

500 m级拱桥缆索吊施工期间风缆振动特性研究

周 帅^{1,2}, 于 鹏^{2*}, 张 欢², 王 慎²

¹西南交通大学土木工程学院, 四川 成都

²中国建筑第五工程局有限公司, 湖南 长沙

收稿日期: 2025年8月3日; 录用日期: 2025年8月23日; 发布日期: 2025年9月4日

摘 要

某主跨500 m级特大拱桥按缆索吊装斜拉扣挂施工法设计, 其缆索吊风缆跨径接近800 m, 且风缆跨内无任何横向缆索或竖向吊杆, 导致其几何刚度非常低。这类超长水平柔性风缆在桥梁工程中罕见, 有必要分析其振动特性。本文建立了这类超长水平柔性风缆振动的理论模型, 并分析了各设计参数对该桥风缆振动响应的影响。结果表明: 1) 在轴向激励频率 Ω 与一阶固有频率 f_1 的比值分别为1和2附近时, 风缆将分别出现明显的线性内部共振和参数共振; 2) 风缆参数振动对激励频率 Ω 非常敏感, 这与超长索的自振基频过低有关; 3) 轴向激励幅值 U_d 对风缆的参数振动有显著影响, 激励幅值较小时不足以激发参数共振, 激励幅值较大时参数共振的振幅增大、但增速有所放缓; 4) 风缆阻尼比 ξ_1 对风缆的参数振动有显著影响, 阻尼比较小时不足以抑制参数共振, 但适当增大后可显著抑制参数共振。本文结论可为该类超长风缆的振动控制提供指导。

关键词

大跨拱桥, 缆索吊, 超长水平柔性风缆, 线性内部共振, 参数振动

Study on Vibration Characteristics of Wind-Cables during Cable-Hoisting Construction of a 500 m-Class Arch Bridge

Shuai Zhou^{1,2}, Peng Yu^{2*}, Huan Zhang², Shen Wang²

¹School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu Sichuan

²China Construction Fifth Engineering Division Co. Ltd., Changsha Hunan

Received: Aug. 3rd, 2025; accepted: Aug. 23rd, 2025; published: Sep. 4th, 2025

Abstract

A long-span arch bridge with a main span of 500 m was designed using the cable-hoisting and

*通讯作者。

文章引用: 周帅, 于鹏, 张欢, 王慎. 500 m 级拱桥缆索吊施工期间风缆振动特性研究[J]. 土木工程, 2025, 14(9): 2193-2204. DOI: 10.12677/hjce.2025.149237

stayed-cable fastening method, in which the span of the wind-cable for the cable-hoisting system approached 800 m. No transverse cables or vertical hangers were present within the span of the wind-cable, resulting in extremely low geometric stiffness. Such ultra-long horizontal flexible wind-cables are rare in bridge engineering, necessitating an analysis of their vibration characteristics. In this study, a theoretical model for the vibration of such ultra-long horizontal flexible wind-cables was established, and the influence of various design parameters on the vibration response of the cable was analyzed. The results indicated that: 1) When the ratio of the axial excitation frequency Ω to the first-order natural frequency f_1 was approximately 1 and 2, significant linear internal resonance and parametric resonance were observed, respectively; 2) The parametric vibration of the cable was highly sensitive to the excitation frequency Ω , which was attributed to the excessively low fundamental frequency of ultra-long cables; 3) The amplitude of axial excitation U_d exerted a significant influence on the parametric vibration of the cable—small excitation amplitudes were insufficient to trigger parametric resonance, whereas larger amplitudes increased the resonance amplitude, though the growth rate slowed; 4) The damping ratio ξ_1 of the cable significantly affected its parametric vibration—a low damping ratio was insufficient to suppress parametric resonance, but a moderate increase could effectively mitigate it. The conclusions can provide guidance for the vibration control of this type of ultra-long wind-cable.

Keywords

Long-Span Arch Bridge, Cable-Hoisting System, Ultra-Long Horizontal Flexible Wind-Cable, Linear Internal Resonance, Parametric Resonance

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

1. 引言

某主跨 500 m 级特大拱桥桥址位于深切“V”型峡谷区,其桥面距离水面高达 350 m,峡谷风效应显著[1][2],风场环境复杂,对大跨度拱桥的施工过程极为不利。大跨度拱桥通常采用缆索吊装斜拉扣挂法[3]施工,其施工临时结构系统(包括缆塔[4]、风缆[5]、扣索[6]等)的抗风性能直接影响施工安全。尤其是该桥的缆索吊风缆长度接近 800 米级,对低频风荷载极为敏感,在特定风速下易发生“线性内部共振”[7]和“参数振动”[8],严重威胁结构安全[9][10]。当前桥梁抗风研究主要集中于成桥状态的抗风性能[11]-[14],对施工期临时结构的风致振动问题关注相对不足,特别是针对斜拉扣挂缆索吊装体系,现有研究存在多方面局限性。该 500 m 级拱桥施工期间的缆索吊虽为临时结构,但考虑到该桥建设期长达 5~10 年,且所处的自然环境恶劣,为保证该桥施工期的缆索吊结构安全,有必要精确分析其振动特性。

2. 工程概况

本桥主拱肋的总体施工方案采用斜拉扣挂法,即从两岸向跨中分节段悬臂拼装,跨中合龙,其中吊装节段最大重量可达到 480 t,为满足施工需要,设置 2×250 t 缆索吊机,起吊拱肋节段时,2 组承重索同时横移到上游或下游并相互靠拢共同起吊。缆索吊机布置为 3 跨,跨径组合为(180 + 782 + 246.3) m,垂跨比 1/13.5,两侧均采用岩锚形式。总体布置如图 1 所示。

该缆塔通风缆计算跨径 777.46 m,两侧塔顶等高,空缆状态下应力水平(208 MPa)较低,导致其几何刚度较小、一阶自振频率较低,对于这类超长水平柔性风缆,容易在低频激励下激发共振。

