

# 基于等效格子梁理论的中等跨径简支钢箱梁 应力分析验算

赵丽萍, 周丽琴

云南工商学院人工智能学院, 云南 昆明

收稿日期: 2026年4月22日; 录用日期: 2026年5月14日; 发布日期: 2026年5月26日

## 摘要

为验证中等跨径简支钢箱梁在公路-I级荷载下的结构性能, 本文以一座跨径55 m的单箱双室钢箱梁为分析对象, 引入等效格子梁理论, 分别从主梁整体受力(第一体系)和桥面板局部受力(第二体系)两个层面开展应力校核。借助通用有限元软件建立空间杆系模型, 综合考虑结构自重、二期恒载、车辆活载及温度作用等工况, 对持久状况正常使用极限状态下的应力水平与竖向挠度进行计算。分析结果显示, 钢箱梁关键截面的最大应力值及跨中挠度均控制在规范限值以内, 表明等效格子梁理论能够有效指导中等跨径钢箱梁的受力评估。

## 关键词

钢箱梁, 等效格子梁理论, 应力分析, 有限元

# Stress Analysis and Verification of Medium-Span Simply Supported Steel Box Girders Based on Equivalent Grillage Theory

Liping Zhao, Liqin Zhou

School of Artificial Intelligence, Yunnan Technology and Business University, Kunming Yunnan

Received: April 22, 2026; accepted: May 14, 2026; published: May 26, 2026

## Abstract

To validate the structural performance of a medium-span simply supported steel box girder under

Highway Class I loading, this study takes a 55 m single-box double-cell steel box girder as the analysis object. Based on the equivalent grillage theory, stress checks are carried out at two levels: the global behavior of the main girder (first system) and the local behavior of the deck slab (second system). A spatial frame element model is established using general-purpose finite element software, and various load cases—including structural self-weight, superimposed dead load, vehicle live load, and temperature action—are considered. The stress levels and vertical deflections under the serviceability limit state in the persistent condition are then calculated. The results show that both the maximum stress values at critical sections and the mid-span deflection of the steel box girder fall within the limits specified in the relevant codes, indicating that the equivalent grillage theory can effectively guide the mechanical evaluation of medium-span steel box girders.

## Keywords

Steel Box Girder, Equivalent Grillage Theory, Stress Analysis, Finite Element

Copyright © 2026 by author(s) and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## 1. 引言

近年来,我国城市快速路与高速公路网不断扩展,中等跨径桥梁的建造需求显著增加。钢箱梁凭借其较高的抗扭刚度、较轻的自重以及便捷的工厂化制造与现场拼装工艺,逐渐成为此类桥梁的主流结构形式之一。

在钢箱梁结构设计中,一项核心难点在于准确描述其空间受力状态——特别是顶板、底板以及纵向加劲肋在车辆荷载下的局部响应。常规的梁单元分析无法捕捉桥面板的弯扭局部效应;而采用板壳或实体单元建立全桥模型则计算成本过高,不利于方案阶段的快速迭代。针对这一矛盾,等效格子梁理论提供了一条可行的技术路径:它将钢箱梁解耦为承担整体弯矩的主梁体系与承受轮载局部作用的桥面体系,从而兼顾计算效率与精度[1]。

本文以某 55 m 简支钢箱梁为工程背景,针对钢箱梁第二体系应力计算采用等效格子梁理论,结合有限元软件,对钢箱梁的应力及挠度进行系统验算,验证其在公路-I 级荷载作用下的安全性与适用性。

## 2. 概述

### 2.1. 工程背景

本文研究的桥梁结构为装配式 1 孔 55 m 简支钢箱梁,采用单箱双室截面,桥面宽度 12.0 m,设计荷载等级为公路-I 级。桥梁标准横断面布置为: 0.5 m 防撞护墙 + 3.5 m 非机动车道 + 7.0 m 机动车道 + 0.5 m 路缘带 + 0.5 m 防撞护墙,总宽 12.0 m,单向三车道。

