

# A Survey on Faster-Than-Nyquist Signaling

Chongyan Zuo, Lenan Wu

School of Information Science & Engineering, Southeast University, Nanjing Jiangsu  
Email: zuochongyan@126.com, wuln@seu.edu.cn

Received: Nov. 26<sup>th</sup>, 2016; accepted: Dec. 9<sup>th</sup>, 2016; published: Dec. 15<sup>th</sup>, 2016

Copyright © 2016 by authors and Hans Publishers Inc.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



Open Access

## Abstract

In digital communication system, the Nyquist criterion states that the symbol rate must satisfy the Nyquist criterion in order to achieve transmission without intersymbol interference. However, in 1975, Mazo found that in band-limited Additive White Gaussian Noise channel, the normalized minimum Euclidean distance does not decrease when the symbol rate exceeds within 25% of the Nyquist rate and name it as Faster-Than-Nyquist signaling (FTN). In this paper, we first introduce the history of FTN transmission, analyze the Mazo limit of FTN system, and finally compare the capacity of FTN and Nyquist rate transmission. Simulation result shows that when the transmitted pulse has excessive bandwidth, FTN transmission can achieve higher capacity than transmission under Nyquist rate.

## Keywords

Faster-Than-Nyquist Signaling (FTN), Intersymbol Interference (ISI), Constrained Capacities

# 超奈奎斯特速率(FTN)传输进展

左崇彦, 吴乐南

东南大学信息科学与工程学院, 江苏 南京  
Email: zuochongyan@126.com, wuln@seu.edu.cn

收稿日期: 2016年11月26日; 录用日期: 2016年12月9日; 发布日期: 2016年12月15日

文章引用: 左崇彦, 吴乐南. 超奈奎斯特速率(FTN)传输进展[J]. 无线通信, 2016, 6(6): 123-132.  
<http://dx.doi.org/10.12677/hjwc.2016.66016>

## 摘要

在数字通信系统中，奈奎斯特准则指出，为了实现无码间干扰的传输，符号速率必须满足奈奎斯特准则。然而1975年Mazo发现在带限加性高斯白噪声信道中，当码元速率超过奈奎斯特速率在25%以内时，信号的归一化最小欧式距离并不会减小，并称为Faster-Than-Nyquist signaling (超奈奎斯特，FTN)。本文首先介绍FTN传输的发展历史，分析FTN系统的Mazo限，并对FTN传输以及奈奎斯特速率下的限制信道容量进行比较。从仿真结果可以看出，当脉冲存在过剩带宽时，FTN传输可以得到比奈奎斯特速率下更高的信道容量。

## 关键词

超奈奎斯特速率(FTN)，码间干扰，限制信道容量

---

## 1. 引言

在数字基带传输系统中，奈奎斯特准则指出[1]，为了获得无码间干扰(ISI)的通信，码元速率不能超过奈奎斯特速率。传统观念认为，在码元速率超过奈奎斯特速率后会因为 ISI 使得通信系统性能下降。而在 1975 年，Mazo [2]发现在带限加性高斯白噪声(AWGN)信道中，在码元速率超过奈奎斯特速率的 25% 以内时，信号间距并不会减小，并将此技术称为 Faster-Than-Nyquist signaling (超奈奎斯特，FTN)。近年来，随着通信对频谱利用率要求的不断提高，FTN 引起了许多人的关注，同时被扩展到 ODFM 系统[3]、长距离光纤传输[4]等领域。本文首先对 FTN 的历史进行回顾，之后讨论 FTN 系统中的 Mazo 限，并对 FTN 传输与奈奎斯特速率传输的限制信道容量进行对比。从仿真结果可以看出，对于诸如平方根升余弦脉冲等 sinc 脉冲，FTN 在高信噪比下可以得到比奈奎斯特速率下更高的信道容量。