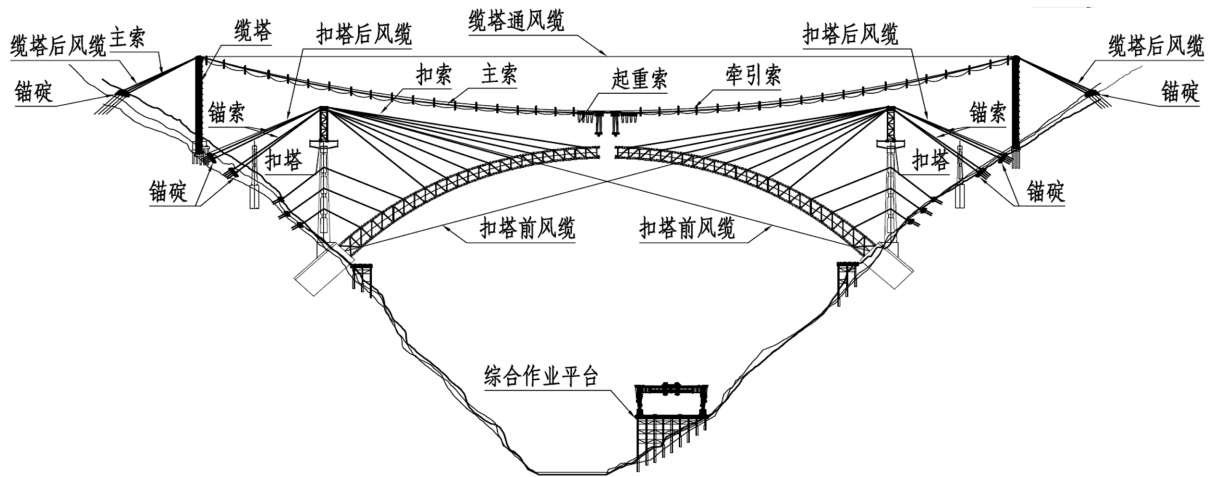


Figure 1. General layout diagram of stayed-cable fastening and cable-hoisting system (m)

图 1. 斜拉扣挂及缆索吊机总体布置图(m)

3. 超长水平柔性风缆振动理论模型

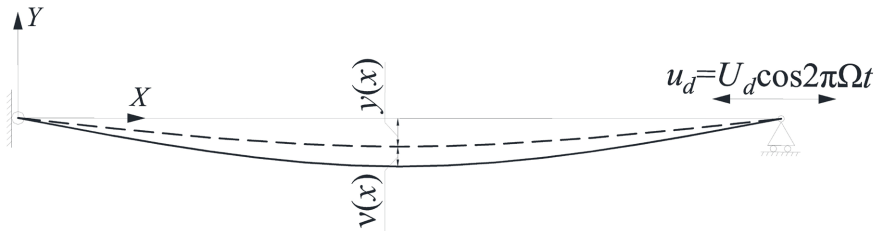


Figure 2. In-plane vibration mechanical model of wind-resistant cables

图 2. 风缆面内振动力学模型

参考文献[15][16], 可将轴向激励下超长水平柔性风缆的振动简化为图 2, 推导得水平风缆跨中一阶模态振动微分方程如下:

$$\ddot{v}_1 + 2\xi_1\omega_1\dot{v}_1 + (\omega_1^2 + \alpha_1 \cos 2\pi\Omega t)v_1 + 3\alpha_2 v_1^2 + \alpha_3 v_1^3 + 4\alpha_4 \cos 2\pi\Omega t = 0 \quad (1)$$

式(1)中:

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \omega_0^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\pi} \right)^4 \lambda^2 \right], \quad \omega_0^2 = \pi^2 H / (mL^2), \quad 2\xi_1\omega_1 = c_y / m, \quad \alpha_1 = \pi^2 EAU_d / (mL^3), \\ \alpha_2 &= \pi EAg / (HL^2), \quad \alpha_3 = \pi^4 EA / (4mL^4), \quad \alpha_4 = EAgU_d / (\pi HL), \\ d &= mgL^2 / (8H), \quad L_e \approx L \left[1 + 8(d/L)^2 \right], \quad \lambda^2 = (mgL/H)^2 L / [HL_e / (EA)] \end{aligned}$$

其中: v_1 为一阶横向动位移, H 为缆索轴力, m 为缆索单位长度质量, g 为重力加速度, L 为缆索的跨度, $u(x)$ 和 $v(x)$ 分别为缆索的轴向、横向动位移, U_d 为激励幅值, c_x 、 c_y 分别为缆索 x 向和 y 向的单位长度粘性阻尼系数; ω_0 为与缆索同截面 A 和计算跨径 L 但不考虑垂度 d 的标准弦的一阶振动圆频率, ξ_1 为缆索一阶振动模态阻尼比。

式(1)为常微分方程, 可采用龙格-库塔法求解。基于该理论方程模型, 可方便分析各设计参数对超长水平柔性风缆振动响应的影响。

4. 实际设计参数下风缆振动响应的求解

针对上述缆索吊的通风缆,以其空缆状态(轴力 $H=285\text{ kN}$)为振动分析的基准工况,此时考虑垂度效应后的风缆一阶自振频率 $f_1=0.283\text{ Hz}$ 、垂度 $d=28.036\text{ m}$ 、阻尼比 $\zeta_1=0.002$,按轴向激励幅值 $U_d=0.050\text{ m}$ 、激励频率 $\Omega\in[0, 1.2]\text{ Hz}$ 求解式(1),计算结果如下。

4.1. $U_d=0.050\text{ m}$ 时, $\Omega=f_1$ 的结果

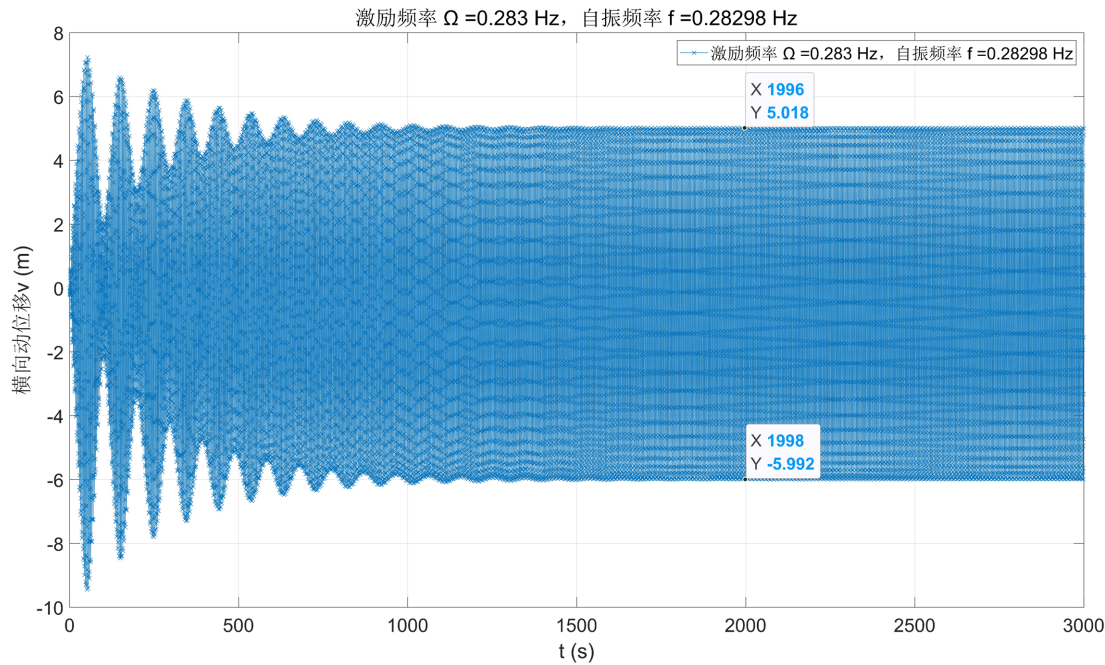


Figure 3. Time history curve when $U_d=0.050\text{ m}$ and $\Omega=0.283\text{ Hz}\approx f_1$
图 3. $U_d=0.050\text{ m}$, $\Omega=0.283\text{ Hz}\approx f_1$ 时的时程曲线