### 2.2. 钢箱梁受力体系划分

正交异性钢桥面板的受力行为十分复杂。为准确描述,通常将钢桥面板的力学行为划分为三个基本结构体系:

第一体系(主梁体系):由顶板、底板和腹板共同构成,承担桥梁整体弯矩、剪力和扭矩,其受力特征可通过常规梁理论进行分析[1]。

第二体系(桥面体系): 由横隔板、桥面板及桥面板纵向加劲肋共同组成, 纵向加劲肋及横隔板将桥面板切分为局部区域, 主要承受车辆轮载作用下桥面板的局部弯曲应力, 并将荷载传递至主梁和横梁[1]。

第三体系(盖板体系): 假设桥面板直接承受轮载在肋间的局部作用, 将其看作各向同性的连续板。该体系应力在轮载作用下很快进入薄膜应力状态, 影响较小, 工程设计中通常可以忽略[1]。

其中, 第二体系的应力计算最为关键, 也最具挑战性。准确地计算第二体系应力, 对于控制桥面板疲劳寿命、防止铺装层损坏以及确保结构整体安全都具有重要意义。

### 2.3. 第二体系应力计算的主要方法

针对钢箱梁第二体系应力的求解, 学术界与工程界已发展出多种技术路线, 按理论基础可大致分为解析法、半解析半数值法及全数值法三类。其中, 正交异性板法、Pelikan-Esslinger 法(简称 P-E 法)、等效格子梁法、有限条法以及板壳有限元法均有一定程度的应用。从工程实用角度出发, 单肋模型、梁格模型和梁板模型更为常见。

(1) 正交异性板法: 将钢桥面板等效为正交各向异性的连续薄板, 基于弹性薄板弯曲理论建立控制微分方程, 并借助 Levy 或 Navier 级数求解轮载下的弯曲应力[2]。该方法理论背景扎实, 但边界条件处理偏于理想, 且难以考虑横隔板的实际支撑刚度, 因而更多用于理论验证。

(2) P-E 法: 由 Pelikan 与 Esslinger 于上世纪 50 年代提出, 专用于闭口加劲肋的正交异性钢桥面板[2]。其计算流程分为两步: 首先将纵肋视作放置在弹性地基上的连续梁(横隔板为刚性支点), 求解弯矩与挠度; 然后反算顶板在肋间的局部弯曲应力。该方法曾写入多国规范, 但由于引入了较多的简化假定(如地基系数的经验取值), 当横隔板间距较大或加载位置不利时, 计算结果偏差明显。

(3) 有限元法: 通过建立包含顶板、纵肋、横隔板在内的板壳或实体单元局部模型, 能够精细模拟荷载传递路径与应力分布。其缺点是建模工作量大、计算耗时, 不太适合设计初期的多方案比选。

### 2.4. 等效格子梁法的选择依据

等效格子梁法融合了正交异性板理论与梁格分析的思想, 将连续的钢桥面板离散为由纵梁(代表 U 肋)和横梁(代表横隔板)组成的交叉梁系, 采用梁单元模拟各构件的弯曲、剪切及扭转刚度, 从而以较小的计算代价获得第二体系应力的合理估计。

本文之所以选用该方法, 主要出于以下几点考虑:

第一, 计算效率与精度的合理折衷。相较于全桥板壳有限元分析, 等效格子梁法的模型规模显著减小, 运算速度快, 且已有研究表明, 当横隔板间距不超过 3 m 时, 该方法与精细有限元法的计算结果差异可控制在 10% 以内。本桥横隔板间距为 2.5 m, 符合该适用范围。

第二, 对 U 形肋构造的适应性。该方法能够通过调整纵梁和横梁的截面特性(抗弯惯矩、抗扭惯矩等)来反映不同形式加劲肋的实际刚度。本文采用的 U 形闭口肋具有较大的抗扭刚度, 等效格子梁法能较好地捕捉其受力特点。