## 2. 超奈奎斯特速率传输(FTN)及其主要进展

在超过奈奎斯特速率下进行信号传输的早期研究主要来源于贝尔实验室，1965 年 Tufts [5]提出对于一个线性时不变的无噪声系统，以任意高的速率传输有限的序列是可能的。在 1968 年，Saltzberg [6]研究了在带限信道中 ISI 和高斯噪声带来的错误影响。与传统的 FTN 略有不同，Saltzberg 研究的是当在频域中使用小于奈奎斯特速率所对应的带宽时传输系统的性能会如何变化。其得出误码率的一个上界估计，并且得出在带宽不小于 97% 时误码率可保持在  $10^{-7}$  以下。然而在 Saltzberg 的研究中把 ISI 看成独立噪声，而没有利用其结构。1973 年 SALZ [7]在研究最小均方误差判决反馈均衡器时将 FTN 传输作为特殊情况进行了分析。1975 年[2] Mazo 的论文被认为是 FTN 研究的一个里程碑，他发现当信道速率大于奈奎斯特速率的 25% 以内时，归一化最小欧式距离保持不变。1995 年文献[8]提出了一种物理可实现的 FTN 传输方式，利用迭代方法设计滤波器。由于 sinc 脉冲物理不可实现，文献[9]对升余弦类脉冲进行了研究，并详细分析了不同 FTN 速率下的错误图样，利用约束编码可能进一步提升 FTN 系统的速率，代价为大约 1 dB 的性能降低和复杂度。2000 年后 FTN 又受到了较多关注，主要的研究来自瑞典隆德大学的 Rusek 和 Anderson，Rusek 在其博士论文[10]中对 FTN 和部分响应系统作了详细分析，文献[11]发现了时域和频域同时混叠的 FTN 脉冲，并且搜索出了满足最小距离不变的时间和频域间隔。2009 年 Rusek 和 Anderson [12]分析了调制符号独立同分布下 FTN 系统的信道容量，证明了对于非 sinc 脉冲，FTN 的限制信道容量要大于奈奎斯特速率系统的信道容量。Yoo 和 Cho [13]证明了二元调制的 FTN 传输在信号速率趋于无穷时可逼近奈奎斯特速率下采用高斯分布符号时的信道容量。近年来 FTN 的研究有在多载波系统上的延伸[14]，

在长距离光纤传输中的应用[15], 以及低复杂度的解调[16]等。

### 3. FTN 系统的最小欧式距离与 Mazo 限

1975年Mazo考虑了在有ISI下两个信号的归一化最小欧式距离, 并发现在符号间隔小于奈奎斯特速率时最小欧式距离可以保持不变。由于在高信噪比下M-ary信号在AWGN下误码率的紧上界为最小欧式距离的函数, 因此可以认为在高信噪比下FTN传输的误码率近似不变。

若用理想sinc脉冲传输二进制PAM信号, 符号  $a_n \in \{-1, 1\}$ , 则发送信号如下:

$$s(t) = \sum_{n=N_1}^{N_2} a_n g_T(t - nT) \quad (1)$$

Mazo研究的是当传输符号速率超过奈奎斯特速率的情况。

$$s(t) = \sum_{n=N_1}^{N_2} a_n g_T(t - n\rho T) \quad (2)$$

其中  $0 < \rho < 1$ , 这样  $g_T(t - n\rho T)$  之间不再满足正交性, 并存在 ISI。满足不影响信号最小欧式距离的  $\rho$  的最小值被称为 Mazo 限(Mazo limit)。

信号的归一化最小欧式距离可以表示为

$$\tilde{d}_{\min}^2 = \frac{d_{\min}^2}{4E} = \min_{\exists n, a_n^{(1)} \neq a_n^{(2)}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \sum_{n=N_1}^{N_2} (a_n^{(1)} - a_n^{(2)}) g_T(t - n\rho T) \right|^2 dt \quad (3)$$

其中

$$g_T(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}, G_T(f) = \begin{cases} T & f \in \left[-\frac{1}{2T}, \frac{1}{2T}\right] \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

记  $b_n = a_n^{(1)} - a_n^{(2)}$ , 利用 Parseval's theorem 可得:

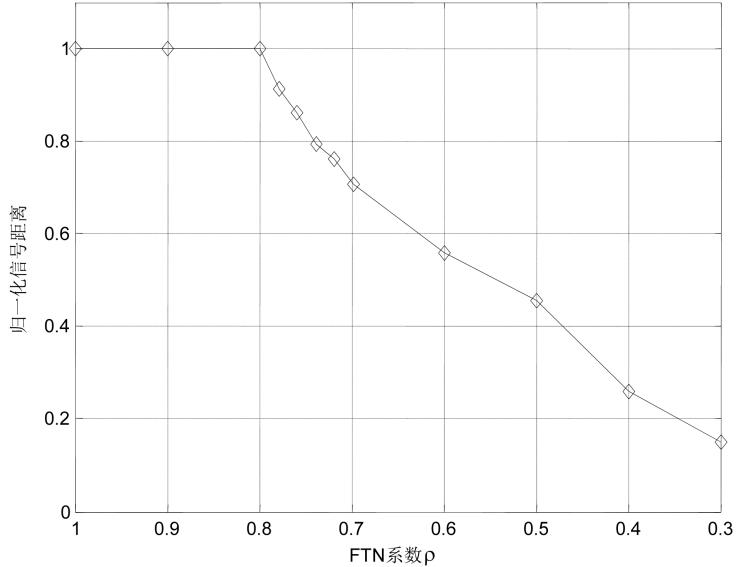
$$\begin{aligned} \tilde{d}_{\min}^2 &= \frac{1}{4T} \min_{b_n \neq 0} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \sum_{n=N_1}^{N_2} b_n G_T(f) e^{-j2\pi f n \rho T} \right|^2 df \\ &= \min_{b_n \neq 0} \frac{1}{8\pi\rho} \int_{-\rho\pi}^{\rho\pi} \left| \sum_{n=N_1}^{N_2} b_n e^{-jn\theta} \right|^2 d\theta \\ &\stackrel{\text{令 } c_n = \frac{b_n}{2}}{=} \min_{K \geq 0, c_n = \pm 1, 0} \frac{1}{2\pi\rho} \int_{-\rho\pi}^{\rho\pi} \left| 1 - \sum_{n=1}^K c_n e^{jn\theta} \right|^2 d\theta \end{aligned} \quad (5)$$