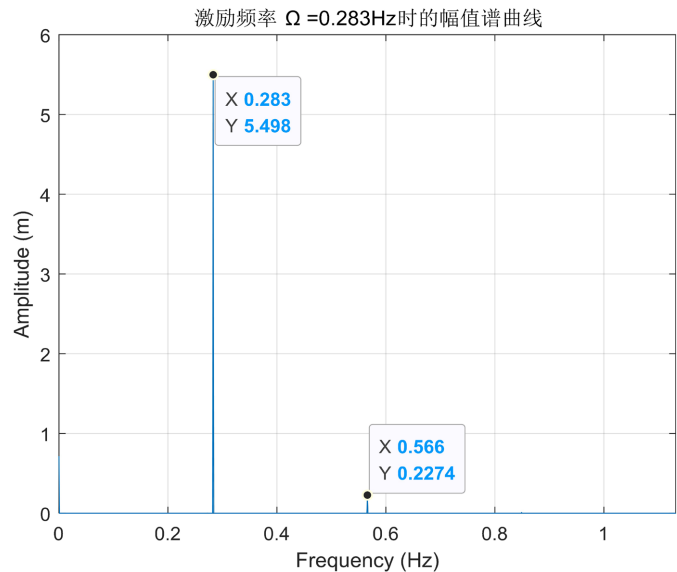


Figure 4. Frequency spectrum curve when $U_d=0.050\text{ m}$ and $\Omega=0.283\text{ Hz}\approx f_1$
图 4. $U_d=0.050\text{ m}$, $\Omega=0.283\text{ Hz}\approx f_1$ 时的频谱曲线

分析图3和图4可知： $\Omega = 0.283 \text{ Hz} \approx f_1$ 时风缆响应在激励约1000 s后趋于稳定，其频谱峰值之和 $\approx$ 时程曲线振幅；主要振动频率0.283 Hz、振幅 $R = 5.498 \text{ m}$ ，表明此时风缆发生了一阶主共振(即《抗风规范》[7]所述的“线性内部共振”)。

4.2. $U_d = 0.050 \text{ m}$ 时, $\Omega = 2f_1$ 的结果

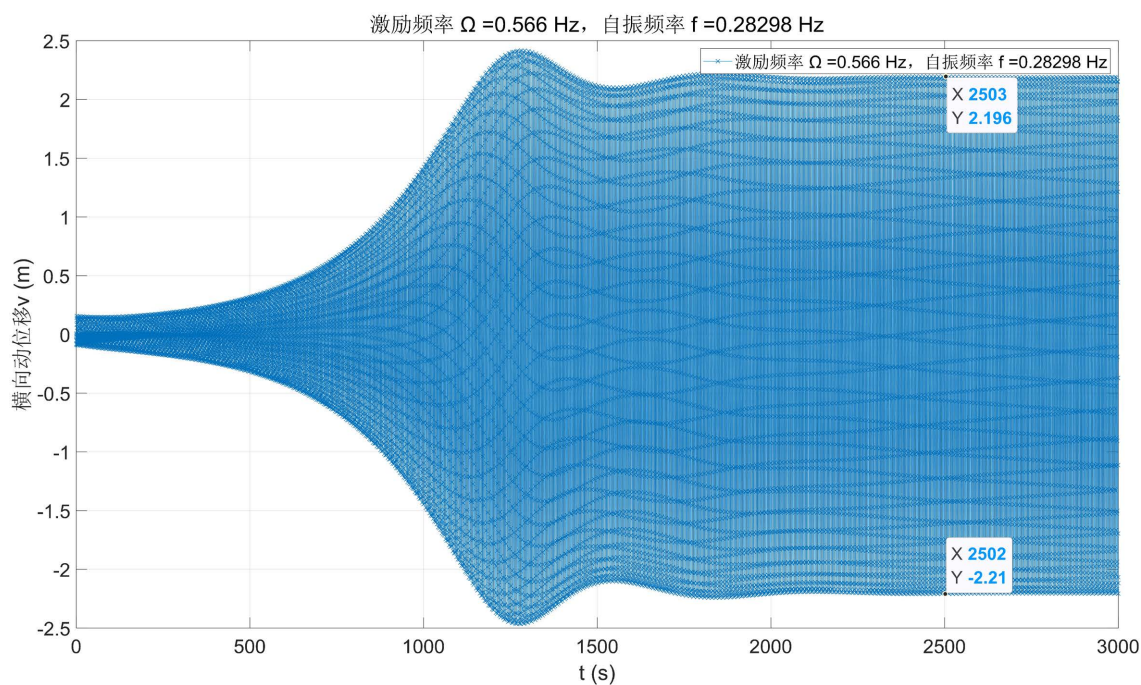


Figure 5. Time history curve when $U_d = 0.050 \text{ m}$ and $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$

图5. $U_d = 0.050 \text{ m}$, $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$ 时的时程曲线

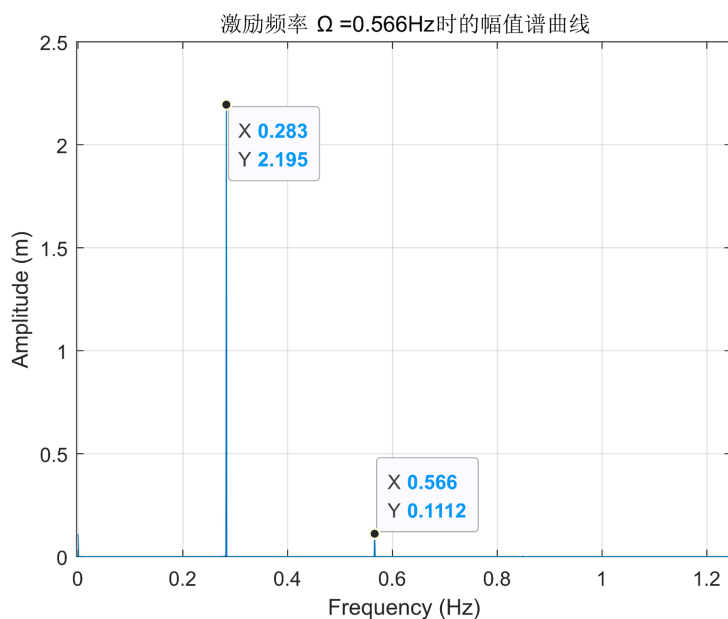


Figure 6. Frequency spectrum curve when $U_d = 0.050 \text{ m}$ and $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$

