析-改进 PSO 的梁构件损伤识别方法的创新研究与应用(S202311527027)。

参考文献

- [1] Yam, L.Y., Leung, T.P., Li, D.B. and Xue, K.Z. (1996) Theoretical and Experimental Study of Modal Strain Analysis. *Journal of Sound and Vibration*, **191**, 251-260. <https://doi.org/10.1006/jsvi.1996.0119>
- [2] Guan, H. and Karbhari, V.M. (2008) Improved Damage Detection Method Based on Element Modal Strain Damage Index Using Sparse Measurement. *Journal of Sound and Vibration*, **309**, 465-494. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.07.060>
- [3] De Rosa, I.M., Santulli, C. and Sarasini, F. (2009) Acoustic Emission for Monitoring the Mechanical Behaviour of Natural Fibre Composites: A Literature Review. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, **40**, 1456-1469. <https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2009.04.030>
- [4] Kim, B.H., Park, T. and Voyiadjis, G.Z. (2006) Damage Estimation on Beam-Like Structures Using the Multi-Resolution Analysis. *International Journal of Solids and Structures*, **43**, 4238-4257. <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2005.07.022>
- [5] Jiang, X. and Mahadevan, S. (2011) Wavelet Spectrum Analysis Approach to Model Validation of Dynamic Systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **25**, 575-590. <https://doi.org/10.1016/j.ymsp.2010.05.012>
- [6] Hong, J.-C., Kim, Y.Y., Lee, H.C. and Lee, Y.W. (2002) Damage Detection Using the Lipschitz Exponent Estimated by the Wavelet Transform: Applications to Vibration Modes of a Beam. *International Journal of Solids and Structures*, **39**, 1803-1816. [https://doi.org/10.1016/s0020-7683\(01\)00279-7](https://doi.org/10.1016/s0020-7683(01)00279-7)
- [7] Tran-Ngoc, H., Khatir, S., De Roeck, G., Bui-Tien, T., Nguyen-Ngoc, L. and Abdel Wahab, M. (2018) Model Updating for Nam O Bridge Using Particle Swarm Optimization Algorithm and Genetic Algorithm. *Sensors*, **18**, Article 4131. <https://doi.org/10.3390/s18124131>
- [8] Chatterjee, S., Sarkar, S., Hore, S., Dey, N., Ashour, A.S. and Balas, V.E. (2017) Particle Swarm Optimization Trained Neural Network for Structural Failure Prediction of Multistoried RC Buildings. *Neural Computing and Applications*, **28**, 2005-2016. <https://doi.org/10.1007/s00521-016-2190-2>