International Journal of Mechanics Research 力学研究, 2025, 14(2), 110-120
Published Online June 2025 in Hans. https://www.hanspub.org/journal/ijm
https://doi.org/10.12677/ijm.2025.142011

Hans汉斯

滚动轴承－转子系统的非线性动力学分析

王仕鹏

兰州交通大学机电工程学院，甘肃 兰州

收稿日期：2025年2月23日；录用日期：2025年3月4日；发布日期：2025年6月10日

摘　要

本文以六自由度滚动轴承－转子系统为研究对象，基于国家发展需求及我国在数控机床领域的现状，深入探讨其相关特性。构建了系统的非线性动力学模型并作基本假设，通过数值仿真分析不同参数对系统振动特性的影响，包括转速、偏心距、轴承游隙等。全面研究了基准模型的分岔特性，以及不同轴承游隙和偏心距下系统的运动状态变化。研究结果为该系统的设计与运行提供了理论依据，有助于提升系统的安全性、高效性与稳定性，对改善数控机床品质具有重要意义。

关键词

滚动轴承，转子系统，非线性动力学，分岔特性，振动特性

Nonlinear Dynamic Analysis of Rolling Bearing-Rotor System

Shipeng Wang

College of Electromechanical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou Gansu

Received: Feb. 23rd, 2025; accepted: Mar. 4th, 2025; published: Jun. 10th, 2025

Abstract

In this paper, the six-degree-of-freedom rolling bearing-rotor system is taken as the research object. In view of the national development requirements and the current situation of China in the field of CNC machine tools, its related characteristics are deeply explored. The nonlinear dynamic model of the system is constructed and basic assumptions are made. Through numerical simulation, the influence of different parameters on the vibration characteristics of the system is analyzed, including rotational speed, eccentricity, bearing clearance, etc. The bifurcation characteristics of the benchmark model and the change in the motion state of the system under different bearing clearances and eccentricities are comprehensively studied. The research results provide a theoretical basis for

文章引用: 王仕鹏. 滚动轴承-转子系统的非线性动力学分析[J]. 力学研究, 2025, 14(2): 110-120.
DOI: 10.12677/ijm.2025.142011

the design and operation of this system, which is helpful in improving the safety, high efficiency, and stability of the system and is of great significance for improving the quality of CNC machine tools.

Keywords

Rolling Bearing, Rotor System, Nonlinear Dynamics, Bifurcation Characteristics, Vibration Characteristics

Copyright © 2025 by author(s) and Hans Publishers Inc.
This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY 4.0).
http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/
Open Access

1. 引言

随着国家综合国力的显著提升以及国民经济的快速发展，我国对制造业的要求日益提高。制造业作为国家发展的基础产业，承担着国家财富创造的重要使命[1]。特别是随着电子信息技术的不断发展，数控机床已成为制造业在数字化领域的代表性工具，是机电一体化时代不可或缺的重要机械[2]。而我国则是从 20 世纪 80 年代才开始对数控机床进行研究，目前仍处于发展阶段。尽管在某些方面取得了一定的成果，但在整个行业内仍存在诸多问题，尤其是在机床的高速化和高精度化方面，与国外机床相比仍存在较大差距[3]。针对各类旋转机械，设计出各异的转子系统，此举提升了系统的工作效率，确保了运行期间的稳定性，同时为故障的发现与处理提供了理论依据与技术指导，进而延长了系统的使用寿命；这对于改善数控机床的品质具有极大的现实意义与技术价值[4]。

随着对转子系统研究的不断深入以及滚动轴承制造技术的逐步系统化，国内外科学家的研究方向不再仅仅局限于考虑非线性转子动力学，而是逐渐向滚动轴承－转子系统的非线性动力学靠近。例如 Tiwari M [5]构建了具备不平衡力的球轴承－刚性转子系统，借助实验对系统失稳现象与转速之间的关系进行了分析，得出了轴承径向游隙能够致使系统非线性现象增多的结论。Harsha [6]在原本的 Hertz 接触力模型之上，添加了表面波纹度以及变柔度等影响因素，对平衡条件下轴承－转子系统的振动响应进行了分析。Yi [7]通过建立模型提出，在组配轴承的安装过程中，恰当地不对中安装有利于系统的稳定运行。白长青[8]在对各种滚动轴承的非线性因素加以考虑之后，建立了平衡轴承转子系统模型，对系统在转速变化情况下的分岔与混沌现象进行了分析，发现了三种能够影响周期解稳定性的方式，并且得出轴承游隙是影响周期解失稳的重要因素这一结论。张伟刚[9]针对滚动轴承游隙为负值的机床主轴系统展开了研究，构建了具有不平衡力和 Hertz 接触力的六自由度微分方程，对不同游隙下系统的稳定性进行了对比，得出轴承在负游隙的几何结构下有利于系统稳定性的结论。此外，在滚动轴承支撑下的转子系统动力学方面，还有众多的研究[10]-[15]。

本文构建了正常轴承转子系统的六自由度动力学模型，对系统随转速变化所呈现出的非线性动力学特性进行了分析。借助变步长的四阶龙格库塔法，对经过无量纲处理后的转子系统运动微分方程开展数值积分计算工作。随后，通过分岔图、相图、时间历程图以及庞加莱截面映射图，对系统的响应展开深入分析。通过这种方式，研究在不同参数条件下系统所展现出的振动特性，对参数影响系统响应的规律进行归纳总结，以寻求在设计系统时最为适宜的参数区域，促使系统能够更为安全、高效且稳定地运行。