其中最后一步假设了  $N_1 \sim N_2$  中  $c_i \neq 0$  的最小下标为  $l$ , 最大下标为  $m$ , 利用  $K = m - l$  并乘以  $e^{-j\theta l}$  得到。仔细观察(5)式, 当  $\rho = 1$  时, 利用  $e^{jn\theta}$  在  $[-\pi, \pi]$  上的正交性可得

$$\min_{K \geq 0, c_n = \pm 1, 0} \frac{1}{2\pi\rho} \int_{-\rho\pi}^{\rho\pi} \left| 1 - \sum_{n=1}^K c_n e^{jn\theta} \right|^2 d\theta = \min_{K \geq 0, c_n = \pm 1, 0} 1 + \sum_{n=1}^K c_n^2 = 1 \quad (6)$$

当  $\rho < 1$  时, (5)式难以直接计算, 因此采用仿真的方式, 利用 matlab 对(5)式进行数值仿真, 取  $K = 6$ , 对所有可能的  $c_n$  组合进行遍历, 结果如图 1 所示。

从图 1 中可以看出, 当 FTN 系数  $\rho \leq 0.8$  时, 归一化最小信号距离均为 1。文献[17]和[18]更详细地分析了 Mazo 限, 并且得出在  $0.802.. \leq \sigma \leq 1$  下最小距离不变。由仿真可看出, 当  $\rho \geq 0.8$  时  $d_{\min}^2 = 1$ , 而当  $\rho < 0.8$  时开始迅速下降, 与理论值  $0.802.. \leq \rho \leq 1$  时归一化最小信号距离不变相符。



**Figure 1.** Normalized minimum Euclidian distance with increasing FTN signaling rate

图 1. FTN 系数与归一化信号距离关系图

#### 4. FTN 系统的信道容量分析

在 AWGN 信道下, 接收信号可以写成:

$$r(t) = s_a(t) + n(t) \quad (7)$$

其中  $s_a(t) = \sum_{n=N_1}^{N_2} a_n g_T(t - n\rho T)$  为 FTN 信号,  $n(t)$  为双边功率谱密度为  $\frac{N_0}{2}$  的高斯白噪声。可以证明, 接收信号经过匹配滤波器之后对其以间隔  $\tau T$  进行采样可得序列  $a_n$  的充分统计量:

$$x_k = \int_{-\infty}^{\infty} r(t) h^*(t - k\tau T) dt \quad (8)$$

其等效模型可写成

$$x = a * g + \eta \quad (9)$$

其中  $g_{n-m} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - m\tau T) h^*(t - n\tau T) dt$ 。在  $h(t - k\tau T)$  不构成正交信号集的情况下,  $g_k \neq \delta[k]$ , 因此存在 ISI, 并且  $\eta$  不再是独立分布的高斯随机变量, 而是色噪声, 该模型称为 UngerBoeck 模型[19], Forney [20]提出采样的匹配滤波器输出可以经过一个离散的白化滤波器白化从而得到 Forney 模型:

$$y = a * f + w \quad (10)$$

这里  $f$  是一个自相关函数为  $g$  的 ISI 序列,  $w$  是零均值独立高斯随机变量, Forney 证明了观测  $y$  同样构成发送符号  $a$  的充分统计量。香农证明了带宽为  $W$  的信号在  $T$  时间内大约张成一个  $2WT$  维的空间[21], 即可以被  $2WT$  个数字充分表示, 对于双边功率谱密度为  $N_0/2$  的 AWGN 信道, 在传送信号的平均功率受限时, 香农提出了著名的信道容量公式:

$$C = W \log_2 \left( 1 + \frac{P}{WN_0} \right) \text{ bits/s} \quad (11)$$

上述容量可通过将符号序列调制到 sinc 脉冲上实现, 即:

$$s_a(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \sin c(t - k/2W) \quad (12)$$