图6. $U_d = 0.050 \text{ m}$, $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$ 时的频谱曲线

分析图 5 和图 6 可知: $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$ 时风缆发生了共振效应, 响应在激振约 1800 s 后趋于稳定, 其频谱峰值之和 $\approx$ 时程曲线振幅; 主振动频率 0.283 Hz、振幅 $R = 2.195 \text{ m}$, 表明此时发生了《抗风规范》[7]所述的参数振动。

4.3. $U_d = 0.050 \text{ m}$ 时, $\Omega \in [0, 1.2] \text{ Hz}$ 的结果

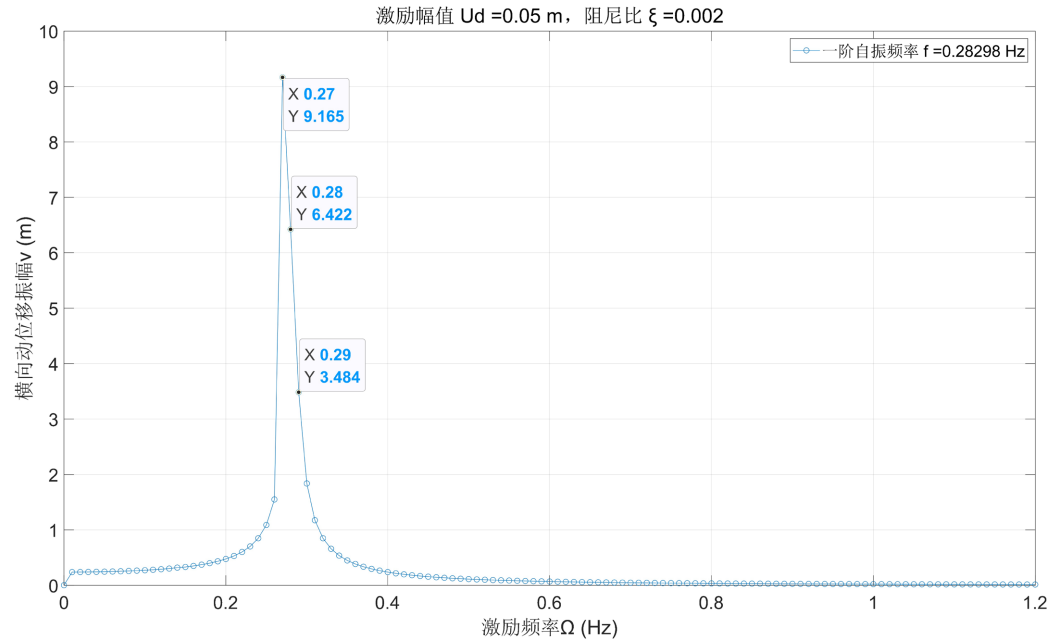


Figure 7. Amplitude response results when $U_d = 0.050 \text{ m}$ with $\Omega \in [0, 1.2] \text{ Hz}$ (Ω varying at 0.01 Hz intervals)
图 7. $U_d = 0.050 \text{ m}$, $\Omega \in [0, 1.2] \text{ Hz}$ (Ω 间隔 0.01 Hz 变化时)时的振幅结果

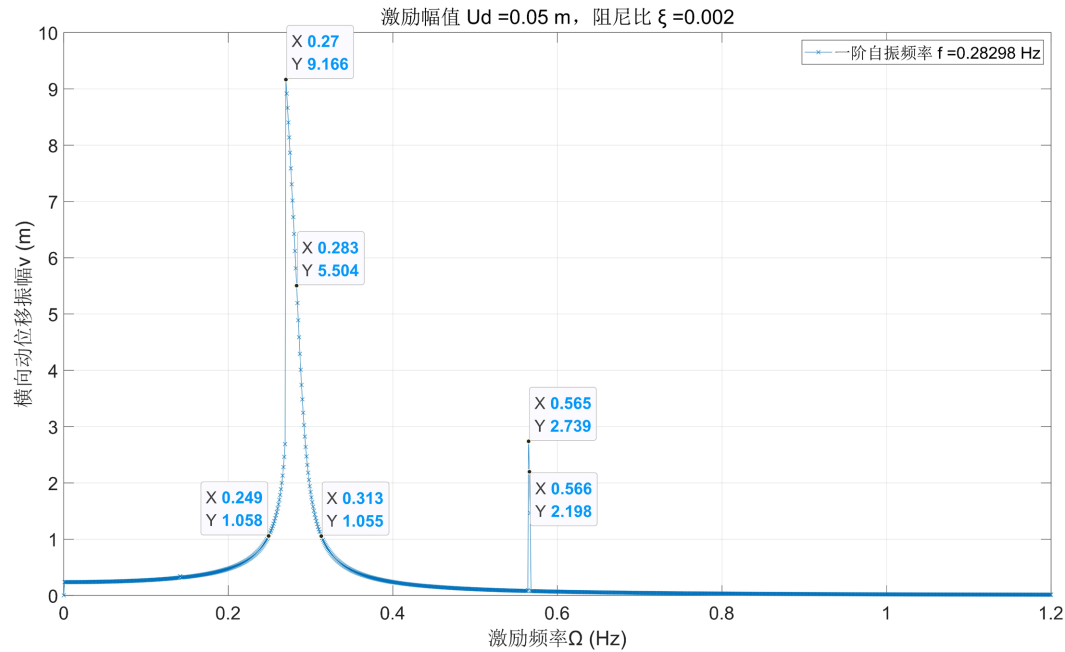


Figure 8. Amplitude response results when $U_d = 0.050 \text{ m}$ with $\Omega \in [0, 1.2] \text{ Hz}$ (Ω varying at 0.001 Hz intervals)
图 8. $U_d = 0.050 \text{ m}$, $\Omega \in [0, 1.2] \text{ Hz}$ (Ω 间隔 0.001 Hz 变化时)时的振幅结果

分析图 7 和图 8 可知:

1) 风缆在轴向激励频率 Ω 与风缆一阶固有频率 f_1 的比值为 1 和 2 附近各有一个峰值, 分别表现出了明显的线性内部共振现象和参数共振现象;