2. 系统的动力学模型

2.1. 动力学模型

图 1 是本文建立的滚动轴承－转子系统的非线性动力学模型。转子两端由两个相同的滚动轴承支撑，O_{bL} 和 O_{bR} 分别为左右轴承的几何中心，O_2 为转子的几何中心，O_3 为转子的质量中心；m_1、m_2 分别为转子左右两端支撑轴承，m_3 为转子质量；c_{12} 为支撑结构的阻尼系数，c_3 为转子在圆盘处的阻尼系数；k 为转轴刚度；左右轴承的 Hertz 接触总力分别为 f_{x_1}、f_{y_1}、f_{x_2}、f_{y_2}。

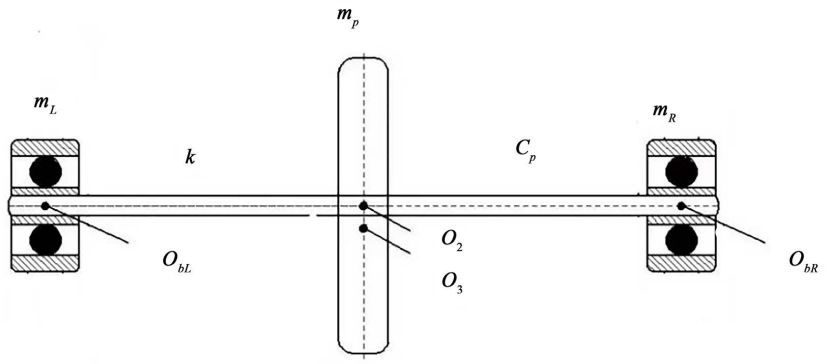


Figure 1. Mechanical model of rolling bearing-rotor system
图 1. 滚动轴承－转子系统力学模型

在得到系统的运动方程之前，本文对滚动轴承－转子系统作出以下基本假设：

1) 假设左右支撑元件为刚体，无接触变形；
2) 不考虑润滑油的作用；
3) 忽略转子的陀螺效应，并且不考虑转子在轴向的位移；
4) 假设滚动体在滚道之间为纯滚动，忽略滑动摩擦。

2.2. 动力学方程

设左右轴承处的径向位移分别为 x_1、y_1、x_2、y_2，转盘处的径向位移为 x_3、y_3；e 为系统的质量偏心距。根据牛顿第二定律得到系统的动力学方程为：

$$\begin{aligned}
&m_1\ddot{x}_1 + c_{12}\dot{x}_1 + k\left(x_1 - x_3\right) = f_{x_1}\\
&m_1\ddot{y}_1 + c_{12}\dot{y}_1 + k\left(y_1 - y_3\right) = f_{y_1} - m_1 g\\
&m_2\ddot{x}_2 + c_{12}\dot{x}_2 + k\left(x_2 - x_3\right) = f_{x_2}\\
&m_2\ddot{y}_2 + c_{12}\dot{y}_2 + k\left(y_2 - y_3\right) = f_{y_2} - m_2 g\\
&m_3\ddot{x}_3 + c_3\dot{x}_3 + k\left(x_3 - x_2\right) + k\left(x_3 - x_1\right) = m_3 e\omega^2\cos\left(\omega t\right)\\
&m_3\ddot{y}_3 + c_3\dot{y}_3 + k\left(y_3 - y_2\right) + k\left(y_3 - y_1\right) = m_3 e\omega^2\sin\left(\omega t\right) - m_3 g
\end{aligned} \tag{1}$$

本文选取滚动轴承－转子系统参数如表 1 所示。

2.3. 转子系统无量纲运动微分方程

如图 1 滚动轴承－转子系统，设左右两端支撑轴承处的位移分别为 X_1、Y_1、X_2、Y_2，转盘的位移为 X_3、Y_3。考虑非线性 Hertz 接触总力的耦合影响，建立系统动力学方程，如式所示。

Table 1. Basic parameters of the rolling bearing-rotor system
表 1. 滚动轴承－转子系统基本参数

左轴承质量 m_1（kg）	右轴承质量 m_2（kg）	圆盘质量 m_3（kg）	轴承阻尼 c_{12}（N·s/m）	圆盘阻尼 c_3（N·s/m）
4.0	4.0	32.1	1050	2100