其中  $a_k$  为满足高斯分布的符号序列, 符号间隔  $T = \frac{1}{2W}$ , 如果发送信号具有光滑的功率谱密度  $P|H(f)|^2$

(这里假设  $|H(f)|^2$  为归一化的功率谱密度), 则满足条件的约束信道容量为:

$$C_{\text{PSD}} = \int_0^W \log_2 \left( 1 + \frac{2P}{N_0} |H(f)|^2 \right) df \text{ bits/s} \quad (13)$$

对于 sinc 脉冲,  $C$  是可达的, 但由于 sinc 脉冲时域衰减较慢, 因此实际中常采用升余弦脉冲进行传输, 然而升余弦脉冲由于频域的非理想特性, 不能逼近同等条件下的信道容量。

下面讨论 FTN 信号传输的信道容量, 假设  $a_k$  是独立同分布信号, 记

$$C_{DT} \triangleq \sup_{P_a(a)} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} I(x^N; a^N) \quad (14)$$

其中  $x = a * g + \eta$ , 或者用 Forney 模型中的  $y$  代替  $x$ 。由文献[22]可得, 上述离散信道容量在  $a_k$  服从高斯分布的情况下得到, 且若  $E(a^2) = \sigma_a^2$ , 则有:

$$C_{DT} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \log_2 \left( 1 + \frac{\sigma_a^2}{\sigma^2} G(\lambda) \right) d\lambda \quad (15)$$

其中

$$G(\lambda) = \sum_k g_k e^{-j\lambda k} = \left| \sum_k f_k e^{-j\lambda k} \right|^2 = |F(\lambda)|^2 \quad (16)$$

$g_k$ ,  $f_k$  分别代表 UngerBoeck 模型和 Forney 模型中的等效滤波器系数。

$g_{n-m} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - m\tau T) h^*(t - n\tau T) dt$ , 根据 Parseval's theorem 可得:

$$\begin{aligned} g_k &= \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 e^{j2\pi k \tau T f} df \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-1/2\tau T}^{1/2\tau T} \left| H\left(f + \frac{k}{\tau T}\right) \right|^2 e^{j2\pi k \tau T f} df \\ &= \int_{-1/2\tau T}^{1/2\tau T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| H\left(f + \frac{k}{\tau T}\right) \right|^2 e^{j2\pi k \tau T f} df \\ &= \frac{1}{\tau T} \cdot \tau T \int_{-1/2\tau T}^{1/2\tau T} |H_{fo}(f)|^2 e^{j2\pi k \tau T f} df \end{aligned} \quad (17)$$

其中

$$|H_{fo}(f)|^2 \triangleq \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left| H\left(f + \frac{k}{\tau T}\right) \right|^2, \quad -1/2\tau T \leq f \leq 1/2\tau T \quad (18)$$

易知  $|H_{fo}(f)|^2$  是周期为  $\frac{1}{\tau T}$  的周期信号, 根据上式可得  $\tau T g_k$  是周期信号  $|H_{fo}(f)|^2$  的傅里叶系数, 又  $G(\lambda) = \sum_k g_k e^{-j\lambda k}$ , 所以  $G(\lambda)$  为周期为  $2\pi$  的周期信号, 由此可得:

$$G(\lambda) = \frac{1}{\tau T} \left| H_{fo}\left(\frac{\lambda}{2\pi\tau T}\right) \right|^2 \quad (19)$$

FTN 系统的信道容量为:

$$C_{\text{FTN}} \triangleq \frac{1}{\tau T} C_{DT} \quad \text{bit/s} \quad (20)$$

对 FTN 传输, 有  $P = \frac{\sigma_a^2}{\tau T}$ , AWGN 信道下  $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$ , 带入可得:

$$\begin{aligned} C_{\text{FTN}} &= \frac{1}{2\pi\tau T} \int_0^\pi \log_2 \left( 1 + \frac{\sigma_a^2}{\sigma^2} \frac{1}{\tau T} \left| H_{fo} \left( \frac{\lambda}{2\pi\tau T} \right) \right|^2 \right) d\lambda \\ &= \frac{1}{2\pi\tau T} \int_0^\pi \log_2 \left( 1 + \frac{2P}{N_0} \left| H_{fo} \left( \frac{\lambda}{2\pi\tau T} \right) \right|^2 \right) d\lambda \\ &\stackrel{\text{令 } f = \frac{\lambda}{2\pi\tau T}}{=} \int_0^{\frac{1}{2\tau T}} \log_2 \left( 1 + \frac{2P}{N_0} \left| H_{fo}(f) \right|^2 \right) df \end{aligned} \quad (21)$$