2) 线性内部共振的激振带宽约为 $\Omega \in [0.249, 0.313]$ Hz, 而参数共振的激振带宽仅为 $\Omega \in [0.565, 0.567]$ Hz, 明显小于前者——可见参数共振对激振频率非常敏感(当然这也与缆索吊的超长水平柔性风缆自振基频过低有关), 导致 Ω 间隔 0.01 Hz 变化时未出现参数共振, 按间隔 0.001 Hz 变化时方才出现。

5. 变更设计参数对风缆振动响应的影响分析

为进一步明确激励幅值 U_d 、风缆阻尼比 ξ_1 对风缆面内振动响应 v 的影响, 对这些设计参数取不同值的情况进行分析如下, 对于垂度的影响则未作分析(因缆索垂度与轴力相关、轴力发生变化时垂度也会相应变化)。

5.1. 激励幅值 U_d 的影响

为研究轴向激励幅值 U_d 对共振情况的影响, 保持其他设计参数不变($\Omega = f_1$ 和 $2f_1$ 、 $H = 285$ kN、 $\xi_1 = 0.002$), 分别计算轴向激励幅值 $U_d = 0.025$ m 和 0.1 m 时的激振结果如下。

5.1.1. $U_d = 0.025$ m 时, $\Omega = f_1$ 和 $\Omega = 2f_1$ 的结果

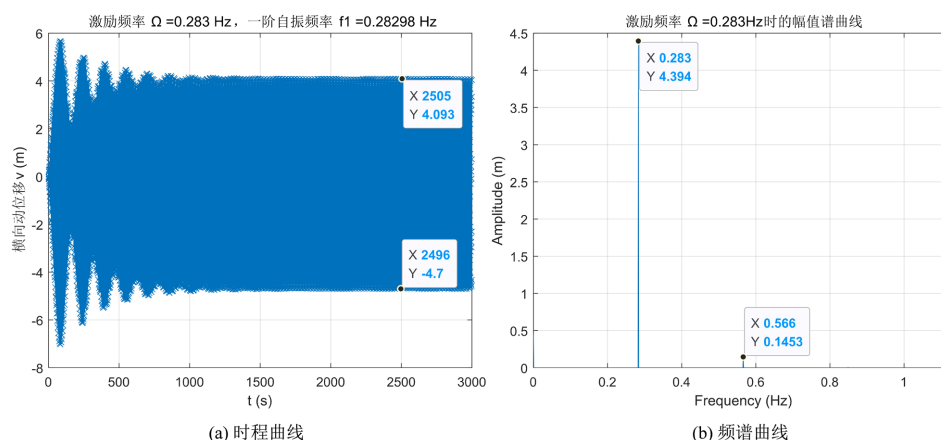


Figure 9. Lateral dynamic displacement when $U_d = 0.025$ m and $\Omega = 0.283$ Hz $\approx f_1$
图 9. $U_d = 0.025$ m, $\Omega = 0.283$ Hz $\approx f_1$ 时的横向动位移

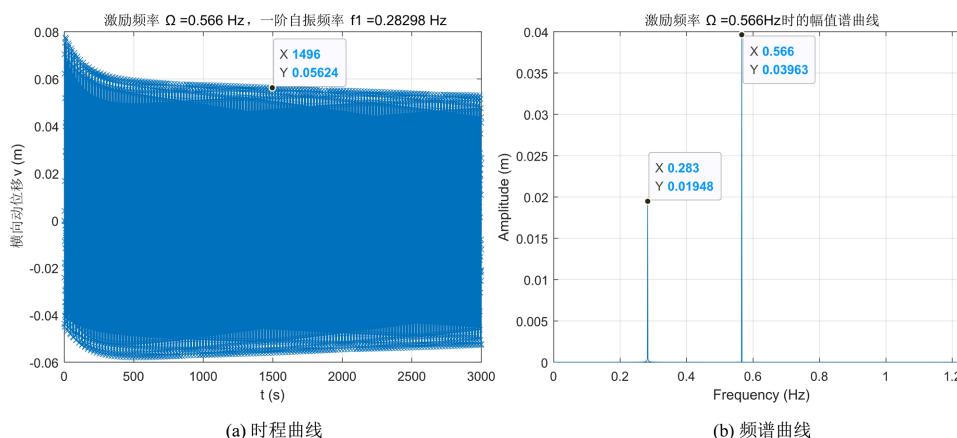


Figure 10. Lateral dynamic displacement when $U_d = 0.025$ m and $\Omega = 0.566$ Hz $\approx 2f_1$
图 10. $U_d = 0.025$ m, $\Omega = 0.566$ Hz $\approx 2f_1$ 时的横向动位移

分析图9和图10的 $U_d = 0.025$ m 的激振结果可知:

1) $\Omega = 0.283$ Hz $\approx f_1$ 时, 主要振动频率 0.283 Hz、振幅 $R = 4.394$ m, 表明此时风缆发生了线性内部共振, 且相比基准工况 $U_d = 0.050$ m 的振幅($R = 5.498$ m)减小了约 20%;

2) $\Omega = 0.566$ Hz $\approx 2f_1$ 时, 主要振动频率 0.566 Hz、振幅仅约 0.040 m, 相比基准工况 $U_d = 0.050$ m 的振幅(2.195 m)非常小, 表明轴向激励幅值较小时不足以激发参数共振。

5.1.2. $U_d = 0.100$ m 时, $\Omega = f_1$ 和 $\Omega = 2f_1$ 的结果

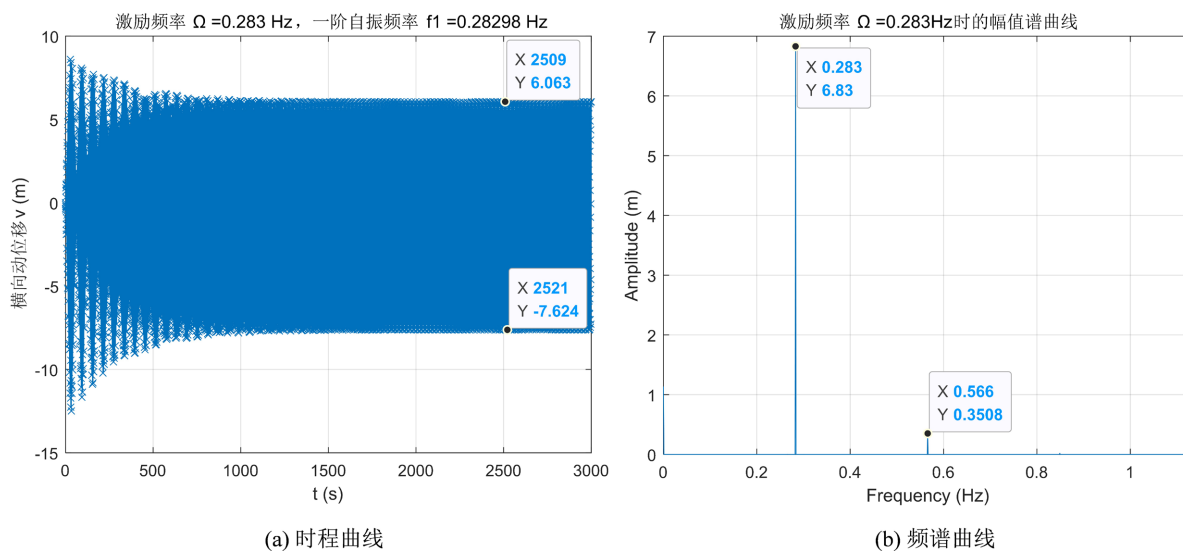


Figure 11. Lateral dynamic displacement when $U_d = 0.100$ m and $\Omega = 0.283$ Hz $\approx f_1$