引入无量纲参数，时间和变量：

$X_1=\frac{x_1}{c}$，$Y_1=\frac{y_1}{c}$，$X_2=\frac{x_2}{c}$，$Y_2=\frac{y_2}{c}$，$X_3=\frac{x_3}{c}$，$Y_3=\frac{y_3}{c}$，$\dot{X}_1=\frac{\dot{x}_1}{c\omega}$，$\dot{Y}_1=\frac{\dot{y}_1}{c\omega}$，$\dot{X}_2=\frac{\dot{x}_2}{c\omega}$，$\dot{Y}_2=\frac{\dot{y}_2}{c\omega}$，$\dot{X}_3=\frac{\dot{x}_3}{c\omega}$，$\dot{Y}_3=\frac{\dot{y}_3}{c\omega}$，$\ddot{X}_1=\frac{\ddot{x}_1}{c\omega^2}$，$\ddot{Y}_1=\frac{\ddot{y}_1}{c\omega^2}$，$\ddot{X}_2=\frac{\ddot{x}_2}{c\omega^2}$，$\ddot{Y}_2=\frac{\ddot{y}_2}{c\omega^2}$，$\ddot{X}_3=\frac{\ddot{x}_3}{c\omega^2}$，$\ddot{Y}_3=\frac{\ddot{y}_3}{c\omega^2}$，$\tau=\omega t$，$C_{12}=\frac{c_{12}}{m_1\omega}$，$C_3=\frac{c_3}{m_3\omega}$，$K=\frac{k}{m_1\omega^2}$ $G=\frac{g}{c\omega^2}$，$C_1=\frac{c_1\sqrt{c}}{m_1\omega^2}$，$\Delta_i=X_1\cos\theta_i+Y_1\sin\theta_i-1$，$\hat{\theta}_i=\frac{R_2}{R_1+R_2}\tau+\frac{2\pi}{N_b}(i-1)$，$E=\frac{e}{c}$，其中 τ 为无量纲时间，c 为轴承游隙，ω 为转子的转速。

则，无量纲微分方程为：

$$\begin{cases}\ddot{X}_1+C_{12}\dot{X}_1+K(X_1-X_3)=F_{x1}\\ \ddot{Y}_1+C_{12}\dot{Y}_1+K(Y_1-Y_3)=F_{y1}-G\\ \ddot{X}_3+C_3\dot{X}_3+K(X_3-X_1)+K(X_3-X_2)=E\cos\tau\\ \ddot{Y}_3+C_3\dot{Y}_2+K(Y_3-Y_1)+K(Y_3-Y_2)=E\sin\tau-G\\ \ddot{X}_2+C_{12}\dot{X}_2+K(X_2-X_3)=F_{x2}\\ \ddot{Y}_2+C_{12}\dot{Y}_2+K(Y_2-Y_3)=F_{y2}-G\end{cases}\tag{2}$$

式中，无量纲化后左右轴承的 Hertz 接触总力为：

$$\begin{cases}F_{x_1}=-\sum_{i=1}^{N_b}C_1[\Delta_i]^{3/2}\cos\hat{\theta}_i\\ F_{y_1}=-\sum_{i=1}^{N_b}C_1[\Delta_i]_+^{3/2}\sin\hat{\theta}_i\\ F_{x_2}=-\sum_{i=1}^{N_b}C_2[\Delta_i]_+^{3/2}\cos\hat{\theta}_i\\ F_{y_2}=-\sum_{i=1}^{N_b}C_2[\Delta_i]_+^{3/2}\sin\hat{\theta}_i\end{cases}\tag{3}$$

2.4. 系统的数值仿真与分析

为了能够全面且深入地分析转子系统的非线性动力学特性，我们需要研究在各个参数发生变化时系统所呈现出的动力学行为。鉴于系统的参数较多，通常情况下，在确定了部分基础参数之后，对系统中的主要参数进行变动，通过对系统响应所产生的影响进行分析，进而能够更深入地掌握系统的运动规律。转子系统的基本参数取为：$m_1=4.0$ kg，$m_2=4.0$ kg，$m_3=32.1$ kg，$c_{12}=1050$ N·s/m，$c_3=2100$ N·s/m，$\upsilon=0.3$，$E=2.07\times10^{11}$，$e=0.01$ mm，$k=2.0\times10^7$ N/m，$c=5$ μm。借助变步长的四阶龙格库塔法来对经过无量纲处理后的转子系统运动微分方程进行数值积分的计算工作，然后通过分岔图、相图、时间历程图以及庞加莱截面映射图，对系统的响应展开分析工作。通过这样的方式，研究在不同参数条件下

系统所呈现出的振动特性，对参数影响系统响应的规律进行总结归纳，以寻求在设计系统时最为适宜的参数区域，促使系统能够更加安全、高效且稳定地运行。

2.4.1. 基准模型的分岔特性研究

需要以上基本参数保持不变的情况下，全面地分析滚动轴承－转子系统的偏心距、轴承游隙、转子刚度的变化对系统的影响。因此本节主要以偏心距 $e=0.01$ mm、刚度 $k=2.0\times10^7$ N/m、游隙为 $c=5$ μm 时系统随转速变化时所表现出来的动力学行为。根据某一给定的 ω，得出系统位移 x_3、y_3 随转速变化的分岔图。其中位移随 x_3 随转速 ω 变化的分岔图如图 2(a)所示，位移 y_3 随转速 ω 变化的分岔图如图 2(b)所示。

在本节，以分岔图为参考依据，将位移随转速增大变化的分岔图分为四个区域进行分析，绘制不同转速下系统的相同、时间历程图和 Poincaré 映射图，以便进一步分析不同转速下系统的运动状态。