第三, 便于与现行规范衔接。等效格子梁法给出的第二体系应力可以直接与第一体系的计算结果进行叠加, 进而获得桥面板的总应力值。这一流程与《公路钢结构桥梁设计规范》(JTG D64-2015)的验算要求吻合良好[3], 便于工程设计人员掌握。

第四, 工程实践验证充分。该方法曾在南京长江第二大桥等重大工程中得到应用, 后续的多项对比研究也证实, 它在中等跨径钢箱梁的第二体系分析中具有足够的可靠性和实用性。

综上, 等效格子梁法在精度、效率、规范适应性之间取得了较好的平衡, 是本文第二体系分析的适宜工具。

### 3. 主梁体系(第一体系)整体分析验算

#### 3.1. 主梁构造尺寸

主梁采用单箱双室断面, 顶板全宽 12,000 mm, 底板宽 7560 mm, 梁高 2430 mm。顶、腹、底板厚度分别为 16 mm、14 mm、14 mm, U 形加劲肋板厚 8 mm, 如图 1 所示。

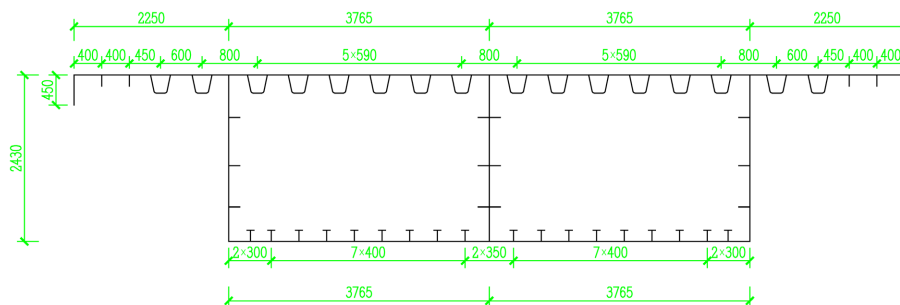


Figure 1. Typical cross-section (Unit: mm)

图 1. 标准横断面形式(单位: mm)

#### 3.2. 材料性能

钢箱梁采用 Q345D, 其钢材性能应符合《公路钢结构桥梁设计规范》的要求[3]。弹性模量  $E = 2.0 \times 10^5$  Mpa, 根据规范要求材料的容许应力  $[\sigma] = 275$  Mpa。考虑温度的线膨胀系数  $k = 0.000012$ 。

#### 3.3. 计算荷载

恒载包括结构自重、二期铺装(21.12 kN/m)、防撞护墙(12.15 kN/m)以及横隔板集中力(支点 18 kN、中跨 16 kN)。活载按公路-I 级取值, 冲击系数与车道折减系数遵循现行规范。温度作用考虑整体升温 30°C、降温 20°C, 并依据 Eurocode 1 采用非线性梯度温度模式[4]。

#### 3.4. 计算模型

采用通用桥梁结构空间计算程序计算。根据《公路钢结构桥梁设计规范》相关规定计算钢箱梁的截面有效分布宽度[3]。整体计算断面如图 2 所示、模型如图 3 所示。

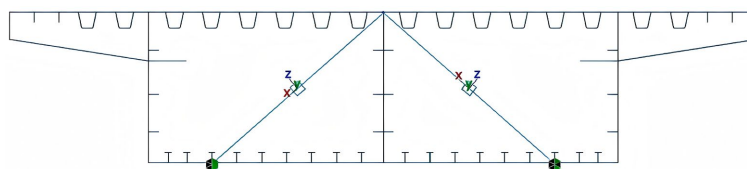


Figure 2. Cross-section of the computational model

图 2. 计算模型截面

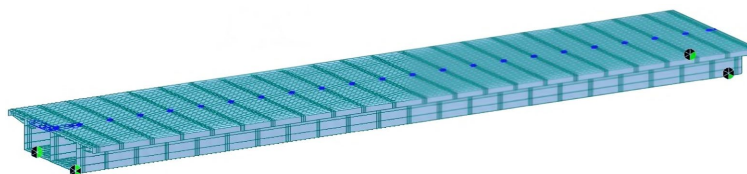


Figure 3. Steel box girder model

图 3. 钢箱梁模型

### 3.5. 箱梁有效分布宽度 $b_e$ 计算

按照规范要求钢箱梁顶板有效宽度计算如下:

$$L = 54840 \text{ mm}; \quad b_1 = b_3 = 2250 \text{ mm}, \quad b_2 = 7500 \text{ mm};$$

$$b_1, b_3 / l = 2250 / 54840 = 0.041 < 0.05; \quad b_2 / l = 7500 / 54840 = 0.136 < 0.3;$$

1) 以腹板作为刚性支撑, 将截面分为两部分计算如下:

$$b_{e,1} = b_{e,3} = 2250 \text{ mm};$$

$$b_{e,2} = \left[ 1.1 - 2 \left( \frac{b_2}{l} \right) \right] b_2$$

$$= [1.1 - 2 \times 7500 / 54840] \times 7500$$

$$= 6202 \text{ mm}$$

2) 参照《公路钢结构桥梁设计规范》(JTG-D64-2015)第 5.1.3 条[3], 将顶板以腹板为支承划分为三部分, 计算得到有效宽度  $b_e = 10702 \text{ mm}$ , 分布系数 0.8918。截面有效宽度  $b_e = 2250 + 6202 + 2250 = 10702 \text{ mm}$ , 在整体计算模型中对截面特性进行修正。

### 3.6. 第一体系主梁体系应力验算

按照规范要求的荷载组合, 由程序计算得整体应力计算结果如图 4~8 所示:

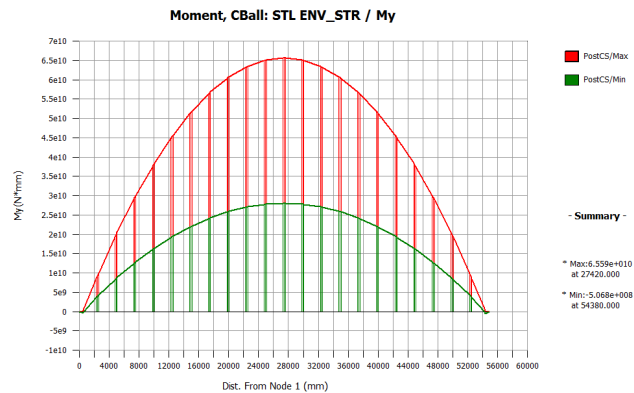


Figure 4. Bending moment envelope of the steel box girder at the service stage  
图 4. 钢箱梁使用阶段弯矩包络图