对于  $\tau = 1$  的情况, 可以得到奈奎斯特速率信号的限制信道容量为  $C_N$ ,  $N$  代表奈奎斯特脉冲:

$$C_N = \frac{1}{2T} \log_2 \left( 1 + \frac{2PT}{N_0} \right) \quad (22)$$

文献[12]证明了如下定理:

定理 4.1: 当  $h(t)$  不是 sinc 脉冲的情况下, 存在  $\tau$  使得  $C_{\text{FTN}} > C_N$ 。当  $h(t) = h_{\text{sinc}}(t)$  时有  $C_{\text{FTN}} = C_N$ 。

因此对于非 sinc 脉冲的正交脉冲, 若将其传输速率提高到高于奈奎斯特速率, 那么可得到更高的限制信道容量。

定理 4.2: 若脉冲  $h(t)$  是带宽为  $W$  的带限信号, 且不是 sinc 脉冲, 那么对于  $\tau = \frac{1}{2WT}$ , 有  $C_{\text{FTN}} > C_N$ ,

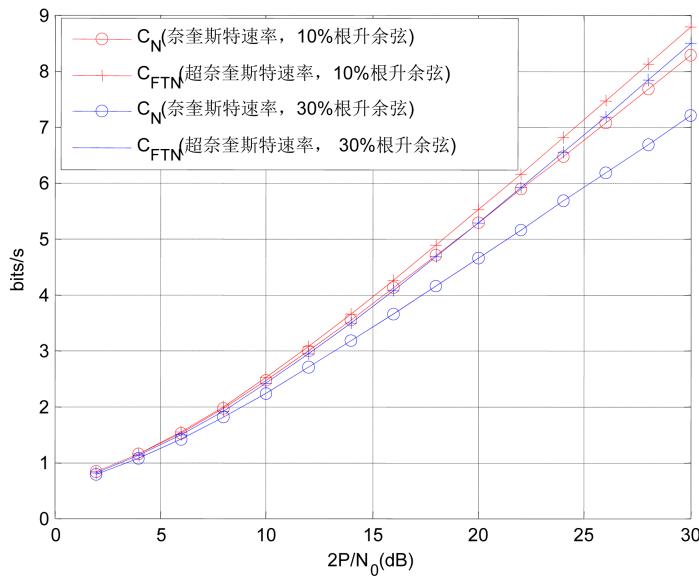
进一步  $\tau = \frac{1}{2WT}$  时 FTN 传输可达该功率谱密度约束下的约束信道容量。

下面针对通信系统中的平方根升余弦脉冲进行仿真, 平方根升余弦脉冲是实际系统中常用的脉冲, 其频域表达式为

$$G(\omega) = \begin{cases} \sqrt{T} & 0 \leq |\omega| \leq (1-\beta)\frac{\pi}{T} \\ \sqrt{\frac{T}{2} \left( 1 - \sin \left( \frac{T}{2\beta} \left( |\omega| - \frac{\pi}{T} \right) \right) \right)} & (1-\beta)\frac{\pi}{T} \leq |\omega| \leq (1+\beta)\frac{\pi}{T} \\ 0 & |\omega| \geq (1+\beta)\frac{\pi}{T} \end{cases} \quad (23)$$

$\beta$  称为滚降因子, 有  $\beta \in [0, 1]$ ,  $\beta$  越大频域上衰减越平滑, 时域衰减越快,  $\beta$  越小频域衰减越快, 时域衰减越快。对于  $\beta = 10\%$  和  $\beta = 30\%$ , 分别对奈奎斯特速率以及超奈奎斯特速率下的限制信道容量进行对比, 利用式(21)和(22)对平方根升余弦滤波器进行仿真。

由图 2 可以看出, 对于  $\beta = 10\%$  的根升余弦脉冲, 因为其频域较为陡峭, 与理想 sinc 脉冲接近, 因此其限制信道容量已经接近无功率谱密度约束下的信道容量, 即 sinc 脉冲对应的信道容量。而对于  $\beta = 30\%$  的根升余弦脉冲, 由于过剩带宽的影响, 若以奈奎斯特速率传输, 那么会损失部分信道容量, 而在超奈奎斯特速率传输下, 其约束信道容量可获得一定的提升。由上述分析可得, 当信号具有剩余带宽时, 使用 FTN 传输可获得更高的性能。FTN 可以逼近给定功率谱密度条件下的信道容量。