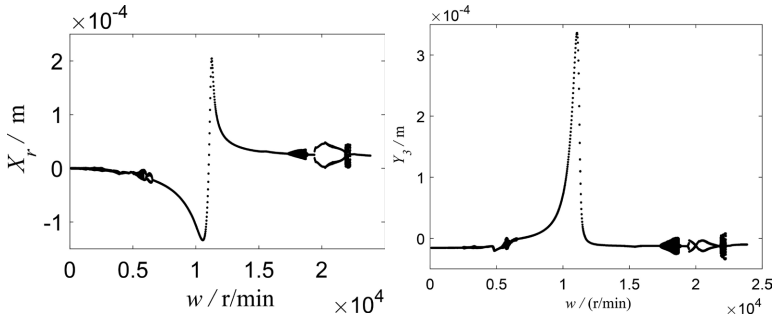
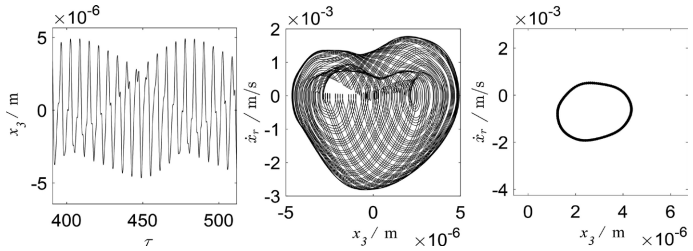


Figure 2. Global bifurcation diagram of the system
图 2. 系统全局分岔图

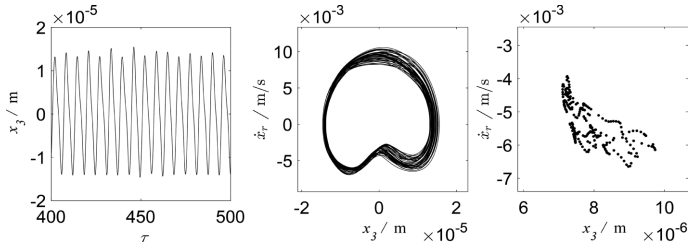
1) 在 $\omega\in[3000,8900]$ 区间时，系统不平衡激励所引起的旋转频率逐渐增强，VC 振动频率和旋转频率，产生倍周期分叉。由于开始转速较低，系统振动激励较强，所以系统会出现周期一运动的拟周期运动和混沌运动交替出现现象。随着转速的增大，经过 Hopf 分岔产生周期二的拟周期运动，然后经过逆倍化分岔产生周期一运动。拟周期运动、混沌运动、周期二运动的相图、Poincaré 映射图、时间历程图如图 3(a)~(c)所示。在此阶段，系统振幅都较小，虽不是周期一运动，但是对于系统的稳定性影响不大。

2) 在 $\omega\in[8900,16250]$ 区间时，因为系统的 VC 振动频率比较弱，系统以旋转不平衡振动为周期的周期一运动，当 $\omega=10563$ 时，该系统发生了跳跃分岔，由周期一运动然后跳跃的另一个周期一运动。在跳跃点处，系统发生振动突变，并且振动幅值非常大，极容易影响系统的运动稳定性，破坏系统的结构，属于不好的区域，在实际工作中，需要尽快加速通过此区域。

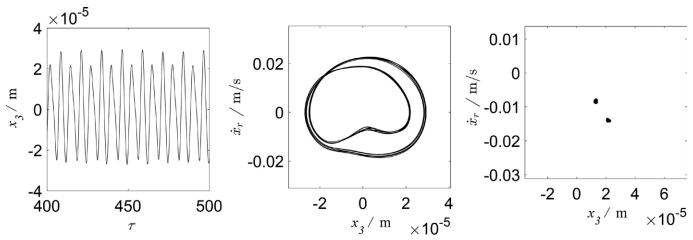
3) 在 $\omega\in[16250,19100]$ 区间时，在系统之中，由于存在着旋转方面的不平衡状况，这进而引发了相应的振动响应。与此同时，轴承的总体刚度呈现出周期性的变化，这种变化又导致了 VC 形式的振动响应。也就是说，系统中的这两种因素，即旋转不平衡以及轴承总体刚度的周期变化，分别对振动响应产生了影响，前者引发了特定的振动现象，而后者则导致了具有 VC 特征的振动响应。因此，系统由周期一运动经过 Hopf 分岔产生拟周期运动。周期一运动和拟周期运动的时间历程图、相图、Poincaré 映射图分别如图 3(d)、如图 3(e)所示。在这一区间内，系统的振动幅值呈现出较为显著的状态。并且，其动态响应缺乏规律性，致使系统的运行无法保持平稳。具体来看，振动幅值的增大以及动态响应的无规则性，共同作用导致了系统运行的不稳定状况，这对于系统的后续运行及性能表现有着重要的影响，需要进一步深入探究并采取相应措施来加以改善。