图 11. $U_d = 0.100$ m, $\Omega = 0.283$ Hz $\approx f_1$ 时的横向动位移

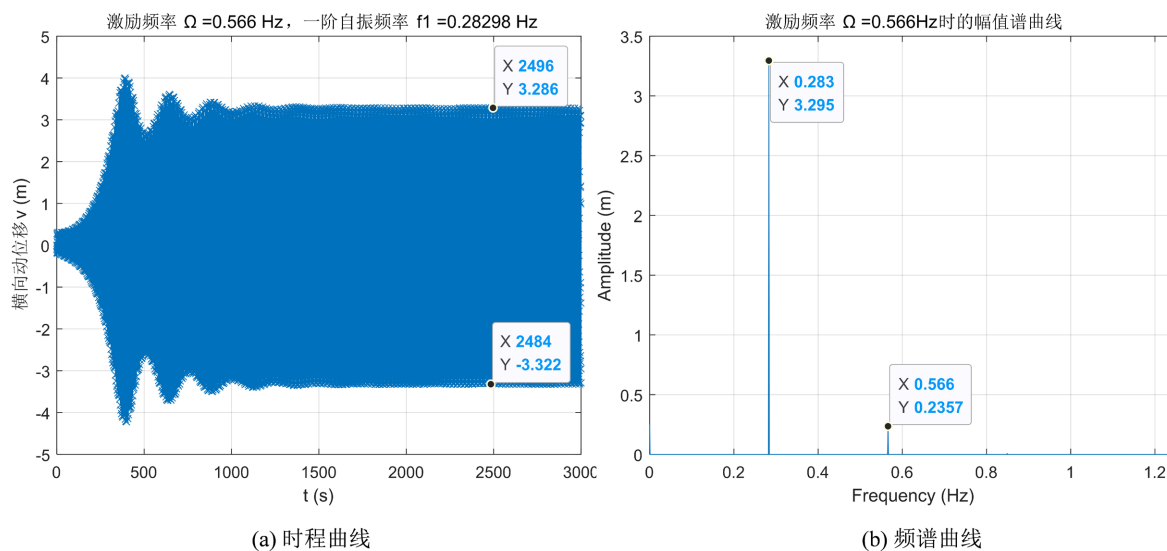


Figure 12. Lateral dynamic displacement when $U_d = 0.100$ m and $\Omega = 0.566$ Hz $\approx 2f_1$

图 12. $U_d = 0.100$ m, $\Omega = 0.566$ Hz $\approx 2f_1$ 时的横向动位移

分析图 11 和图 12 的 $U_d = 0.100$ m 的激振结果可知:

1) $\Omega = 0.283 \text{ Hz} \approx f_1$ 时, 主要振动频率 0.283 Hz 、振幅 $R = 6.830 \text{ m}$, 表明此时风缆发生了线性内部共振, 且相比基准工况 $U_d = 0.050 \text{ m}$ 的振幅($R = 5.498 \text{ m}$)增加了约 24%;

2) $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$ 时, 主要振动频率 0.283 Hz 、振幅 $R = 3.295 \text{ m}$, 表明此时风缆发生了参数共振, 且相比基准工况 $U_d = 0.050 \text{ m}$ 的振幅($R = 2.195 \text{ m}$)增加了约 50%。

综上可见, 轴向激励幅值 U_d 对该特大拱桥缆索吊超长风缆的参数共振有显著影响, 激励幅值较小时不足以激发参数共振, 激励幅值较大时参数共振的振幅增大、但增速有所放缓。

5.2. 风缆阻尼比 ζ_1 的影响

为研究风缆阻尼比 ζ_1 对共振情况的影响, 保持其他设计参数不变($\Omega = f_1$ 和 $2f_1$ 、 $U_d = 0.050 \text{ m}$ 、 $H = 285 \text{ kN}$), 分别计算 $\zeta_1 = 0.003$ 、 0.004 时的激振结果如下。

5.2.1. $\zeta_1 = 0.003$ 时, $\Omega = f_1$ 和 $\Omega = 2f_1$ 的结果

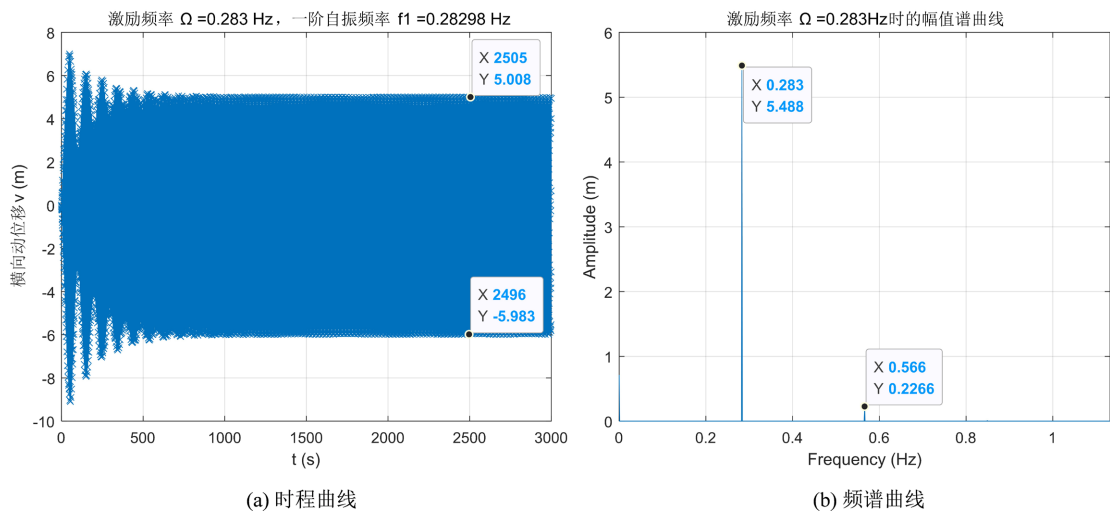


Figure 13. Lateral dynamic displacement when $\zeta_1 = 0.003$ and $\Omega = 0.283 \text{ Hz} \approx f_1$