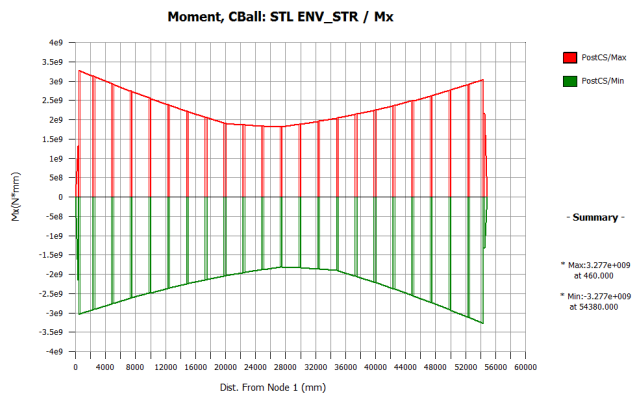
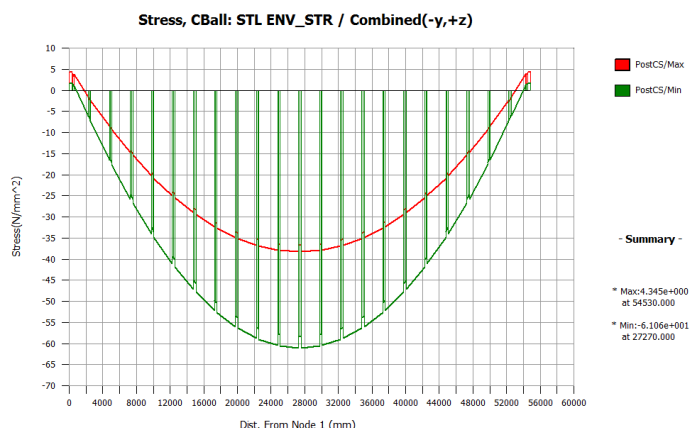
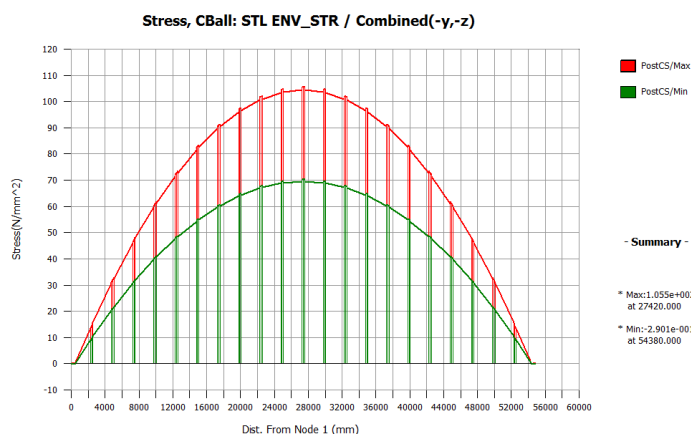


Figure 5. Torsional moment envelope of the box girder at the serviceability stage  
图 5. 正常使用阶段箱梁扭矩包络图



**Figure 6.** Normal stress envelope at the upper-left edge of the top flange of the steel box girder under eccentric loading  
**图 6.** 考虑偏载作用下钢箱梁顶板左上缘正应力包络图

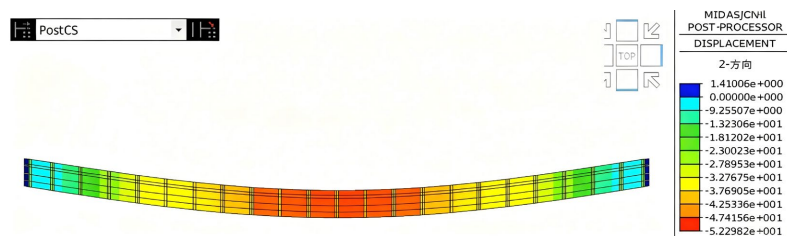


**Figure 7.** Normal stress envelope at the lower-left edge of the top flange of the steel box girder under eccentric loading  
**图 7.** 考虑偏载作用下钢箱梁顶板左下缘正应力包络图

由以上图表可知, 钢箱梁顶板及底板主梁应力极值为: 顶板以受压为主, 其最大压应力 61.06 MPa, 最大拉应力为 4.35 MPa, 底板以受拉为主, 其最大拉应力 105.5 MPa, 最大压应力 0.29 MPa。

### 3.7. 挠度验算

根据《公路钢结构桥梁设计规范》(JTG-D64-2015)4.2.3 条要求[3], 桥梁在汽车荷载作用下的最大竖向挠度为  $\omega = 52.3 \text{ mm}$ , 满足规范要求  $\omega < L/500$  ( $54840/500 = 109.7 \text{ mm}$ ), 汽车最不利荷载(不计冲击系数)产生的挠度如图 8 所示:



**Figure 8.** Deflection diagram of the steel box girder (Unit: mm)  
**图 8.** 钢箱梁挠度图示(单位: mm)

## 4. 桥面板体系(第二体系)顶板 U 肋验算

### 4.1. 模型简化方法

本桥箱梁断面腹板间距为 3.75 m, 横隔板间距为 2.5 m, 属于比较常规的构造布置。计算将桥面板的 U 肋简化为支承于主梁和横隔板腹板上的梁格, 以相邻 U 肋间距的中心线将顶板沿纵向切开, 不计平板的剪切刚度。考虑到纵肋处顶板剪力滞影响, 切开的纵肋的顶板同样考虑有效分布宽度的折减。经简化的梁格结构简图如图 9 所示。

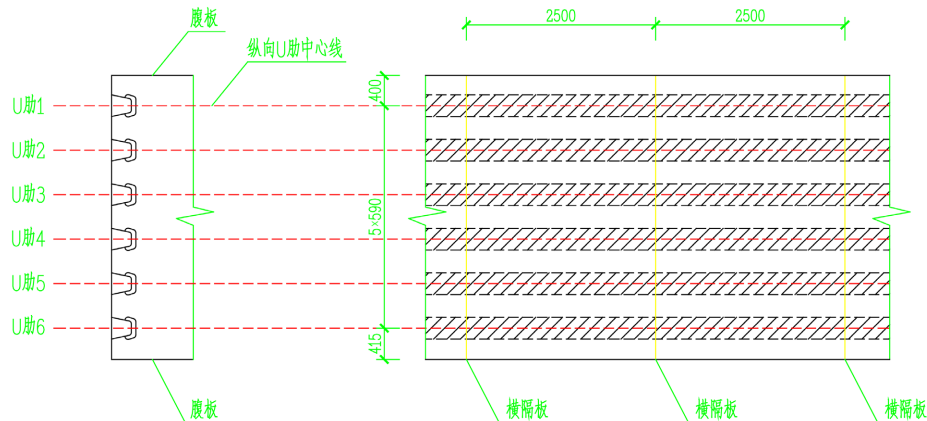


Figure 9. Deck system of the steel box girder (Unit: mm)

图 9. 钢箱梁桥面板体系结构图示(单位: mm)

根据 Peklian-Esslinger 法和等效格子梁理论[5], 可将第二体系分散成为由若干横隔板间 2.5 m 一跨的单根 U 形纵肋和横隔板组成的梁格体系, 从而简化为进行桥面铺装及重车车轮荷载作用下的单根 U 肋受力分析验算。

根据《公路钢结构桥梁设计规范》相关规定计算纵肋盖板有效宽度[3]:

$$\text{纵肋跨径: } L = 2500 \text{ mm};$$

$$\text{纵肋间距: } 2b = 590 \text{ mm};$$

$$b/l = 295/2500 = 0.118;$$

$$b_s = \left[ 1.06 - 3.2 \left( \frac{b}{l} \right) + 4.5 \left( \frac{b}{l} \right)^2 \right] b$$

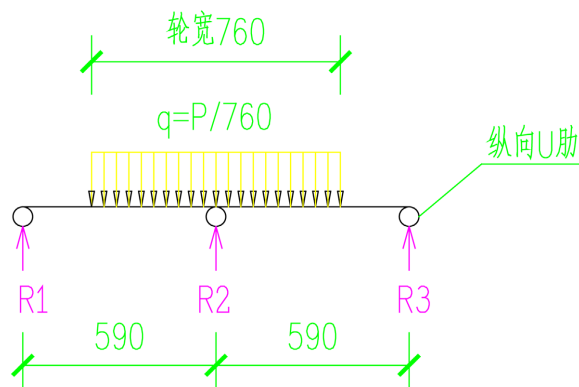
$$\begin{aligned} \text{有效宽度: } &= \left[ 1.06 - 3.2 \times 0.118 + 4.5 \times 0.118^2 \right] \times 295 \\ &= 220 \text{ mm} \end{aligned}$$