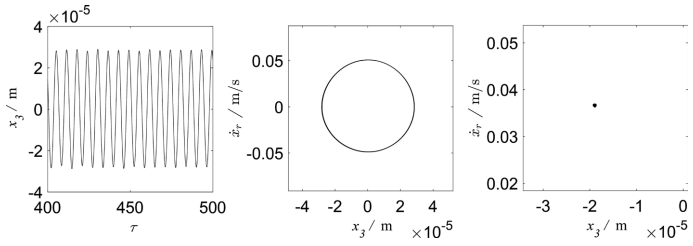
(a) ω = 3000 r/min



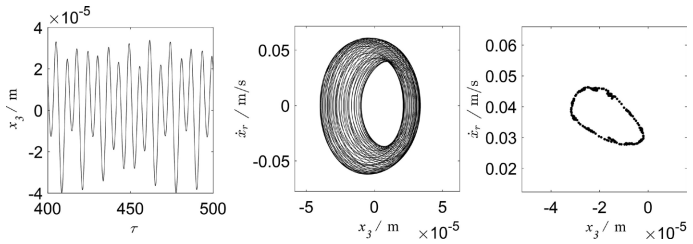
(b) ω = 5295 r/min



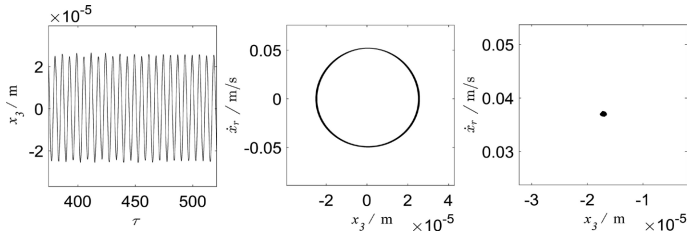
(c) ω = 6492 r/min



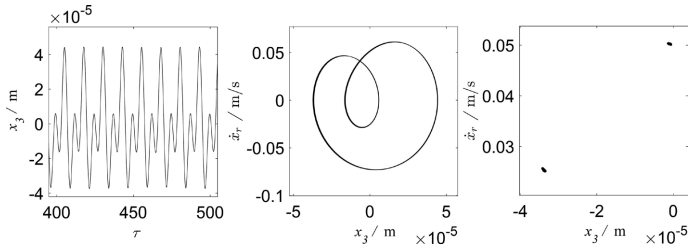
(d) ω = 16,250 r/min



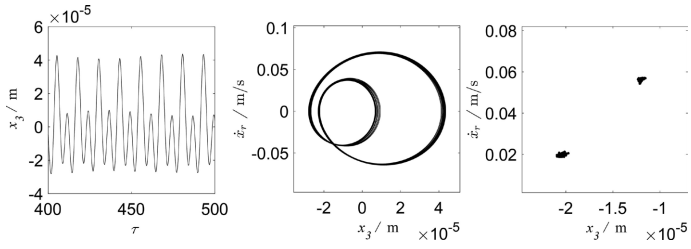
(e) ω = 18,223 r/min



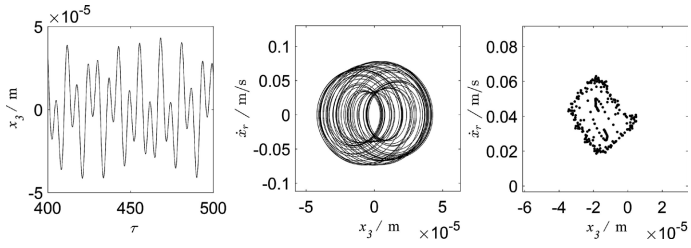
(f) ω = 19,200 r/min



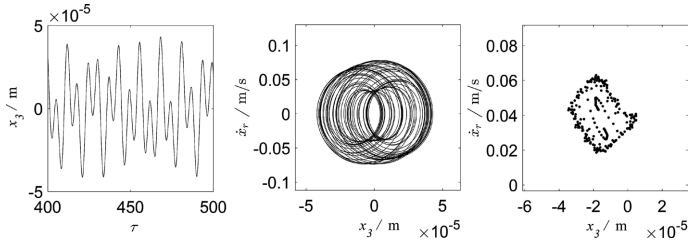
(g) ω = 19,940 r/min



(h) ω = 20,630 r/min



(i) ω = 21,850 r/min



(j) ω = 22,114 r/min

Figure 3. System phase diagram, Poincaré map, and time history graph
图 3. 系统相图、Poincaré 映射图和时间历程图

4) 在 $\omega \in [19100, 25000]$ 区间时，由图 1(a)可知，系统在高转速区首先经历周期一运动，如图 3(f)所示为 $\omega = 19200$ r/min 使单周期运动的运动轨迹，然后经历倍周期分岔产生周期二运动，从周期二运动又经历 Hopf 转迁为周期为二的逆周期运动。周期二运动、周期二的拟周期运动，如图 3(g)和图 3(h)所示。由图可知，系统的振动振幅逐渐减小，其振动呈现出一定的规律，进而使得系统的运行变得平稳起来。继续增大转速 ω，出现了混沌现象，如图 3(i)所示，$\omega = 21850$ r/min 时混沌运动的运动轨迹图，进一步增大转速，系统又出现了拟周期运动，如图 3(j)所示。具体而言，随着振幅的降低，振动的规律性愈发明显，这为系统的稳定运行提供了良好的基础，对系统的整体性能和工作状态产生了积极的影响，值得进一步深入研究和关注。

综上，在不同转速下，系统轴承游隙参数变化，表现出不同的运动状态。在 $\omega \in [3000, 8900]$，系统不平衡激励致旋转频率增强，产生倍周期分叉，转速增大时出现多种运动模式交替，振幅较小对稳定性影

响不大；在 $\omega\in[8900,16250]$，VC 振动频率弱，转速达到特定值时发生跳跃分岔，振动突变易影响稳定性；在 $\omega\in[16250,19100]$，旋转不平衡和轴承刚度周期变化共同作用，导致系统振动幅值显著且动态响应无规律；在 $\omega\in[19100,25000]$，高转速下系统经历多种运动模式转变，振幅降低使振动规律性增强，为稳定运行提供基础。通过分岔图及相关图表，对不同转速下系统的相图、Poincaré 映射图和时间历程图进行了展示和分析。