**Figure 2.** Constrained capacity of raised cosine pulse with 1 Hz bandwidth**图 2.** 信道带宽为 1 Hz 下根升余弦脉冲的限制信道容量比较

最后我们观察对于间隔为  $T$ ，带宽为  $W$  的非 sinc 奈奎斯特脉冲  $h(t)$ 。当  $P/N_0$  趋于无穷时  $C_{\text{FTIN}}$ ， $C_N$  分别与  $C$  的渐进关系，再次将  $C_{\text{FTIN}}$ ， $C_N$  与  $C$  的表达式列出如下：

$$\begin{aligned} C_N &= \frac{1}{2T} \log_2 \left( 1 + \frac{2PT}{N_0} \right) \\ C_{\text{FTIN}} &= \int_0^W \log_2 \left( 1 + \frac{2P}{N_0} |H(f)|^2 \right) df \\ C &= W \log_2 \left( 1 + \frac{P}{N_0 W} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

$|H(f)|^2$  为归一化功率谱密度满足  $\int_{-W}^W |H(f)|^2 df = 1$

定义  $L_N = \frac{C - C_N}{C} = 1 - \frac{C_N}{C}$ ， $L_{\text{FTIN}} = \frac{C - C_{\text{FTIN}}}{C} = 1 - \frac{C_{\text{FTIN}}}{C}$  为奈奎斯特速率和超奈奎斯特速率系统的信道容量损失比，我们观察  $\lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} L_N$  与  $\lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} L_{\text{FTIN}}$ ：

对于  $L_N$  我们有：

$$\begin{aligned} \lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} L_N &= 1 - \lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} \frac{C_N}{C} \\ &= 1 - \lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2T} \log_2 \left( 1 + \frac{2PT}{N_0} \right)}{W \log_2 \left( 1 + \frac{P}{N_0 W} \right)} \\ &= 1 - \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{1}{2WT} \frac{\log_2 S + \log_2 \left( \frac{1}{S} + 2T \right)}{\log_2 S + \log_2 \left( \frac{1}{S} + \frac{1}{W} \right)} \\ &= 1 - \frac{1}{2WT} \end{aligned} \quad (25)$$

假设  $H(f)$  满足  $H(f) > 0, |f| < W$ , 则对于  $L_{\text{FTN}}$  可得:

$$\begin{aligned}
 \lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} L_{\text{FTN}} &= 1 - \lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} \frac{C_{\text{FTN}}}{C} \\
 &= 1 - \lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} \frac{\int_0^W \log_2 \left( 1 + \frac{2P}{N_0} |H(f)|^2 \right) df}{W \log_2 \left( 1 + \frac{P}{N_0 W} \right)} \\
 &= 1 - \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{W \log_2 S + \int_0^W \log_2 \left( \frac{1}{S} + 2|H(f)|^2 \right) df}{W \log_2 S + W \log_2 \left( \frac{1}{S} + \frac{1}{W} \right)} \\
 &= \lim_{S \rightarrow \infty} \frac{\int_0^W \log_2 (2|H(f)|^2) df}{W \log_2 S} \\
 &= 0
 \end{aligned} \tag{26}$$

可以看出, 若信号以理想的 sinc 脉冲传输, 因为  $W = \frac{1}{2T}$ , 带入可得  $C_N = C$ , 因此  $L_N = 0$ , 但由于 sinc 脉冲时域衰减较慢, 因此常用升余弦或者平方根升余弦脉冲, 此时因为引入了过剩带宽, 使得  $W > \frac{1}{2T}$ , 因此  $\lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} L_N > 0$ , 即无论信噪比多高, 也存在信道容量的损失。而对于 FTN 信号则有  $\lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} L_{\text{FTN}} = 0$ , 可见在高信噪比下 FTN 信号能很好地逼近信道容量。

下面分别对滚降系数为  $\beta = 10\%$  和  $\beta = 30\%$  的平方根升余弦脉冲进行仿真, 分析信道容量损失比与  $\frac{P}{N_0}$  的渐进关系, 平方根升余弦脉冲的表达式由式(23)给出。