### 4.2. 车轮荷载加载方式

(1) 桥面铺装恒载:  $0.08 \times 24 \times 0.6 = 1.152 \text{ kN/m}$

(2) 车辆荷载: 根据规范取单个车轮轮重为 70kN, 同时考虑 0.4 冲击系数的影响; 另外, 根据铺装层厚度计算车轮着地面积为  $760 \text{ mm} \times 360 \text{ mm}$  (横桥向  $a_0 = a + 2H$ , 纵桥向  $b_0 = b + 2H$ ,  $a$ 、 $b$  取值见通用规范,  $H$  为铺装层厚度取 8 cm); 车辆荷载分项系数取 1.8。

将车轮分布荷载简化为集中荷载计算。按照杠杆原理, 中间肋的轮载分配系数为 0.678, 边肋为 0.161。如图 10 所示:



**Figure 10.** Transverse distribution of wheel loads on longitudinal U-ribs (Unit: mm)  
**图 10.** 纵向 U 肋车轮荷载横向分布计算图示(单位: mm)

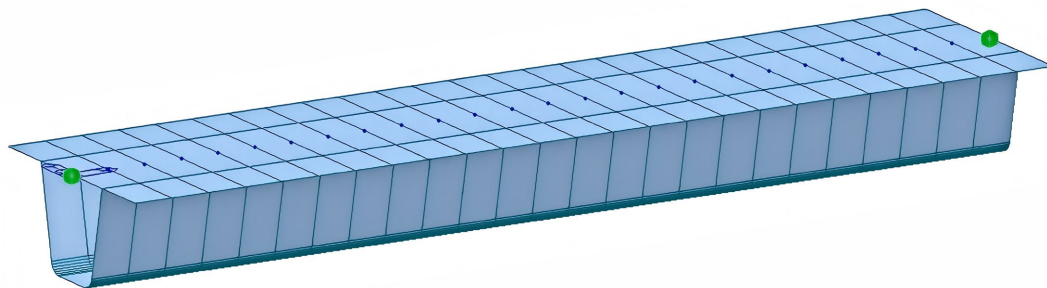
最终得到一根纵向 U 肋分配到的轮重为:

$$R_1 = R_3 = q \times \frac{760}{2} \times \frac{380/2}{590} = 0.161P;$$

$$R_2 = 2 \times q \times \frac{760}{2} \times \frac{590 - 380/2}{590} = 0.678P;$$

### 4.3. 简化模型计算结果

(1) 单根 U 形纵肋及相应的顶板有效分布宽度在桥面铺装及重车车轮荷载作用下的第二体系应力计算模型如图 11 所示:



**Figure 11.** Computational model of a single U-rib  
**图 11.** 单根 U 肋计算模型

(2) 第二体系应力计算结果如表 1 所示:

**Table 1.** Summary of second system results  
**表 1.** 第二体系结果汇总表

构件	截面	弯矩(kN·m)		最大应力(Mpa)	
		恒 + 活		上缘	下缘
U 形纵肋	跨中	37.8		-22.1	56.6
	支点	39.9		23.4	-59.7

(3) 考虑有效分布宽度折减的 U 肋顶板上缘正应力包络如图 12 所示:

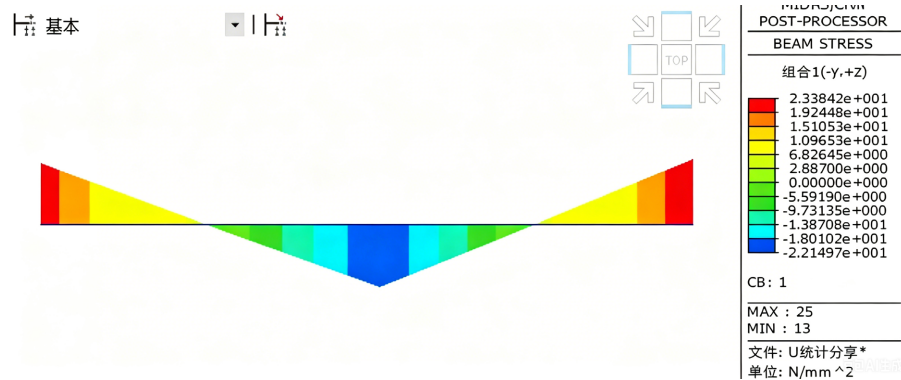


Figure 12. Normal stress envelope at the upper edge of the U-rib  
图 12. U 肋顶板上缘正应力包络图