2.4.2. 不同的轴承游隙对系统振动特性的影响

上节主要聚焦于转速变化对系统动力学特性所产生的影响。然而，在轴承–转子系统当中，存在着诸多零部件的参数发生变化，这些变化将会对系统运行的稳定性带来影响。如滚动轴承的游隙会致使滚动体与滚道之间的非线性 Hertz 接触力发生改变等，诸如此类参数的变化都会让系统展现出不同的运动状态。为了促使滚动轴承–转子系统能够更加稳定地运行，提升加工精度，本节将会从滚动轴承的游隙着手进行分析。

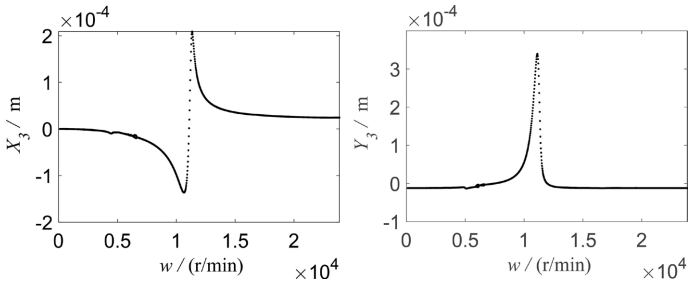
选取刚度 $k=2.0\times10^7$ N/m，偏心距 $e=0.03$ mm。在不同的变参游隙 c 的取值下，做出关于转速 ω 与圆盘横向位移 x_3、纵向 y_3 的分岔图如图 4 所示。图 4(a)呈现的是当游隙为 $c=2$ μm 时，系统随位移变化而形成的分岔图。从该图中可以看出，在轴承游隙处于非常小的状态时，系统展现出非常显著的线性特征，并且在相当大的转速范畴内都呈现为周期一运动，混沌运动所占据的区域较狭窄，转子轴心位移的振幅也相对较小，此时轴承转子系统的振动响应呈现出稳定的状态。图 4(b)呈现的是当游隙为 $c=5$ μm 时，系统随位移变化而形成的分岔图。从该图形可以看出，系统出现了低转速下的部分拟周期与混沌的交替运动，并且经历 Hopf 产生了周期为二的拟周期运动。随着转速的不断增大出线路跳跃分岔和逆倍化分岔进入周期一的运动，此时系统的振动响应呈现出较为稳定的状态。图 4(c)和图 4(d)呈现的是当游隙分别为 $c=10$ μm 和 $c=15$ μm 时，系统随位移变化而形成的分岔图。能够看出，游隙的增大将会致使系统的动力学行为变得更为复杂。系统主要是通过跳跃分岔以及倍周期分岔这样的方式而进入到混沌运动状态的，与此同时，振动的幅值逐渐变大，不稳定的响应也在不断增多。图 4(e)呈现的是当游隙为 $c=20$ μm 时，系统随位移变化而形成的分岔图。由图可以明显看出随着游隙增加，系统的振动幅值呈现出了增大的趋势。同时，拟周期以及混沌运动所对应的转速范围也不断扩大，混沌运动的持续时间得以延长，从而使得系统的运行状态变得不再稳定。故而在安装与调试的进程当中，需要对轴承游隙实施有效的控制，其目的在于提供系统的稳定性能。

2.4.3. 不同偏心距对系统振动特性的影响

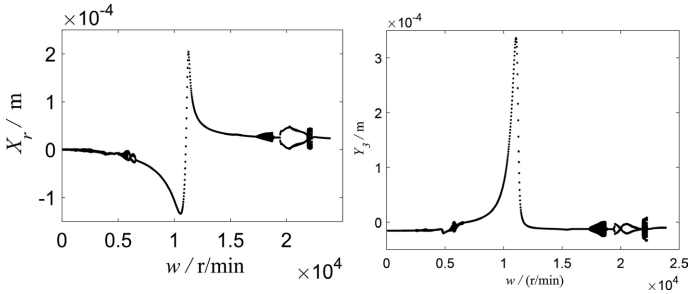
在转子的制造、安装以及运行期间，质量不平衡是难以避免的，并且由于碰摩、出现裂纹等故障，会致使质量不平衡状况进一步加剧，这很容易引发系统的振动或失效，因此转子系统的质量偏心是对整个系统安全稳定产生重要的影响。在动力学分析领域，滚动轴承–转子系统偏心距的大小会直接影响离心力的大小，而离心力对于系统的非线性振动特性有着极为重要的影响，因此选取偏心距作为控制参数对系统进行混沌特性分析是十分重要的。本节通过模拟分析偏心距对系统运动的影响规律，探究在整个系统因偏心距控制变化而引发的振动效应，以及为工艺要求和故障诊断提供理论依据。

为了充分认识偏心距对系统振动特性的影响，本节选取刚度 $k=2.0\times10^7$，游隙选取 $c=6$ μm 时，在不同的偏心距的条件下系统随着转速不断变化的分岔图进行分析如图 5 所示。