图 13. $\zeta_1 = 0.003$, $\Omega = 0.283 \text{ Hz} \approx f_1$ 时的横向动位移

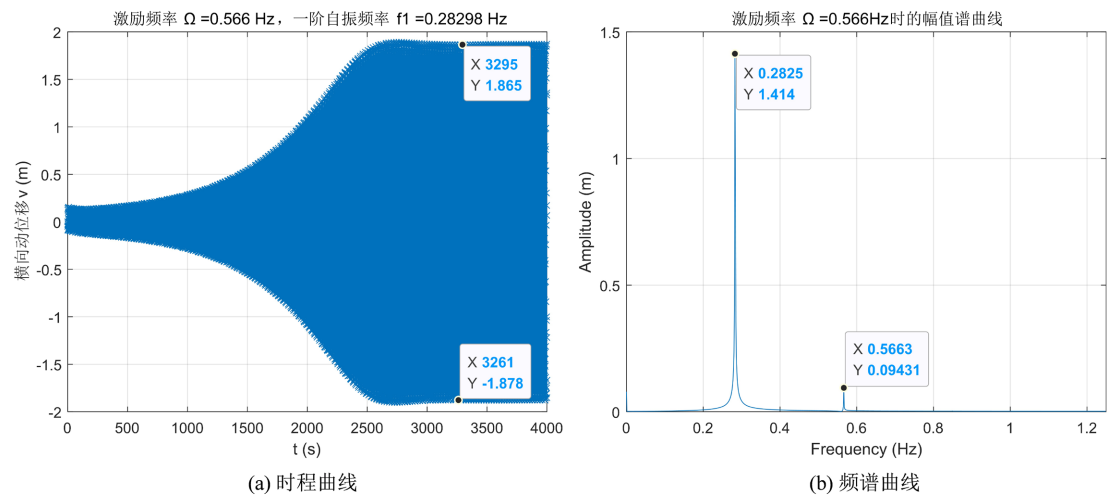


Figure 14. Lateral dynamic displacement when $\zeta_1 = 0.003$ and $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$

图 14. $\zeta_1 = 0.003$, $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$ 时的横向动位移

分析图 13 和图 14 的 $\xi_1 = 0.003$ 的激振结果可知：1) $\Omega = 0.283 \text{ Hz} \approx f_1$ 时，主要振动频率 0.283 Hz 、振幅 $R = 5.488 \text{ m}$ ，表明此时风缆发生了线性内部共振，且相比基准工况 $\xi_1 = 0.002$ 的振幅($R = 5.498 \text{ m}$)减小了约 0.2% ；2) $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$ 时，主要振动频率 0.283 Hz 、振幅 $R = 1.414 \text{ m}$ ，表明此时风缆发生了参数共振，且相比基准工况 $H = 285 \text{ kN}$ 的振幅($R = 2.195 \text{ m}$)减小了约 36% 。

5.2.2. $\xi_1 = 0.004$ 时， $\Omega = f_1$ 和 $\Omega = 2f_1$ 的结果

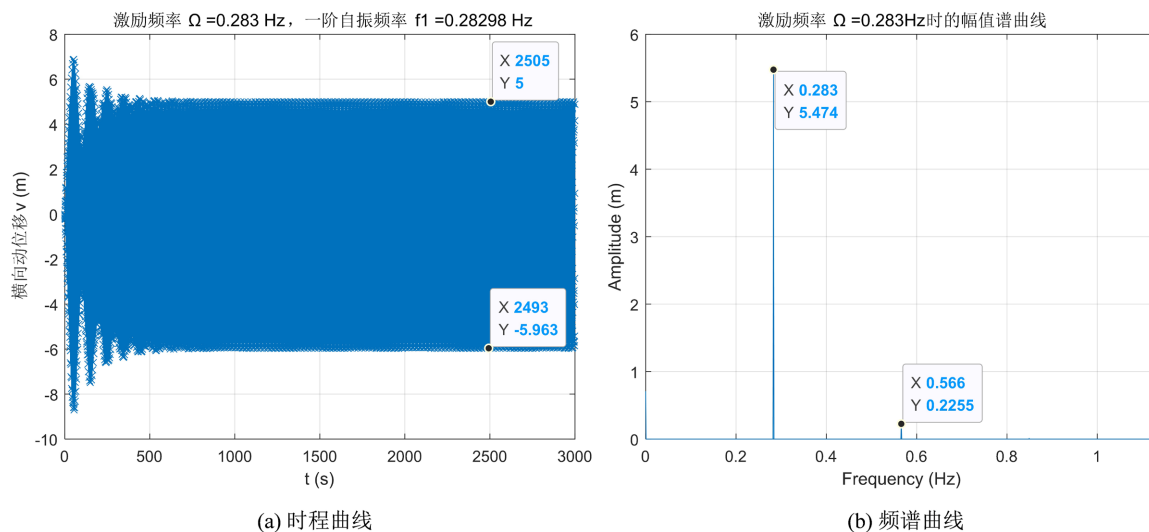


Figure 15. Lateral dynamic displacement when $\xi_1 = 0.004$ and $\Omega = 0.283 \text{ Hz} \approx f_1$

图 15. $\xi_1 = 0.004$ ， $\Omega = 0.283 \text{ Hz} \approx f_1$ 时的横向动位移

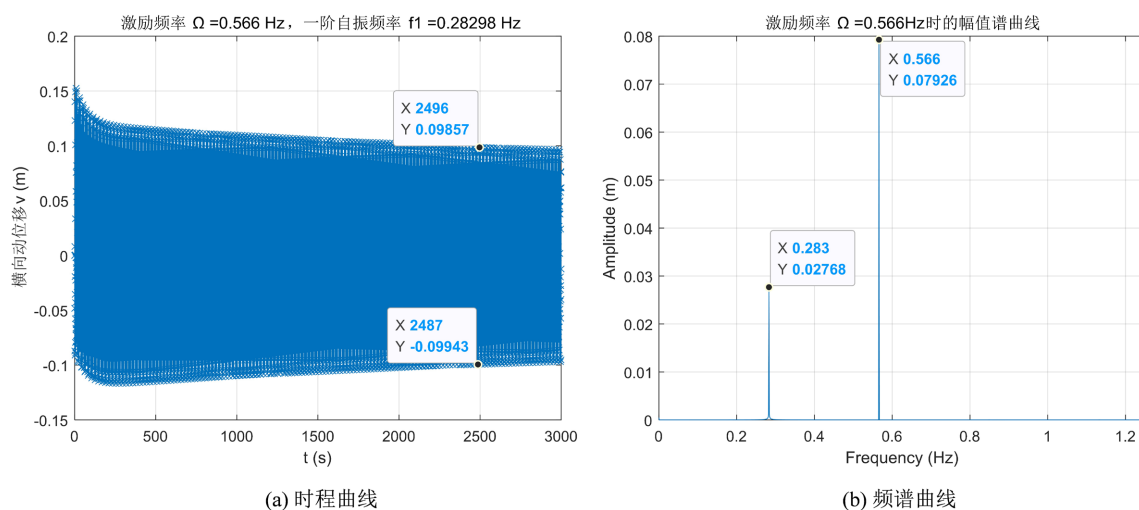


Figure 16. Lateral dynamic displacement when $\xi_1 = 0.004$ and $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$