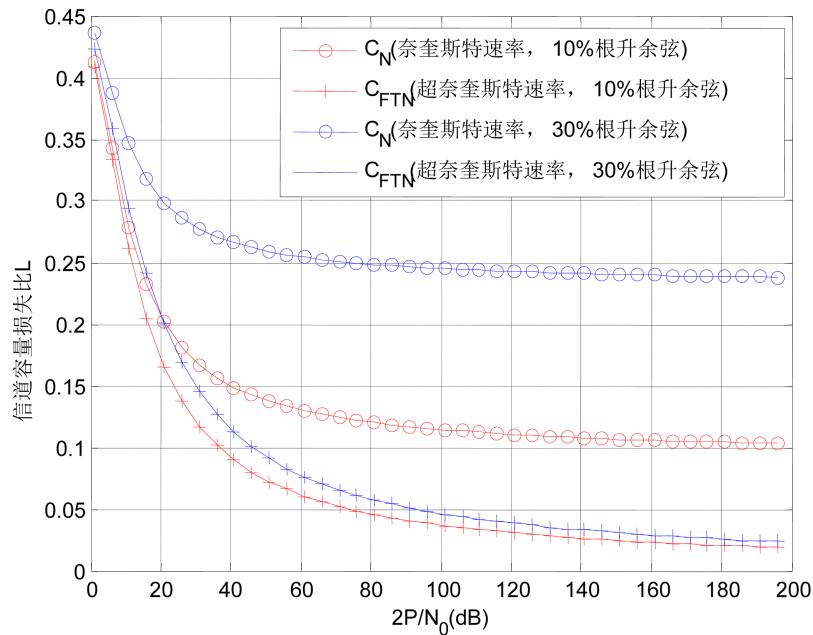


Figure 3. Channel capacity loss as a function of  $2P/N_0$

图 3. 信道容量损失比与  $2P/N_0$  的关系

由图3可以看出, 当平方根升余弦脉冲的滚降系数 $\beta$ 较小时, 奈奎斯特速率下的容量损失比也较小, 并且根据公式  $\lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} L_N = 1 - \frac{1}{2WT}$  和  $\frac{1}{2WT} = \frac{1}{1 + \beta}$  可得:

$$\lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} L_N = \frac{\beta}{1 + \beta} \quad (27)$$

将  $\beta = 10\%$  与  $\beta = 30\%$  带入可得  $\lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} L_{N-10\%} = 0.091$ ,  $\lim_{P/N_0 \rightarrow \infty} L_{N-30\%} = 0.23$ , 与仿真结果相符。可以观察到, 无论是  $\beta = 10\%$  或  $\beta = 30\%$  的情况,  $L_{FTN}$  几乎以相同速度趋于 0, 并且  $\beta$  越大, 即过剩带宽越大, FTN 信号所能降低的信道容量损失越大, 因此 FTN 传输比非 sinc 脉冲的奈奎斯特速率传输更为高效。

## 5. 结束语

本文对 FTN 的发展历史进行了总结与回顾, 并对 FTN 与奈奎斯特速率下的限制信道容量作了比较, 可以看出, 在高信噪比下, FTN 能充分利用剩余带宽, 获得比奈奎斯特系统更好的性能。在高信噪比下, 在满足奈奎斯特准则下如果希望传输速率逼近信道容量, 就必须采用高阶调制, 而 FTN 可以在保持低阶调制下获得更高的传输速率, 但由于其人为引入了码间干扰, 如果使用最大似然接收会导致复杂度过高, 在现实中无法实现, 因此如何实现低复杂度的 FTN 解调也是研究的热点之一[23] [24]。随着这些问题被解决, FTN 传输将会获得越来越多的应用。

## 参考文献 (References)

- [1] Barry, J.R., Lee, E.A. and Messerschmitt, D.G. (2003) Digital Communication. Springer Science & Business Media, Norwell, MA.
- [2] Mazo, J.E. (1975) Faster-Than-Nyquist Signaling. *The Bell System Technical Journal*, **54**, 1451-1462. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1975.tb02043.x>
- [3] Rusek, F. and Anderson, J.B. (2009) Multistream Faster Than Nyquist Signaling. *IEEE Transactions on Communications*, **57**, 1329-1340. <https://doi.org/10.1109/TCOMM.2009.05.070224>
- [4] Colavolpe, G. (2011) Faster-Than-Nyquist and Beyond: How to Improve Spectral Efficiency by Accepting Interference Giulio Colavolpe. *37th European Conference and Exhibition on Optical Communication*, Geneva, 18-22 September 2011, 1-25.
- [5] Tufts, D.W. (1965) Nyquist's Problem: The Joint Optimization of Transmitter and Receiver in Pulse Amplitude Modulation. *Proceedings of the IEEE*, **53**, 248-259. <https://doi.org/10.1109/PROC.1965.3682>
- [6] Cahn, C. (1971) Worst Interference for Coherent Binary Channel (Corresp.). *IEEE Transactions on Information Theory*, **17**, 209-210.
- [7] Salz, J. (1973) Optimum Mean-Square Decision Feedback Equalization. *The Bell System Technical Journal*, **52**, 1341-1373. <https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1973.tb02023.x>
- [8] Wang, C.-K. and Lee, L.-S. (1995) Practically Realizable Digital Transmission Significantly below the Nyquist Bandwidth. *IEEE Transactions on Communications*, **43**, 166-169. <https://doi.org/10.1109/26.380028>
- [9] Liveris, A.D. and Georghiades, C.N. (2003) Exploiting Faster-Than-Nyquist Signaling. *IEEE Transactions on Communications*, **51**, 1502-1511. <https://doi.org/10.1109/TCOMM.2003.816943>
- [10] Rusek, F. (2007) Partial Response and Faster-Than-Nyquist Signaling. Lund University, Lund.
- [11] Rusek, F. and Anderson, J.B. (2005) The Two Dimensional Mazo Limit. *Proceedings of International Symposium on Information Theory*, Adelaide, 4-9 September 2005, 970-974.
- [12] Rusek, F. and Anderson, J.B. (2009) Constrained Capacities for Faster-Than-Nyquist Signaling. *IEEE Transactions on Information Theory*, **55**, 764-775. <https://doi.org/10.1109/TIT.2008.2009832>
- [13] Yoo, Y.G. and Cho, J.H. (2010) Asymptotic Optimality of Binary Faster-Than-Nyquist Signaling. *IEEE Communications Letters*, **14**, 788-790. <https://doi.org/10.1109/LCOMM.2010.072910.100499>
- [14] Kanaras, I., Chorti, A., Rodrigues, M.R.D., et al. (2009) Spectrally Efficient FDM Signals: Bandwidth Gain at the Expense of Receiver Complexity. *IEEE International Conference on Communications*, Piscataway, NJ, 14-18 June 2009, 1-6.