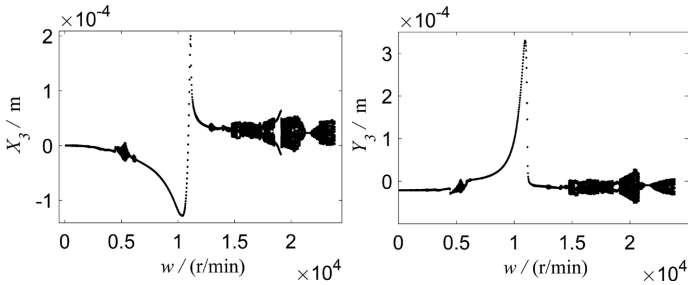
当偏心距选取较小值 $e=0.005$ mm 时，系统分岔图如图 5(a)所示，此时系统不仅存在不平衡激励，还有 VC 振动激励两种，但由于偏心距较小，使得系统的不平衡力也较小，导致 VC 振动频率为主导地位。因此，系统表现出了拟周期运动、混沌运动以及通过 Hopf 分岔产生周期二的拟周期运动，系统运行非常不稳定。



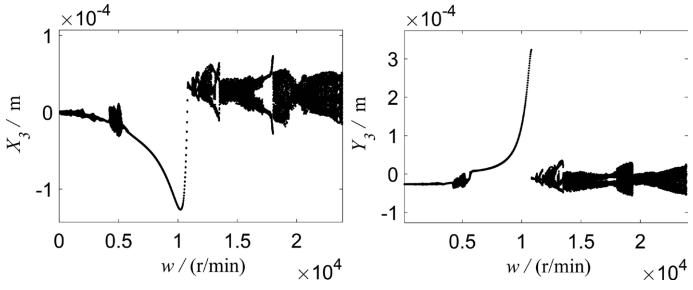
(a) c = 2 μm



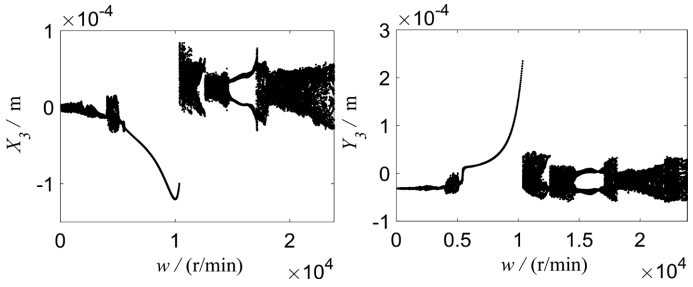
(b) c = 5 μm



(c) c = 10 μm



(d) c = 15 μm



(e) c = 20 μm

Figure 4. Global bifurcation diagram of the system
图 4. 系统全局分岔图

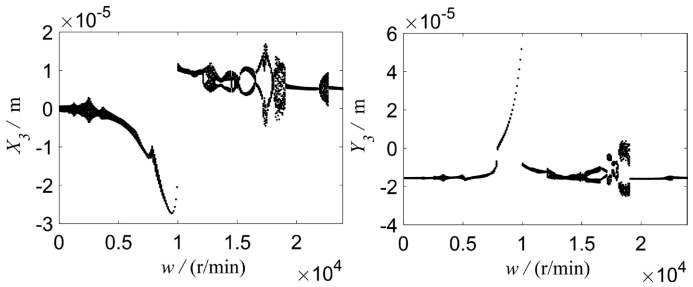
当偏心距选取 $e=0.01$ mm 时，系统分岔图如图 5(b)所示，此时系统因旋转不平衡振动以及 VC 振动而引发的多激励频率，致使系统出现了众多不稳定区域与混沌区域。系统的运动状态较为复杂，拟周期云与混沌运动相互交替呈现。

当偏心距选取 $e=0.02$ mm 时，系统分岔图如图 5(c)所示，随着偏心距增大，系统的不平衡力也随之增大，增大了不平衡激励在多激励中的占比。因此，系统的运动形式要比在 $e=0.005$ mm、$e=0.01$ mm 时相对简单，并且在特定的转速下会更加的稳定。

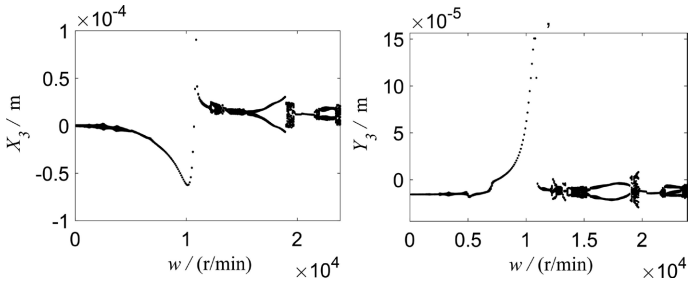
当偏心距选取 $e=0.03$ mm 时，系统分岔图如图 5(d)所示，随着偏心距的继续增大，系统的不平衡力也增大，使得旋转振动的频率比 VC 振动的频率占比达大，致使系统主要呈现出稳定的周期一运动。此时，系统的非线性特征主要是通过旋转激励来得以体现。

由上述不同偏心距分析可知，系统偏心距与轴承一样是影响振动特性的重要的因素之一。在较小的偏心距时，使得系统的不平衡力较小，由于旋转频率和 VC 振动频率相互组合，系统运动形式主要为拟周期运动、混动运动。当偏心距逐渐增大，系统的平衡力也逐渐变大，致使系统旋转频率在振动响应中占比增大，并且随着转速转速增加，VC 振动频率也相对减少。因此，系统运动状态逐渐趋于简单化。