图 16. $\xi_1 = 0.004$ ， $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$ 时的横向动位移

分析图 15 和图 16 的 $\xi_1 = 0.004$ 的激振结果可知：1) $\Omega = 0.283 \text{ Hz} \approx f_1$ 时，主要振动频率 0.283 Hz 、振幅 $R = 5.474 \text{ m}$ ，表明此时风缆发生了线性内部共振，且相比基准工况 $\xi_1 = 0.002$ 的振幅($R = 5.498 \text{ m}$)减小了约 0.4% ；2) $\Omega = 0.566 \text{ Hz} \approx 2f_1$ 时，主要振动频率 0.566 Hz 、振幅仅约 0.080 m ，相比基准工况 $\xi_1 = 0.002$ 的振幅($R = 2.195 \text{ m}$)非常小，表明风缆阻尼比足够大时可以抑制其参数共振。

综上所述, 风缆阻尼比 ζ_1 对该特大拱桥缆索吊超长风缆的参数共振有显著影响, 风缆阻尼比较小(0.002)时不足以抑制参数共振, 适当增大后则可显著抑制, 如采用索端电涡流阻尼器或粘滞阻尼器, 只需较小的出力和行程即可显著抑制这类超长风缆的参数共振, 起到“四两拨千斤”的减振效益。

6. 结论

某主跨 500 m 级特大拱桥缆索吊的缆塔通风缆计算跨径长达 778.46 m, 且跨内无任何对其存在约束作用的横向缆索或竖向吊杆, 这类超长缆索在桥梁工程中罕见, 有必要分析其振动情况。本文主要对其进行理论分析, 主要结论如下:

1) 基准工况(轴向激励幅值 $U_d = 0.050$ m、风缆轴力 $H = 285$ kN、阻尼比 $\zeta_1 = 0.002$)下, 在轴向激励频率 Ω 与一阶固有频率 f_1 的比值为 1 和 2 附近时, 风缆将出现明显的线性内部共振和参数共振(但参数共振所需的激发时长远大于线性内部共振), 横向动位移振幅分别达 5.498 m 和 2.195 m。

2) 基准工况下, 风缆一阶主共振的激振带宽约为 $\Omega \in [0.249, 0.313]$ Hz, 一阶参数振动的激振带宽为 $\Omega \in [0.565, 0.567]$ Hz, 可见参数振动对激振频率非常敏感, 这与超长索的自振基频过低有关。

3) 轴向激励幅值 U_d 对风缆的参数振动有显著影响, 激励幅值较小时不足以激发参数共振, 激励幅值较大时参数共振的振幅增大、但增速有所放缓。

4) 风缆阻尼比 ζ_1 对风缆的参数振动有显著影响, 阻尼比较小(0.002)时不足以抑制参数共振, 但适当增大后(增大至 0.004)可显著抑制参数共振, 这为该类超长风缆的参数振动控制提供了方向指导。

基金项目

国家自然科学基金项目(52278497); 中国博士后科学基金项目(2023M33359); 湖南省自然科学基金项目(2023JJ10046, 2024JJ9081)。

参考文献

- [1] 陈政清, 李寿英, 邓羊晨, 等. 桥梁长索结构风致振动研究新进展[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2022, 49(5): 1-8.
- [2] 马培新, 张永水, 刘林, 等. 高海拔峡谷地带高墩桥梁风致行车安全性分析[J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2020(8): 72-76.
- [3] 秦大燕, 郑皆连, 杜海龙, 等. 平南三桥斜拉扣挂系统扣索拆除研究[J]. 公路, 2022, 67(1): 160-165.
- [4] 黎卓勤, 秦大燕, 韩玉, 等. 新型缆索吊塔架结构选型与受力性能研究[J]. 公路, 2018, 63(7): 199-203.
- [5] 隗磊军, 秦大燕, 严胜杰. 马滩红水河特大桥缆索吊装系统塔架位移和稳定性分析[J]. 西部交通科技, 2018(7): 106-110.
- [6] 唐浩. 大跨度钢管混凝土拱桥少扣索安装施工技术研究[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆交通大学, 2024.
- [7] 中交公路规划设计院. JTG/T 3360-01-2018 公路桥梁抗风设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2018.
- [8] 訾鹏飞. 拱桥斜拉扣挂施工中扣索参数振动分析[D]: [硕士学位论文]. 重庆: 重庆交通大学, 2022.
- [9] Cong, Y., Kang, H. and Guo, T. (2019) Planar Multimodal 1:2:2 Internal Resonance Analysis of Cable-Stayed Bridge. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **120**, 505-523. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.10.038>
- [10] El Ouni, M.H. and Ben Kahla, N. (2014) Numerical Study of the Active Tendon Control of a Cable-Stayed Bridge in a Construction Phase. *Shock and Vibration*, **2014**, 1-10. <https://doi.org/10.1155/2014/937541>
- [11] 文永奎, 孙利民. TMD 和 ATMD 组合系统对施工状态斜拉桥的风振减振研究[J]. 工程力学, 2011, 28(7): 171-179.
- [12] 陈政清, 雷旭, 华旭刚, 等. 大跨度悬索桥吊索减振技术研究与应用[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2016, 43(1): 1-10.
- [13] 温青. 大跨柔性桥梁高阶竖弯模态涡振振幅预测方法研究[D]: [博士学位论文]. 长沙: 湖南大学, 2017.

- [14] 赵洋, 徐凯, 汪志昊, 等. 刚性吊杆-水平抗风索耦合系统弯曲振动自振特性分析[J]. 振动与冲击, 2017, 36(11): 92-99.
- [15] 彭超. 大跨度斜拉桥拉索参数振动与半主动控制研究[D]: [硕士学位论文]. 湘潭: 湖南科技大学, 2011.
- [16] 何知银, 李德建, 于鹏. 连续曲线钢箱梁桥车桥耦合动力响应参数分析[J]. 土木工程, 2017, 6(1): 68-75.