(4) 考虑有效分布宽度折减的 U 肋下缘正应力包络如图 13 所示:

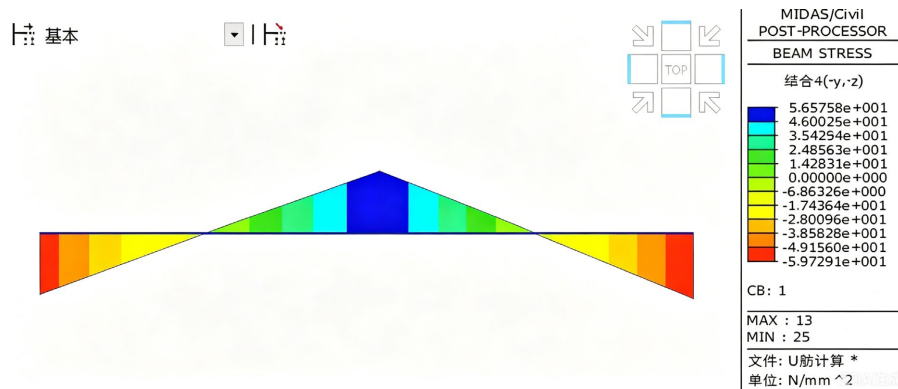


Figure 13. Normal stress envelope at the bottom edge of the U-rib  
图 13. U 肋下缘正应力包络图

由以上图表可知, 钢箱梁简化模型第二体系, 桥面板的最大拉应力为 56.6 MPa, 对应 U 肋的最大压应力为 59.7 MPa。

## 5. 结论

根据《公路桥涵设计通用规范》计入车辆荷载系数 1.8 后[6], 桥面板的最大压应力为 132.9 MPa, 底板最大拉应力为 105.5 MPa, U 肋最大应力为 45.46 MPa, 均低于 Q345D 钢材的 275 MPa 容许值。汽车荷载(不计冲击系数)下的最大竖向挠度为 52.3 mm, 小于 L/500 (109.7 mm), 符合规范要求。

在横隔板间距 2.5 m 的条件下, 本文采用的第二体系简化计算方法成功捕捉了 U 形纵肋在轮载下的局部弯曲应力(跨中拉应力 56.6 MPa, 支点压应力 59.7 MPa), 并与第一体系计算结果顺利叠加, 形成完整的应力验算链条。相较于 P-E 法, 它避免了经验地基系数的引入, 对构造参数的适应性更强; 相较于全桥板壳有限元法, 它显著降低了计算成本, 适合设计阶段的参数化分析。

## 参考文献

- [1] 项海帆, 等. 高等桥梁结构理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2013.
- [2] 王伟, 张国飞. 钢箱梁第二体系应力的实用计算方法对比[J]. 智能城市, 2024, 10(4): 99-101.
- [3] 中华人民共和国交通运输部. 公路钢结构桥梁设计规范: JTG D64-2015 [S]. 北京: 人民交通出版社, 2015.

- [4] CEN (2003) EN 1991-1-5: 2003: Eurocode 1: Actions on Structures—Part 1-5: General Actions-Thermal Actions. Brussels: European Committee for Standardization.
- [5] 李国豪. 桥梁结构稳定与振动[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1996.
- [6] 中华人民共和国交通运输部. 公路桥涵设计通用规范: JTG D60-2015 [S]. 北京: 人民交通出版社, 2015.