- [15] Tipsuwanakul, E., Karlsson, M. and Andrekson, P.A. (2012) Exploiting the Faster-Than-Nyquist Concept in Wave-length-Division Multiplexing Systems Using Duobinary Shaping. *ResearchGate*, **1**, 8.
- [16] Sen, P., Aktas, T. and Yilmaz, A.O. (2014) A Low-Complexity Graph-Based LMMSE Receiver Designed for Colored Noise Induced by FTN-Signaling. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC)*, Istanbul, 6-9 April 2014, 642–647.
- [17] Mazo, J.E. and Landau, H.J. (1988) On the Minimum Distance Problem for Faster-Than-Nyquist Signaling. *IEEE Transactions on Information Theory*, **34**, 1420-1427. <https://doi.org/10.1109/18.21281>
- [18] Hajela, D. (1990) On Computing the Minimum Distance for Faster than Nyquist Signaling. *IEEE Transactions on Information Theory*, **36**, 289-295. <https://doi.org/10.1109/18.52475>
- [19] Ungerboeck, G. (1974) Adaptive Maximum-Likelihood Receiver for Carrier-Modulated Data-Transmission Systems. *IEEE Transactions on Communications*, **22**, 624-636. <https://doi.org/10.1109/TCOM.1974.1092267>
- [20] Forney, G. (1972) Maximum-Likelihood Sequence Estimation of Digital Sequences in the Presence of Intersymbol Interference. *IEEE Transactions on Information Theory*, **18**, 363-378. <https://doi.org/10.1109/TIT.1972.1054829>
- [21] Shannon, C.E. (2001) A Mathematical THEORY of communication. *ACM SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review*, **5**, 3-55. <https://doi.org/10.1145/584091.584093>
- [22] Shamai, S., Ozarow, L.H. and Wyner, A.D. (1991) Information Rates for a Discrete-Time Gaussian Channel with Intersymbol Interference and Stationary Inputs. *IEEE Transactions on Information Theory*, **37**, 1527-1539. <https://doi.org/10.1109/18.104314>
- [23] Sasahara, H., Hayashi, K. and Nagahara, M. (2016) Symbol Detection for Faster-than-Nyquist Signaling by Sum-of-Absolute-Values Optimization. *IEEE Signal Processing Letters*, **23**, 1853-1857.
- [24] Ishihara, T. and Sugiura, S. (2016) Frequency-Domain Equalization Aided Iterative Detection of Faster-than-Nyquist Signaling with Noise Whitening. *IEEE International Conference on Communications (ICC)*, Kuala Lumpur, 22-27 May 2016, 1-6.

---

**Hans 汉斯**

期刊投稿者将享受如下服务：

1. 投稿前咨询服务 (QQ、微信、邮箱皆可)
2. 为您匹配最合适的期刊
3. 24 小时以内解答您的所有疑问
4. 友好的在线投稿界面
5. 专业的同行评审
6. 知网检索
7. 全网络覆盖式推广您的研究

投稿请点击：<http://www.hanspub.org/Submission.aspx>

期刊邮箱：[hjwc@hanspub.org](mailto:hjwc@hanspub.org)