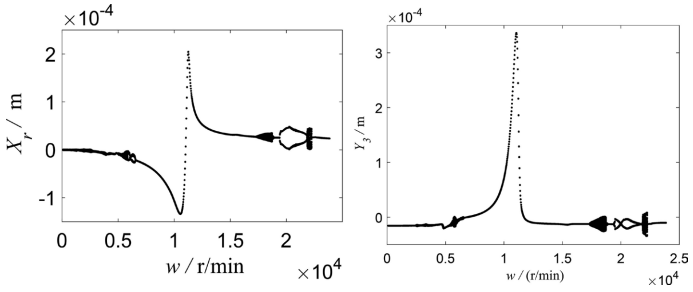
综上，系统偏心距的变化通过改变不平衡力的大小，进而影响了旋转频率和 VC 振动频率的相对占比，从而导致系统运动状态从复杂多变逐渐趋于简单稳定，偏心距与轴承一样成为影响振动特性的重要因素之一。



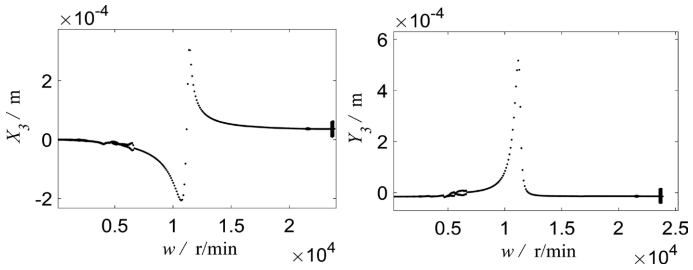
(a) e = 0.005 μm



(b) e = 0.01 μm



(c) e = 0.02 μm



(d) e = 0.03 μm

Figure 5. Global bifurcation diagram of the system
图 5. 全局分岔图

3. 总结

文中建立了滚动轴承–转子系统的非线性动力学模型，做出基本假设，得到动力学方程，并进行无量纲化处理。通过数值仿真与分析，借助变步长四阶龙格库塔法，研究不同参数条件下系统的振动特性，总结参数影响系统响应的规律，以寻求最适宜参数区域。在基准模型的分岔特性研究中，全面分析了偏心距、轴承游隙、转子刚度变化对系统的影响，将不同转速下的系统运动状态分为四个区域进行探讨。在不同轴承游隙和不同偏心距对系统振动特性的影响研究中，发现轴承游隙增大会使系统动力学行为更复杂，振动幅值增大，不稳定响应增多；偏心距较小时，系统运动形式为拟周期和混沌运动，偏心距增大后，系统运动状态趋于简单，旋转频率占比增大。总之，通过多方面研究，为滚动轴承–转子系统的设计和运行提供了理论依据和技术指导，有助于提升系统的安全性、高效性以及稳定性。

参考文献

[1] 孟光. 转子动力学研究的回顾与展望[J]. 振动工程学报, 2002, 15(1): 5-13.

[2] 桂林, 李升. 国内重型数控机床的现状及发展趋势[J]. 中国机械工程, 2020, 31(23): 2780-2787+2797.

[3] 佟威. 数控机床主轴系统可靠性分析及仿真[D]: [硕士学位论文]. 沈阳: 东北大学, 2015.

[4] 吴昊. 滚动轴承动特性及轴承-转子系统动力学模型研究[D]: [博士学位论文]. 上海: 华东理工大学, 2011.

[5] Tiwari, M., Gupta, K. and Prakash, O. (2000) Dynamic Response of an Unbalanced Rotor Supported on Ball Bearings. *Journal of Sound and Vibration*, **238**, 757-779. https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.3108

[6] Harsha, S.P., Sandeep, K. and Prakash, R. (2003) The Effect of Speed of Balanced Rotor on Nonlinear Vibrations Associated with Ball Bearings. *International Journal of Mechanical Sciences*, **45**, 725-740. https://doi.org/10.1016/s0020-7403(03)00064-x

[7] Yi, J., Pang, B., Liu, H., Wang, F., Ji, B. and Jing, M. (2014) Influence of Misalignment on Nonlinear Dynamic Characteristics for Matched Bearings-Rotor System. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics*, **228**, 172-181. https://doi.org/10.1177/1464419313520143

[8] 白长青, 许庆余, 张小龙. 考虑径向内间隙的滚动轴承平衡转子系统的非线性动力稳定性[J]. 应用数学和力学, 2006(2): 159-169.

[9] 张伟刚, 高尚晗, 龙新华, 等. 机床主轴-滚动轴承系统非线性动力学分析[J]. 振动与冲击, 2008, 27(9): 72-75.

[10] 张耀强, 陈建军, 邓四二, 等. 考虑表面波纹度的滚动轴承-转子系统非线性动力特性[J]. 航空动力学报, 2008, 23(9): 1731-1736.

[11] 李飞敏, 陈果. 碰摩故障转子-滚动轴承耦合系统非线性动力学研究[J]. 机械科学与技术, 2008, 27(1): 58-64.

[12] 张伟, 胡海岩. 非线性动力学理论与应用的新进展[M]. 北京: 科学出版社, 2009.

[13] 杨绍普. 非线性动力学与控制的若干理论及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2011.

[14] 李哲煜, 赵强, 张准革, 等. 球轴承-转子系统非线性动力学分析的研究进展[J]. 机电产品开发与创新, 2020, 33(4): 16-17+31.

[15] 朱玉鹏, 朱川峰, 谢鹏飞, 等. 动量轮滚动轴承-转子系统非线性动力响应分析[J]. 河南科技大学学报(自然科学版), 2018, 39(3): 24-28.